

**REPÚBLICA DE COLOMBIA**  
**UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA**  
**FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas**

**TÍTULO**

**UNIDAD DIDACTICA PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO  
DE FRACCION, BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LA  
HISTORIA DE LA MATEMATICAS**

**Proyecto presentado como requisito para optar al título de Magister en Enseñanza de  
las Matemáticas**

**CARLOS MANUEL RINCON VALDERRAMA**

**JAVIER FONSECA MORA**

**Santa Marta.**

**2021**

**REPÚBLICA DE COLOMBIA**  
**UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA**  
**FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas**

**TÍTULO**

**UNIDAD DIDACTICA PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO  
DE FRACCION, BASADO EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS Y LA  
HISTORIA DE LA MATEMATICAS**

**Proyecto presentado como requisito para optar al título de Magister en Enseñanza de  
la Matemáticas**

**CARLOS MANUEL RINCON VALDERRAMA**

**JAVER FONSECA MORA**

**Director: Phd. Roberto Carlos Torres Peña**

**Santa Marta.**

**2021**

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por iluminarnos y acompañarnos en cada instante.

A nuestras familias por el cariño, por las palabras de aliento y por el apoyo incondicional.

Agradecemos de manera especial al profesor Dr. Roberto Carlos Torres Peña por el tiempo, las sugerencias e ideas para desarrollar el presente trabajo y por la enseñanza brindada en cada momento.

A los docentes de la Universidad del Magdalena que de una u otra forma nos aportaron con sus ideas, sugerencias y enseñanzas.

Al docente que permitió el acceso a su grado, a los 32 estudiantes, a los padres de familia, acudientes o tutores de dichos estudiantes y al rector de la institución educativa ITEY, a todos ellos, gracias por su amabilidad, colaboración, disposición y buena aceptación.

## **DEDICATORIA**

*A mis padres que con su ejemplo han hecho de mí una persona perseverante,  
comprometida y me han dado confianza para cumplir mis metas.*

*A mi familia por motivación, la comprensión y la voz de aliento en los momentos difíciles.*

*A mi compañero y amigo Javier Fonseca con quien enfrentamos y superamos este proceso.*

*Carlos Manuel Rincón V.*

*A mi familia, por motivarme, acompañarme, comprenderme, y apoyarme en todo  
momento, para poder llevar a buen término un logro más en mi crecimiento personal y  
profesional.*

*Javier Fonseca Mora.*

## RESUMEN

El trabajo se trató de un proyecto de intervención en el aula el cual pretende como objetivo general desarrollar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de quinto grado del instituto técnico empresarial el Yopal. Las teorías se sustentaron básicamente en George Pólya (1969), Obando, et al (2006), entre otros. La orientación metodológica se estableció en un enfoque mixto, desde la investigación-acción, para llevar a cabo un proyecto de intervención a través de la unidad didáctica diseñada con los contenidos relacionados a las fracciones. Se seleccionó de la Institución Educativa ITEY del sector oficial de Yopal-Casanare, una muestra intencionada de 32 estudiantes de grado quinto. Entre los instrumentos se aplicó una prueba diagnóstica y un test de salida, y la evaluación se llevó a cabo mediante una rúbrica. Las comparaciones entre las pruebas y actividades propuestas, evidenciaron que efectivamente se logró aumentar el nivel de desempeño de los estudiantes al demostrar una mayor competencia en las capacidades de comprensión y entendimiento del concepto de fracción, al leer los planteamientos con el lenguaje cotidiano, para comprenderlos y encontrar una solución correcta.

**Palabras claves:** fracciones, historia de la matemática, unidad didáctica, método Pólya.

## **ABSTRACT**

The work was about an intervention project in the classroom which aims as a general objective to develop a didactic unit based on problem solving and the history of mathematics to promote a robust understanding of the concept of fraction in fifth grade students of the Instituto Técnico Empresarial El Yopal. The theories were basically based on Pólya (1969), Obando, et al (2006), among others. The methodological orientation was established in a mixed approach, from action research, to carry out an intervention project through the didactic unit designed with the contents related to the fractions. A deliberate sample of 32 fifth grade students was selected from the ITEY Educational Institution of the official sector of Yopal-Casanare. Between the instruments, a diagnostic test and an exit test were applied, and the evaluation was carried out through a rubric. Comparisons between the tests and activities proposed showed that it was indeed possible to increase the level of performance of the students by demonstrating greater competence in the comprehension and understanding capacities of the concept of fractions, when reading the statements with everyday language, to understand them and find a correct solution.

**Keywords:** fractions, history of mathematics, didactic unit, Pólya method.

## TABLA DE CONTENIDOS

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>3</b>
<b>CAPITULO 2. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>35</b>
2.1. Referentes de la investigación.....	35
2.1.1. Guía didáctica para el aprendizaje de fracciones para sexto año de educación general básica mediante herramientas de autor.....	35
2.1.2. La fracción como medida y como operador: una experiencia de diseño de actividades didácticas .....	37
2.1.3. Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de los números racionales en 2º de la ESO.....	39
2.1.4. Identificación de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones y la resolución de problemas en Educación Primaria .....	40
2.1.5. Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria.....	41
2.1.6. Propuesta de una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa para lograr aprendizajes significativos en niños y niñas del grado tercero de la básica primaria .....	43
2.1.7. Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: análisis del discurso y prácticas pedagógicas. ....	44
2.1.8. Desarrollo de habilidades para el aprendizaje de las fracciones por medio de la manipulación de objetos y las tecnologías en los alumnos de quinto grado de primaria .....	45
2.1.9. Identificando el concepto "fracción" estudiantes de la escuela primaria: la investigación en Vietnam .....	47
2.1.10. Incidencia de dos estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones .....	48
2.1.11. Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento .....	50
2.1.12. Recursos didácticos para la enseñanza de resolución de problemas de suma – resta.....	52
2.1.13. Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del Colegio Miguel Antonio Caro I.E.D J.M. a través de la teoría de las situaciones didácticas .....	53
2.1.14. Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes .....	55
2.1.15. El aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en educación primaria, mediado por ambientes virtuales de aprendizaje: el caso de la I.E Pascual Correa Flórez del Municipio De Amagá, I.E San Luis Del Municipio de San Luis y Centro Educativo Rural El Edén del Municipio de Granada ....	56
2.1.16. Características de tareas sobre fracciones y proporcionalidad en textos oficiales de primer grado de secundaria.....	57
2.1.17. Nivel de desarrollo de las competencias matemáticas a partir del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en estudiantes de 9º grado .....	59
2.1.18. Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros .....	60
2.1.19. Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria estudio de caso: Institución Educativa Supia .....	62

2.1.20.	El aprendizaje de las fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes, lápiz y papel y recursos interactivos .....	64
2.1.21.	Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria .....	65
2.1.22.	Enseñanza de las fracciones en la escuela primaria .....	66
2.1.23.	Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones .....	67
2.1.24.	Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o de enseñanza? .....	68
2.1.25.	Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria..	70
2.1.26.	Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado.....	71
2.1.27.	Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones.....	72
2.1.28.	Estrategia didáctica para trabajar el concepto de fracción como relación parte-todo en grado quinto, teniendo en cuenta su origen histórico .....	73
2.1.29.	Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria en lima – Perú.....	75
2.2.	Referentes teóricos y conceptuales .....	77
2.2.1.	Uso de la historia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. ....	77
2.2.2.	Pensamiento matemático. ....	81
2.2.2.1	Pensamiento numérico. ....	84
2.2.3.	Las fracciones en la historia.....	86
2.2.4.	Concepto De Fracción .....	92
2.2.5.	Diferencia entre ejercicio y problema .....	96
2.2.6.	Resolución de problemas.....	97
2.2.7.	Aproximación Conceptual De Unidad Didáctica.....	100
2.2.7.1.	Estructura de la Unidad Didáctica .....	107
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA .....</b>		<b>110</b>
3.1.	Diseño de la Investigación.....	110
3.1.1.	Cronograma de actividades.....	120
3.2.	Organización de las actividades .....	121
3.2.1.	Esquema de diseño de las actividades.....	122
3.3.	Unidad didáctica .....	124
3.3.1.	Actividad 1. Los diseños del rey .....	128
3.3.2.	Actividad 2. La visita al zoológico .....	138
3.3.3.	Actividad 3. Las fracciones en la historia. ....	148
<b>CAPÍTULO IV. RESULTADOS, ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN .....</b>		<b>159</b>
4.1.	Resultados de la actividad 1: Los diseños del Rey .....	159
4.2.	Resultados de la actividad 2: Visita al zoológico.....	168
4.3.	Resultados de la actividad 3: Las fracciones en la historia.....	179
4.4.	Resultados del Test de salida .....	191
<b>CONCLUSIONES .....</b>		<b>196</b>

<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>198</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>199</b>

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1: Puntajes promedio de Colombia en Latinoamérica .....	6
Tabla 2: Resultados de pruebas PISA desde el 2006 al 2018 .....	9
Tabla 3: Nivel de desempeño de las competencias evaluadas I.E. Centro Social, años 2014-2017 .....	18
Tabla 4: Nivel de desempeño de las competencias evaluadas I.E. ITEY. Años 2014-2017	21
Tabla 5: Resultados de la Prueba Diagnóstica de la I.E. Centro Social .....	24
Tabla 6: Resultados de la prueba diagnóstica de la I.E. ITEY .....	26
Tabla 7: Características de la población .....	116
Tabla 8: Tipos y criterios de evaluación .....	118
Tabla 9: Operacionalización de las variables .....	118
Tabla 10: Cronograma de actividades .....	120
Tabla 11: Descripción de la unidad didáctica .....	126
Tabla 12: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 1, Los diseños del Rey .....	159
Tabla 13: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 2, Visita al zoológico	169
Tabla 14: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 3, Las fracciones en la historia .....	179
Tabla 15: Resultados del Test de salida .....	191

## INDICE DE GRÁFICAS

Figura 1: Resultados de las Pruebas PISA 2018 en matemática.....	7
Figura 2: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas en PISA ....	8
Figura 3: Porcentajes a nivel de Colombia en Saber 5°, Matemáticas, 2012-2017 .....	11
Figura 4: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo Centro Social, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas - grado quinto .....	12
Figura 5: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño de la I.E. Centro Social y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado quinto 2017	13
Figura 6: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo ITEY, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas - grado quinto .....	14
Figura 7: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo ITEY y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado quinto .....	15
Figura 8: Puntaje promedio de los estudiantes de la I.E. Centro Social, prueba Saber matemáticas años 2014-2017.....	16
Figura 9: Porcentaje de estudiante por nivel, I.E. Centro Social, Prueba Saber Matemáticas años 2014-2017 .....	17
Figura 10: Puntaje promedio de los estudiantes de la I.E. ITEY, prueba Saber matemáticas años 2014-2017 .....	19
Figura 11: Porcentaje de estudiante por nivel, I.E. ITEY Prueba Saber años 2014-2017...	20
Figura 12: Porcentaje de respuesta correctas e incorrectas I.E. Centro Social (2014- 2017) .....	22
Figura 13: Porcentaje de respuesta correctas e incorrectas colegio ITEY (2014- 2017) ..	23
Figura 14: Errores encontrados en el literal C de la tarea 1.....	28
Figura 15: Errores encontrados en la tarea 5 .....	29
Figura 16: Errores encontrados en la tarea 6 .....	30
Figura 17: Errores encontrados en la tarea 7 literal c.....	30
Figura 18: Errores encontrados en la tarea 7 .....	31
Figura 19: Error encontrado en la tarea 9 .....	32
Figura 20: Modelo para la elaboración de unidades didácticas .....	108
Figura 21: Ciclos de la Investigación-acción (IA) .....	115
Figura 22: Fases de las actividades .....	123
Figura 23: Estrato socioeconómico de los participantes de la intervención .....	126
Figura 24: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 1, Los diseños del Rey .....	160
Figura 25: Actividad resuelta por el estudiante E1 .....	162

Figura 26: Actividad resuelta por el estudiante E27 .....	164
Figura 27: Actividad resuelta por el estudiante E1 .....	166
Figura 28: Actividad resuelta por el estudiante E2 .....	167
Figura 29: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 2, Visita al zoológico	169
Figura 30: Actividad resuelta por el estudiante E6 .....	171
Figura 31: Actividad resuelta por el estudiante E10 .....	173
Figura 32: Actividad resuelta por el estudiante E1 .....	175
Figura 33: Actividad resuelta por el estudiante E32 .....	177
Figura 34: Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 3, Las fracciones en la historia .....	179
Figura 35: Actividad desarrollada por el estudiante E12 .....	182
Figura 36: Actividad desarrollada por el estudiante E10 .....	185
Figura 37: Actividad desarrollada por el estudiante E4 .....	187
Figura 38: Actividad desarrollada por el estudiante E18 .....	188
Figura 39: Resultados del Test de salida .....	192

## INTRODUCCIÓN

Es de conocimiento general que el concepto de fracción se encuentra presente en todas las actividades de la vida diaria, y en el contexto educativo es un tema de complejidad y relevancia que se aborda en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y un desafío para los docentes en la labor de planificación de estrategias idóneas que favorezcan el aprendizaje significativo.

En Colombia, el área de matemática enfrenta críticas dificultades, las cuales son evidentes en los bajos niveles que se observan en los resultados de las pruebas internacionales PISA, registradas en la OCDE (2018), en las pruebas nacionales, SABER, de donde se han detectado problemas en la falta de comprensión de los números fraccionarios, en particular, los estudiantes no definen claramente el concepto de fracción como parte de un todo, como cociente, como razón y como porcentaje, que hace parte del pensamiento numérico, así mismo se evidencian dificultades al resolver problemas de operaciones básicas con fracciones.

Esta situación problema se identificó a través de un diagnóstico aplicado a los estudiantes del Instituto Técnico Empresarial el Yopal, por lo cual, la intervención se propuso desarrollar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de quinto grado del Instituto Técnico Empresarial el Yopal, a través de la aplicación de tres actividades que privilegian la resolución de problemas y el uso de la historia.

Estas actividades se desarrollaron por medio de guías de aprendizaje, en la modalidad de educación remota ante la eventualidad del confinamiento impuesto por la pandemia. En este sentido se desarrollaron en la unidad didáctica contenidos y actividades que por su naturaleza visual y sencilla aportan consistencia y significatividad a los procedimientos realizados por los estudiantes en su trabajo desde sus casas. Para ello se establecieron condiciones de apoyo

dirigido y sugirió la ayuda de los padres o cuidadores, cada una de ellas organizadas en tres momentos: exploración, desarrollo y cierre.

La propuesta se orientó bajo un enfoque cualitativo, con la metodología de la investigación-acción y de acuerdo a sus fases se procedió a realizar la intervención a 32 estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa ITEY perteneciente al sector oficial de Yopal-Casanare.

El trabajo se organizó en cuatro capítulos, en el capítulo I, se describe de forma general la problemática encontrada, la cual es la dificultad de los estudiantes para resolver problemas con fracciones al realizar actividades en contexto y con material manipulativo, estos resultados permitieron la formulación de la pregunta problema, seguido del objetivo general, los objetivos específicos y la justificación, resaltando los aspectos más relevantes del proyecto de intervención.

En el capítulo II se desarrolla el estado del arte, conformado por las referencias o antecedentes de la investigación, y los referentes teóricos que presentaron las diferentes posturas y concepciones de autores reconocidos. Entre las teorías descritas se desarrollaron los temas sobre el uso de la historia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pensamiento matemático y pensamiento numérico, concepto de fracción, definiciones básicas de una unidad didáctica y la resolución de problemas de George Pólya.

En el capítulo III se determinaron los métodos y procesos metodológicos de la intervención, en cual se describe y se sustenta el paradigma cualitativo, con enfoque mixto aplicando las fases del diseño de la investigación-acción.

En el capítulo IV se muestran los resultados finales de cada una de las actividades aplicadas en la unidad didáctica con sus correspondientes análisis, interpretaciones y comprobaciones fundamentadas en la teoría. Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones que aporta el proyecto.

## CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática es un campo complejo que se mantiene en constante cambios a fin de encontrar métodos innovadores que ayuden a enfrentar las dificultades que se presentan tanto en los docentes durante la práctica didáctica y en los estudiantes para lograr los objetivos de aprendizaje. Es por esto que se convierte en una tendencia entre los temas de la actividad científica educativa que concentran un gran número de aproximaciones y tentativas que develan nuevas formas de generación, difusión y uso del conocimiento derivado del pensamiento propio de la matemática.

Teniendo en cuenta que el objetivo principal de la matemática es formar a los estudiantes para que se puedan desenvolver de buena manera en el mundo cambiante en el que viven, viendo lo matemático en las cosas cotidianas, que descubra patrones, relaciones, comportamientos que se puedan matematizar, no obstante, es conocido, que en su proceso de enseñanza y aprendizaje se presentan en forma general dificultades para lograr altos niveles de competencias de esta área, especialmente en temas importantes y necesarios para sociedad como son las fracciones, con las cuales se pueden expresar situaciones cotidianas donde se plantea la distribución o división de materiales, objetos, productos o cualquier otro tipo de recurso que se administre socialmente.

Justamente ante los problemas de aprendizaje en matemática, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación y la Cultura, UNESCO (2019), registró en el año 2015, que 617 millones de niños y adolescentes, esto es el 55% de la población mundial, no alcanzaron el nivel mínimo de competencia en lectura y matemática, de los cuales 387 millones de niños en edad de cursar educación primaria (56%) y 230 millones de adolescentes en edad de cursar educación secundaria baja (61%). Estos datos según la organización son consecuencias de tres problemas de ocurrencia común, entre los cuales mencionan el poco acceso a las escuelas en algunos países y por ende los niños no logran un nivel mínimo de

conocimientos, por otro lado, la deserción por el nivel económico que los obliga a trabajar, y por último el tema de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje que se imparte en el aula.

Este hecho sobre la problemática en área de matemática se viene advirtiendo en Europa, específicamente en España, donde Castro (2015), afirma que el tratamiento para resolver las limitaciones en este campo, por ello algunos “los autores hacen una distinción entre el conocimiento del contenido (que se refiere a los contenidos de la matemática como disciplina escolar) y el conocimiento pedagógico o didáctico del contenido”. (p. 10).

En este respecto, es interesante, los señalamientos de Rico (2013), al afirmar que “la función metodológica del análisis didáctico en Educación Matemática es tradición antigua que mantiene vigor y pujanza a lo largo de los años”, (p.57). De manera que el componente didáctico es un proceso de estudio esencial para comprender y mejorar las deficiencias en el área, puesto que el trabajo de desarrollar materiales curriculares a partir de estudios contextualizados permite al docente guiar el diseño y análisis de las unidades didácticas.

Para la América Latina y el Caribe se muestran también serias dificultades en el área, de acuerdo al informe del Instituto de Estadística de la Organización, UIS (2019) de las Naciones Unidas para la Educación, la ciencia y la cultura, UNESCO, hasta el año 2015, el 36% de niños y adolescentes no están logrando niveles mínimos de conocimiento en lectura mientras que 52% no alcanzan los niveles mínimos requeridos en matemática. Podría decirse que sólo uno de cada tres estudiante aún no lee correctamente y uno de cada dos presenta dificultades en los procesos matemáticos.

En este contexto, los estudios de Olguín y Álvarez (2012), han revelado que los docentes de primaria “manifiestan, que a los alumnos se les dificulta la conceptualización de las fracciones al no usarlas en su vida cotidiana” (p.583), pues los estudiantes muestran dificultad para dar respuestas, y “sus particiones carecen de equidad o exhaustividad, no

comprenden las equivalencias, confunden los conceptos de numerador y denominador, así como la relación entre ambos, por lo que no saben distinguir si una fracción es menor o mayor que otra”. (p. 584)

Concretamente en Colombia, los estudios sobre el campo de la matemática, según Castaño y García (2014), una mayor parte de las investigaciones abordan principalmente los problemas de aprendizaje y una minoría se enfocan en los métodos de enseñanza, en este sentido, los estudios de los autores citados, han evidenciado que las estrategias utilizadas por los docentes, se destacan la utilización de monitores o estudiantes aventajados, el empleo de material didáctico, la aplicabilidad y la utilización en el entorno, la ejercitación en fraccionarios, la búsqueda de varias explicaciones y el uso de diferentes metodologías, para tratar los problemas en la enseñanza de las fracciones, dado a que los estudiante no comprenden los números fraccionarios y por tanto no pueden resolver sus operaciones básicas.

Sobre la base de la importancia de la matemática en el desarrollo del pensamiento y por ende en el desarrollo social, encontramos que los estudiantes de Colombia obtienen muy bajos puntajes en las diferentes pruebas que se realizan en matemáticas a nivel internacional y nacional, prueba de ello son los resultados obtenidos en la prueba PISA, y la prueba SABER. A nivel internacional, se sabe que la prueba PISA evalúa el desarrollo de las habilidades y conocimientos necesarios para desenvolverse en la sociedad a estudiantes de 15 años, así de acuerdo a la OCDE (2017), la “competencia matemática: Capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos.”. (p.19).

En este sentido se evalúa esta competencia a través de tres exámenes principales: lectura, matemáticas y ciencias, con el fin de identificar la capacidad de analizar, razonar y

comunicar sus ideas de forma afectiva, así como el potencial para seguir aprendiendo durante su vida. Según los resultados de estas pruebas en el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, OCDE (2108):

Los estudiantes de Colombia obtuvieron un rendimiento menor que la media de la OCDE en lectura (412 puntos), matemáticas (391) y ciencias (413), y su rendimiento fue más cercano al de los estudiantes de Albania, México, la República de Macedonia del Norte y Qatar. [...]. En Colombia, cerca de 50% de los estudiantes alcanzaron por lo menos el Nivel 2 de competencia en lectura y ciencias, 35% alcanzaron por lo menos el mismo nivel de competencia en matemáticas. (p.1).

Para el año 2018 Colombia quedó en el puesto 69 dentro de los 79 países que aplicaron dicha prueba. En el 2006 fue junto con Brasil el país con el menor puntaje en Latinoamérica, en el 2009 y 2012 quedó únicamente por encima de Perú y por debajo de los otros 6 países latinoamericanos evaluados, y en el 2015 se vio una leve mejoría quedando debajo de Chile, Uruguay, Costa Rica y México, pero por encima de República Dominicana, Brasil y Perú. (MEN, 2015).

Estos resultados, pueden apreciarse en la siguiente tabla que muestra las variaciones de los valores obtenidos en las pruebas desde 2006 hasta el 2015, en cuanto al desempeño en el área de la matemática y las tendencias hacia el alza en relación a Colombia con otros países de Latinoamérica.

**Tabla 1**

*Puntajes promedio de Colombia en Latinoamérica*

País	Matemática			
	2006	2009	2012	2015
Chile	411	421	423	423
Uruguay	427	427	409	418
Argentina	381	388	388	-
Costa Rica	-	409	407	400
Colombia	370	381	376	390

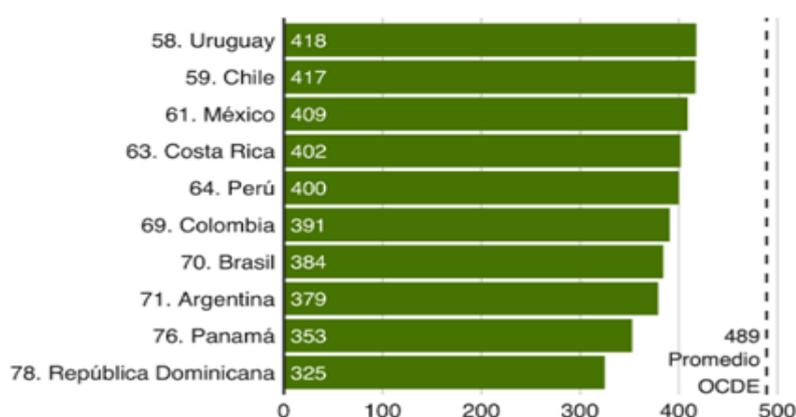
México	406	419	413	408
Brasil	370	386	391	377
Perú	-	365	368	387
República Dominicana	-	-	-	-

*Nota:* En la tabla se muestra una comparación de los puntajes obtenidos en la prueba PISA desde 2006 a 2015, sobre el desempeño de los estudiantes en el área de matemática, de algunos países de Latinoamérica, destacándose los resultados en Colombia. Fuente: Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015. MEN (2015, p. 11)

En el 2018 aunque subió un punto con respecto al 2015 sigue ubicada en el nivel 1 de desempeño, lo que indica que los estudiantes pueden responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas, además, pueden identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas y realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados. Esto, es posible observarlo claramente a través de la figura 1, donde se muestran los valores graficados de dichos resultados, en algunos países de la América Latina.

### Figura 1

#### *Resultados de las Pruebas PISA 2018 en matemática*



*Nota:* La figura detalla las Posiciones y resultados de los países Latinoamericanos en las Pruebas PISA 2018, obtenidos en el área de Matemática, a su vez en la parte derecha inferior se ubica de referencia el valor promedio de la OCDE de 489. Fuente:

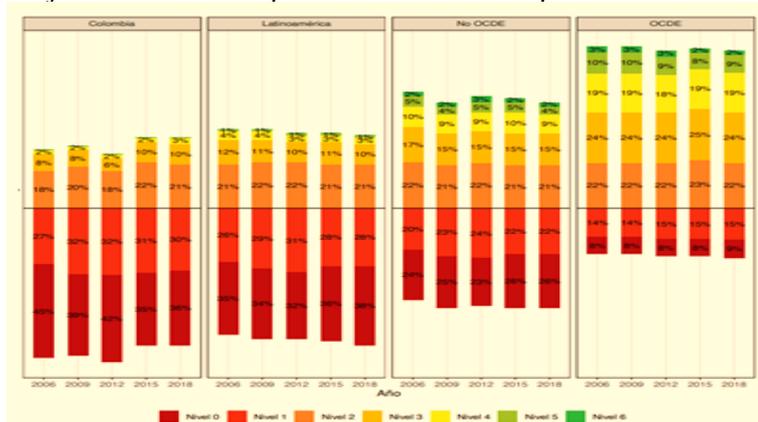
<https://www.bbc.com/mundo/noticias-america-latina-50685470>

Estos resultados ubican a Colombia (391) por debajo del promedio OCDE (489), y en menor posición que países como Uruguay; Chile, México, Costa Rica, Perú, mientras que se encuentra por encima de Brasil, Argentina, Panamá y República Dominicana. Los resultados obtenidos en matemáticas en cada año en los que Colombia se ha presentado dejan en evidencia que en el 2018 fue el mejor desempeño obtenido mejorando el resultado de 2006 en 21 puntos, 2009 en 10 puntos y el del 2012 en 15 puntos, pero, aun así, el desempeño en esta área es uno de los más bajos entre los países y economías participantes en la prueba.

En la prueba PISA el nivel 2 es el mínimo esperado, según la OCDE Colombia - Country Note - PISA 2018 Results OECD 2019 Volumes I-III (2019, p.2), “En Colombia, cerca de 33% de los estudiantes alcanzaron el nivel 2 en matemáticas (media de la OCDE: 76%). Como mínimo, dichos estudiantes son capaces de interpretar y reconocer, situaciones directas, cómo representar matemáticamente una situación simple, alrededor del 1% de los estudiantes se ubica en nivel 5 o superior (media de la OCDE 11%), el 66% están por debajo del nivel mínimo esperado de los cuales el 36% de los estudiantes no superan las preguntas de menor complejidad de la prueba.(por debajo de la media de la OCDE 24%), mostrando que es necesario mejorar notablemente en esta área, ya que las diferencias con los países asociados a la OCDE siguen siendo considerables.

## Figura 2

*Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas en PISA 2006-2018*



Nota: La figura muestra el Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño (1-6), en matemáticas diferenciando a Colombia de Latinoamérica y la OCDE, según grupo de referencia y año. Fuente: Informe Nacional de Resultados para Colombia –PISA –(ICFES 2018 p. 30).

## Tabla 2

### *Resultados de pruebas PISA desde el 2006 al 2018*

<b>Competencia/año</b>	<b>2006</b>	<b>2009</b>	<b>2012</b>	<b>2015</b>	<b>2018</b>
Matemáticas	370	381	376	390	391
Ciencias	388	402	399	416	413
Lectura	385	413	403	425	412

Nota: La tabla muestra los resultados obtenidos por Colombia en las tres áreas fundamentales: matemática, ciencias y lectura, en las aplicaciones de la prueba PISA entre el 2006 a 2018. Fuente: Elaboración propia con la base de datos de PISA.

Aunque Colombia aumentó 1 punto en el promedio, se evidencia que el área de matemáticas, en el 2018, sigue siendo el área que obtiene el menor puntaje obtenido (391), en relación a la ciencia (413) y lectura (412), no obstante, se observa un incremento continuo en la tendencia que muestran los resultados hasta este último año.

Con relación al contexto nacional, tenemos la prueba SABER que se aplica a los grados 3°, 5° y 9° y cuyo propósito principal es contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación en Colombia aplicando periódicamente evaluaciones con el fin de monitorear el desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes de educación básica, y media, teniendo en cuenta que los Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas, define competencia como: “saber hacer en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, flexible y responsable de conocimientos, habilidades y actitudes que abarcan un conjunto de pruebas”. (MEN 2006. p.12).

Las competencias evaluadas en matemáticas por esta prueba son tres: planteamiento y resolución de problemas, razonamiento y argumentación y, por último, comunicación, representación y modelado, además, organiza los cinco pensamientos matemáticos en tres

grandes componentes de la siguiente manera: el primero es la unión de los sistemas numéricos y variacional, el segundo es la unión de los sistemas geométrico-métricos y el tercero es el sistema aleatorio.

De igual forma, el ICFES (2018) establece cuatro niveles de desempeño insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado que son los tipos de resultados que permiten observar la clasificación de los estudiantes según el desempeño alcanzado en cada una de las áreas y grados evaluados, estos desempeños son los que describen las competencias de los estudiantes en cuanto a lo que saben y no saben hacer según la prueba y grado.

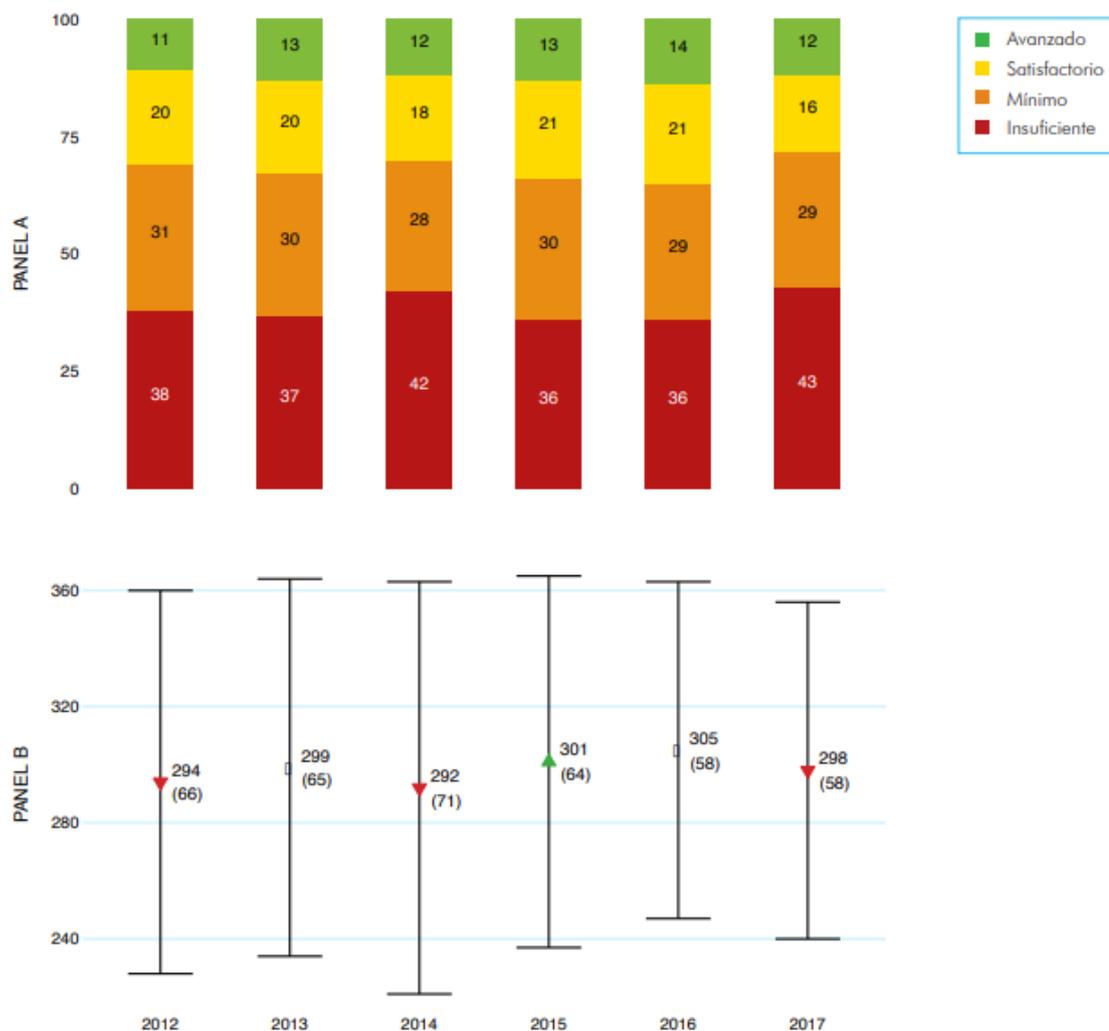
Los resultados nacionales en el área de matemáticas para grado quinto desde el año 2012 al 2017, muestran que alrededor del 72% de los estudiantes están ubicados en los desempeños insuficiente y mínimo, lo que significa que este grupo de estudiantes a lo sumo utiliza operaciones combinadas como suma, resta y multiplicación para solucionar situaciones problema; identifica secuencias numéricas a partir de representaciones gráficas y reconoce relaciones de proporcionalidad directa entre dos magnitudes, organiza y clasifica información estadística, siendo el 2017 el año con uno de los menores desempeños, ubicando el 72% de los estudiantes en los niveles más bajos.

Ahora bien, en las pruebas SABER 5, aplicadas en Colombia con el fin de elevar la calidad educativa, y dado a “su carácter periódico posibilita, además, valorar cuáles han sido los avances en un determinado lapso y establecer el impacto de programas y acciones específicas de mejoramiento”. (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES, 2017, p.11). De manera que se pueda obtener información de los estudiantes con respecto a los niveles de desempeño en las competencias en las áreas de conocimiento, específicamente en matemática se evalúan las competencias: comunicación, representación y modelación, dentro de los componentes; numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio, así como también la prueba ofrece las características de su núcleo familiar, como

por ejemplo composición, estatus laboral y educativo, condiciones del hogar y dedicación familiar a entretenimiento.

### Figura 3

*Porcentajes a nivel de Colombia en Saber 5°, Matemáticas, 2012-2017*



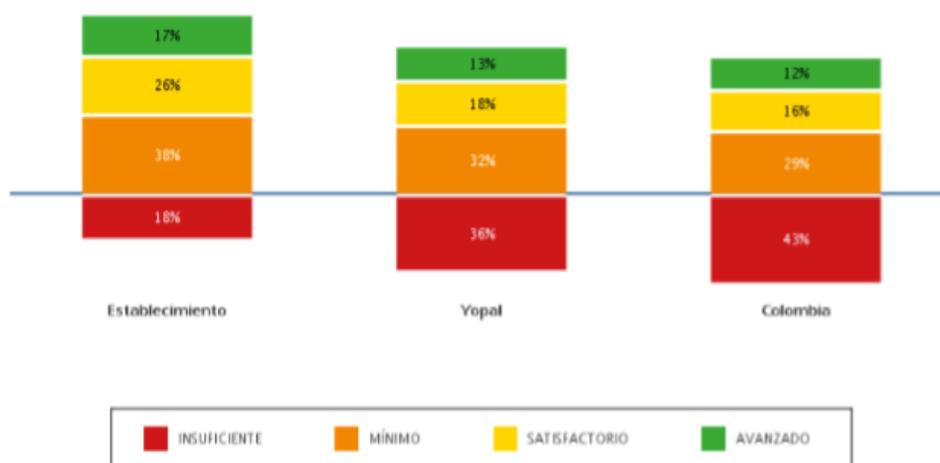
*Nota:* La figura representa los porcentajes de los niveles de desempeño (avanzado, satisfactorio, mínimo e insuficiente) que reportan en las Pruebas de matemática SABER 5°, entre los años 2012-2017. Fuente: Informe Nacional Saber 3°, 5° y 9° 2012-2017 (ICFES, 2018, p.28).

A nivel local e institucional se analizó el desempeño obtenido por los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Centro Social y del Instituto Técnico Empresarial el Yopal, ITEY, en matemáticas en la PRUEBA SABER del año 2017, ya que son las

instituciones donde laboran los docentes que desarrollan el presente proyecto, de aquí que se presentan a continuación los resultados por niveles de desempeño obtenidos por el colegio Centro Social, la entidad certificada (Yopal) y su comparación con el resto del país.

#### Figura 4

*Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo Centro Social, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas - grado quinto*



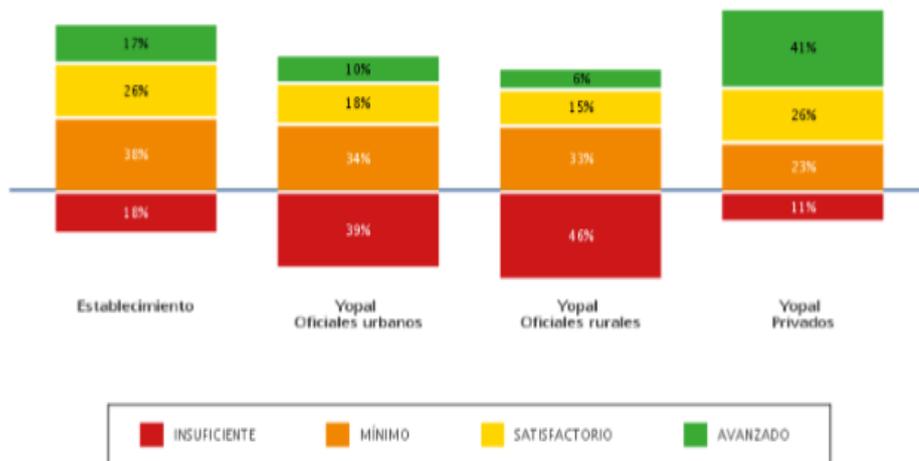
*Nota:* La figura muestra los Comparativos de los niveles desempeño (insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado) de I.E. Centro social con Yopal y Colombia. Saber 5°, Matemáticas, 2017. Fuente: ICFES (2018) <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

De la gráfica anterior se evidencia que en el 2017 el colegio Centro Social tuvo un porcentaje del 18% de los estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente siendo menor al de la entidad territorial que es del 36% y al de Colombia que ese 43%, también se observa que el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel avanzado que es 17% supera al de la entidad territorial en 5 puntos y a Colombia en 6, lo que quiere decir que los estudiantes obtuvieron un mejor rendimiento que los estudiantes del municipio de Yopal y del país.

De manera similar se comparan los resultados por niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes del colegio Centro Social, y los establecimientos educativos rurales, urbanos y privados del municipio.

## Figura 5

*Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño de la I.E. Centro Social y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado quinto 2017*



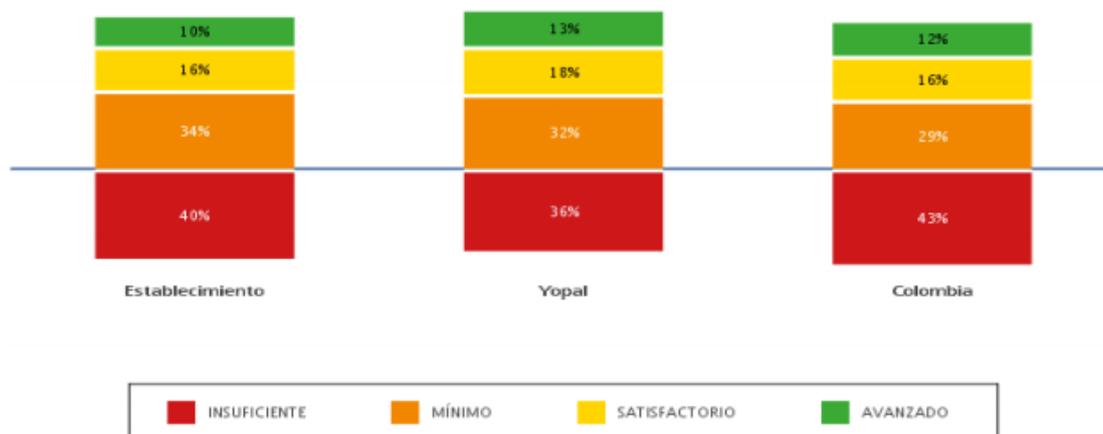
*Nota:* La figura detalla una gráfica con los Comparativos en los niveles de desempeño, en I.E. Centro social con los establecimientos de Yopal. Saber 5°, Matemáticas, 2017. Fuente: ICFES (2018)

<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

En la figura anterior se observa una gráfica de los estudiantes evaluados del colegio centro social, el 18% se encuentra en nivel de desempeño insuficiente y 17% en el nivel de avanzado, mientras que los colegios urbanos tienen un 39% de los estudiantes en un nivel de desempeño insuficiente y el 10% en nivel de avanzado, y los colegios rurales tienen un 46% de los estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente y tan solo un 6% en el nivel avanzado, lo que quiere decir que el colegio centro social obtuvo mejor desempeño en estas pruebas que los demás colegios del sector oficial del municipio, al compararlo con los colegios privados, encontramos una gran brecha que debemos minimizar ya que en el desempeño insuficiente se encuentra el 11% de los estudiantes pero en el avanzado de 41%, lo que indica que se debe crear estrategias que conlleven a obtener mejores resultados. Asimismo, se muestran los resultados por niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes del colegio ITEY, la entidad certificada (Yopal) y el país.

## Figura 6

*Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo ITEY, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas - grado quinto*



*Nota:* Comparativo de desempeño de I.E. ITEY con Yopal y Colombia. Saber 5°, Matemáticas, 2017. Fuente: ICFES (2018)

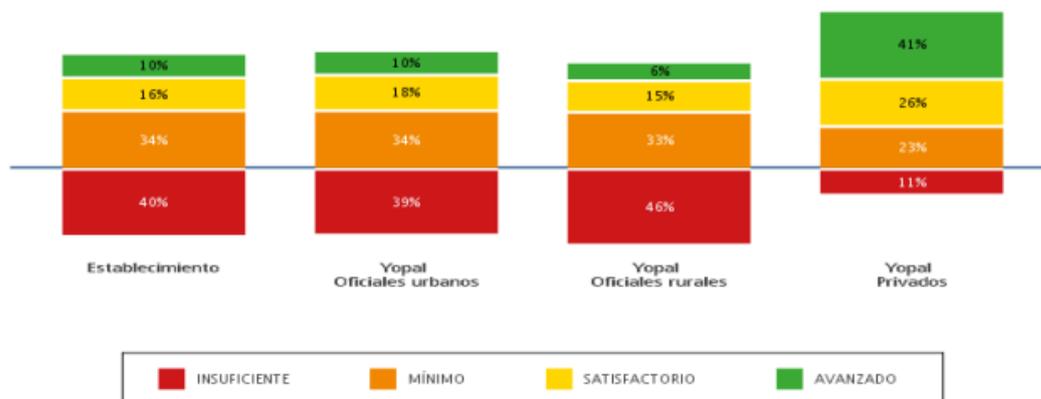
<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.o.aspx>

De la gráfica anterior se evidencia que el colegio ITEY tiene un porcentaje del 40% de los estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente, estando 4 puntos por encima de la entidad territorial y 3 puntos por debajo de Colombia en este nivel, también se observa que el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel avanzado que es 10% es inferior en 3 puntos con Yopal y 2 con Colombia, lo que quiere decir que los estudiantes del colegio ITEY con los de la entidad territorial y Colombia obtuvieron desempeños similares que se deben mejorar notablemente, realizando propuestas que indaguen y mejoren las prácticas pedagógicas y de esta manera obtener mejores resultados a nivel local y nacional.

Asimismo, se puede comparar los resultados por niveles de desempeño obtenidos por el colegio ITEY, y los establecimientos educativos rurales, urbanos y privados del municipio.

## Figura 7

*Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo ITEY y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado quinto*



*Nota:* La figura muestra la gráfica de Comparativo de desempeño de I.E. ITEY con los establecimientos de Yopal. Saber 5°, Matemáticas, 2017. Fuente: ICFES (2018)

<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

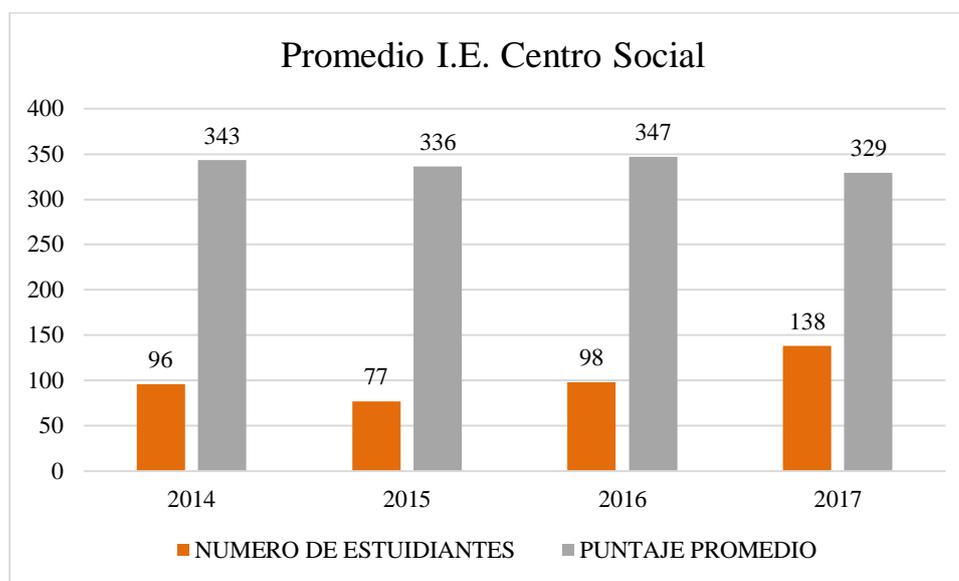
En la gráfica anterior se observa que los estudiantes del colegio ITEY tiene un 40% de los estudiantes en el nivel de desempeño insuficiente y en el nivel de avanzado del 10%, los colegios urbanos tienen un 39% de los estudiantes en un nivel de desempeño insuficiente y el 10% en nivel de avanzado, los colegios rurales tiene un 46% de los estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente y un 6% en el nivel avanzado, y los colegios privados el 41% obtuvo un nivel de desempeño avanzado y un 11% en nivel insuficiente esto indica que hay una diferencia notable entre los colegios del sector oficial y privado lo cual nos lleva a reflexionar acerca de las estrategias de enseñanza que se están implementando en el sector oficial y por qué estas no están dando el resultado esperado en las diferentes pruebas aplicadas.

Por otro lado, y para estudiar la situación de las instituciones educativas, se hizo un análisis comparativo del histórico del desempeño de los estudiantes del grado quinto en la prueba SABER durante los años 2014 a 2017 de los colegios Centro Social e ITEY del

municipio de Yopal-Casanare. Este comparativo empieza analizando la cantidad de estudiantes y los promedios obtenidos desde el año 2014 hasta el año 2017, luego muestra el porcentaje de estudiantes en cada nivel de desempeño, de igual manera se habla del nivel de cada competencia y componente evaluado.

### Figura 8

*Puntaje promedio de los estudiantes de la I.E. Centro Social, prueba Saber matemáticas años 2014-2017*



*Nota:* En la figura se detalla una gráfica con el Puntaje promedio de los estudiantes de la I.E. Centro Social, prueba Saber matemáticas años 2014-2017, especificando el número de estudiantes y su promedio. Fuente Elaboración propia, basado en los datos del ICFES (2018).

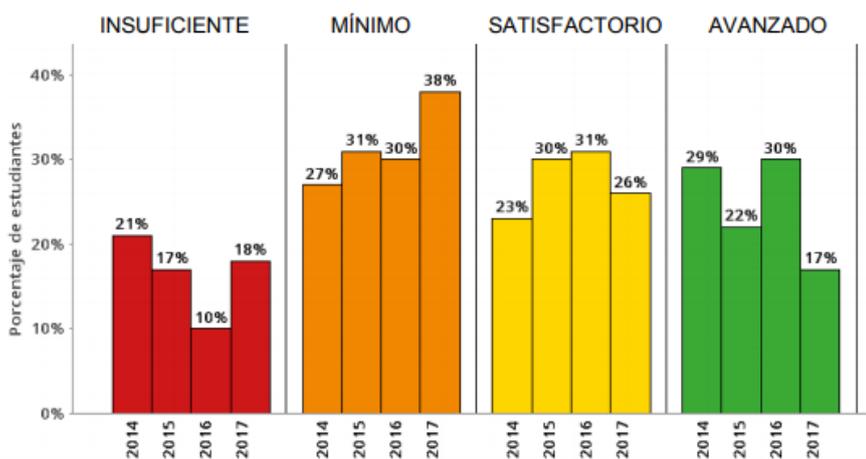
De la gráfica anterior se considera que en la institución educativa Centro Social, a pesar de que la cantidad de estudiantes ha venido creciendo desde el 2014 con 96 estudiantes al 2017 con 138 estudiantes que presentaron la prueba saber, los puntajes promedios habían mejorado de 2015 a 2016 en 11 puntos, pero en el año 2017 el puntaje promedio bajo en 18 puntos con relación al año anterior, siendo éste de 329.

Por otro lado, la siguiente grafica muestra el porcentaje de estudiantes ubicados en cada uno de los niveles de desempeño en cada uno, mostrando un comparativo de los valores

del porcentaje de estudiantes con su porcentaje por nivel, indicando el rojo para insuficiente, el color naranja para el mínimo, el amarillo para satisfactorio y el verde para el mayor nivel de avanzado, partiendo del 2014 al 2017.

### Figura 9

*Porcentaje de estudiante por nivel, I.E. Centro Social, Prueba Saber Matemáticas años 2014-2017*



*Nota:* La figura presenta un gráfico con el Porcentaje de estudiante por nivel, I.E. Centro Social, Prueba Saber Matemáticas años 2014-2017. Fuente: ICFES (2018).

<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.jsp>

En la gráfica anterior notamos que el año con mayor porcentaje en el desempeño insuficiente fue el 2014 con un 21%, mientras que en el 2016 fue el más bajo con tan solo un 10% del total de estudiantes evaluados, en el 2014 el desempeño con el porcentaje más alto de estudiantes fue el avanzado con un 29%, mientras que en el 2015 fue el desempeño mínimo con un 31%, en el 2016 satisfactorio con 31% y en el 2017 nuevamente mínimo con un 38%, y también se ve que el desempeño satisfactorio presenta el comportamiento más homogéneo en los cuatro años. Si bien los resultados muestran avances importantes, todavía existe un gran número de estudiantes en los niveles insuficiente y mínimo lo que ratifica que se tienen dificultades en el área de matemáticas en la institución educativa centro social.

Además, se observa que en el 2014 el 48% de los estudiantes estaban con desempeños mínimos e insuficientes, lo que equivaldría a un total de 46 estudiantes, y el 52% con desempeños satisfactorios o avanzados siendo estos un total de 50 estudiantes, para el 2015 el 48% de los estudiantes estaban con desempeños mínimos e insuficientes, lo que equivaldría a un total de 37 estudiantes y el 52% con desempeños satisfactorios o avanzados siendo estos un total de 40 estudiantes, este año el porcentaje más alto corresponde al desempeño mínimo con un 31%. En cambio, en el 2016 el 40% de los estudiantes estaban con desempeños mínimos e insuficientes, lo que equivaldría a un total de 39 jóvenes, y el 60% con desempeños satisfactorios o avanzados siendo estos un total de 59 jóvenes, y en el 2017 se presentó el porcentaje más bajo de estudiantes con desempeño avanzado y aumentaron los desempeños de insuficiente y mínimo, teniendo el 56% con desempeños mínimos e insuficientes que serían 77 estudiantes y el 44% con desempeños superior y avanzado, es decir, 61 estudiantes.

Otro aspecto evaluado en el comparativo, es el nivel en el que se encuentra cada una de las competencias evaluadas por el ICFES, en la prueba SABER para el grado quinto de la institución educativa centro social se tienen lo siguiente,

**Tabla 3**

*Nivel de desempeño de las competencias evaluadas I.E. Centro Social, años 2014-2017*

Año	Competencias evaluadas		
	Razonamiento y Argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planeación y resolución de problemas
2014	Débil	Fuerte	Similar
2015	Fuerte	Débil	Fuerte
2016	Débil	Fuerte	Similar
2107	Similar	Fuerte	Débil

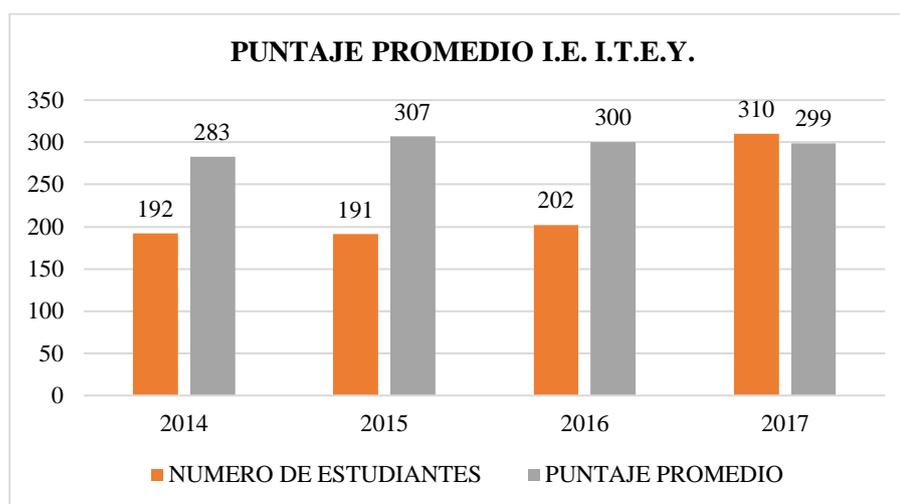
*Nota:* En la tabla se muestra el Nivel de desempeño de las competencias evaluadas, en las categorías: débil, similar y fuerte, en los estudiantes de la I.E. Centro Social, años 2014-2017. Fuente: Elaboración propia, basada en los datos del ICFES (2018),

De la anterior tabla se evidencia que la competencia de planteamiento y resolución de problemas ha bajado en su desempeño, paso de ser una fortaleza en 2015 a un rendimiento similar en el 2016 y luego a ser una debilidad en 2017, por lo cual se debe prestar especial atención a esta competencia en los planes de mejoramiento institucional. Igualmente se nota que a través de los años la competencia de comunicación, representación y modelación es una fortaleza en esta institución y la competencia de razonamiento y argumentación tuvo un mejor desempeño en el 2017 que en el 2016.

Al igual que con el Colegio Centro Social, en la Institución Educativa ITEY se analizó el puntaje promedio obtenido en la prueba desde el año 2014 hasta el 2017.

### Figura 10

*Puntaje promedio de los estudiantes de la I.E. I.T.E.Y, prueba Saber matemáticas años 2014-2017*



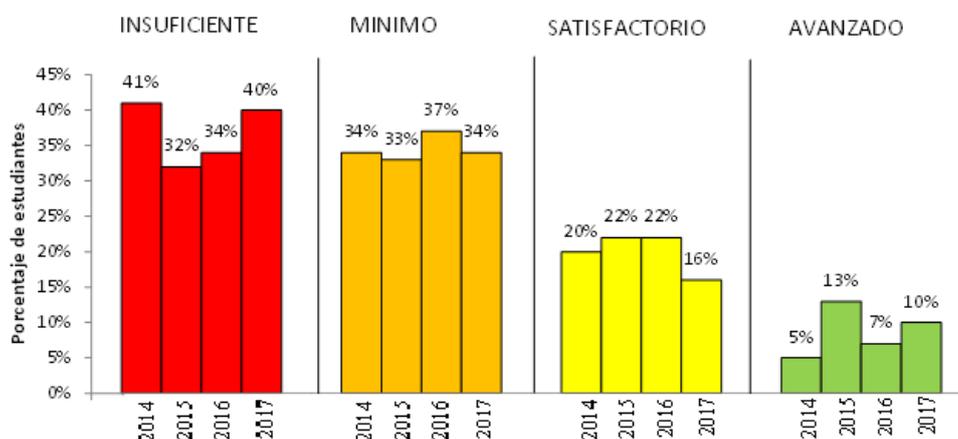
*Nota:* La figura muestra una gráfica con los promedios de los estudiantes de la I.E. ITEY, prueba Saber años 2014-2017, en el área de matemática. Fuente: Elaboración propia, basada en los datos del ICFES (2018).

En el colegio ITEY se observa una situación similar a la del Centro Social en cuanto al número de estudiantes que se presentaron en 2017 que fue de 310, el cual es bastante superior a la del año 2015 que fue 192, y los puntajes promedios no muestran una variación significativa, en el 2015 un puntaje promedio de 285 y en el 2017 un puntaje promedio de

299, de la misma manera hay que resaltar que en el año 2014 el puntaje fue de 283 puntos y aumentó notablemente en el 2015 a 307.

### Figura 11

*Porcentaje de estudiante por nivel, I.E. ITEY Prueba Saber años 2014-2017*



*Nota:* La figura representa una gráfica con el porcentaje de estudiante por nivel de desempeño de la competencia matemática, del colegio ITEY, Prueba Saber años 2014-2017. Fuente: ICFES (2018).

<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.js>

[px](#)

Si siguiendo con el análisis, se refleja en la gráfica que en el 2014 y el 2017 son los años donde el desempeño insuficiente ha tenido el mayor porcentaje de estudiantes con un 41% y 40% respectivamente, además, en los cuatro años se encuentra que en los desempeños de insuficiente y mínimo hay un porcentaje de 60% a 70% de los evaluados, demostrando que año tras año hay dificultades significativas en las competencias matemáticas de dichos estudiantes, el 2015 fue el año con mejor desempeño en las pruebas dejando un 35% de los estudiantes entre un desempeño satisfactorio y avanzado, lo que corresponde a 66 estudiantes de los 191 que presentaron la prueba, en cambio en el año 2014 sólo 10 estudiantes de los 192

evaluados quedaron en desempeño avanzado lo que corresponde a un 5%, siendo éste el año con el promedio general más bajo.

A esto se añade la siguiente tabla que presenta el nivel en las competencias evaluadas por el ICFES en la prueba SABER para el grado quinto de la institución educativa ITEY.

**Tabla 4**

*Nivel de desempeño de las competencias evaluadas I.E. ITEY. Años 2014-2017*

<b>AÑO</b>	<b>razonamiento y argumentación</b>	<b>comunicación, representación y modelación</b>	<b>planteamiento y resolución de problemas</b>
2014	DEBIL	FUERTE	FUERTE
2015	FUERTE	DEBIL	SIMILAR
2016	FUERTE	DEBIL	FUERTE
2017	DEBIL	SIMILAR	SIMILAR

*Nota:* La tabla presenta las categorías de acuerdo al Nivel de desempeño de las competencias evaluadas en matemática en estudiantes de la I.E. ITEY. Años 2014-2017. Fuente: Elaboración propia, basada en los datos del ICFES (2018).

Por otra parte, el nivel en el que se encuentra cada una de las competencias evaluadas da evidencia que la competencia de razonamiento y argumentación que tuvo en el 2015 y 2016 un desempeño fuerte pasó a tener un nivel débil en el 2017, siendo esta la competencia con más bajo resultados en dicho año, de igual forma se nota una leve mejoría en la competencia de comunicación, representación y modelación pasando de un desempeño débil obtenido en 2015 y 2016 a un nivel similar al de las demás instituciones en el 2017, también se ve que en el 2017 la competencia de planteamiento y resolución de problemas paso de un desempeño fuerte a un desempeño similar llegando así a obtener un promedio más bajo que en el 2016.

De este comparativo se puede ultimar que en las dos instituciones educativas el componente al que se le debe prestar especial atención es al numérico-variacional ya que en este se presenta debilidad en el último año evaluado, en ese mismo sentido se analizaron las

gráficas de los desempeños de las instituciones educativas en cuanto a los resultados de la prueba saber del grado quinto desde el año 2014 hasta el 2017, donde se evidencia que, en el último año evaluado, un 78,4% de estudiantes del centro social presentan en particular una aparente dificultad en el aprendizaje de resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón, de igual manera, se nota que en el año 2016 en el colegio ITEY hubo un 71,8% y en el 2017 un 77,1 % con la misma deficiencia en cuanto al aprendizaje ya antes mencionado.

### Figura 12

*Porcentaje de respuesta correctas e incorrectas I.E. Centro Social (2014- 2017)*

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Resolver problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos. (Aleatorio)	38.9	44.2	7.1	32.8	0.8	-1.1	11.2	1.8	3.1
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. (Numérico Variacional)	58.3	32.9	61.2	78.4	7.3	5.6	4.9	0.3	4.5
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas. (Espacial Métrico)	48.9	48.8	34.7	51.0	8.0	5.8	9.1	6.2	7.3
Resolver problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. (Aleatorio)	25.0	66.2	53.1	31.4	13.8	6.2	-0.2	13.7	8.4
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. (Numérico Variacional)	45.3	42.9	25.9	48.1	9.3	9.3	12.6	7.1	9.6
Resolver y formular problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. (Numérico Variacional)	32.8	27.3	34.9	43.2	10.7	17.1	5.9	8.9	10.7
Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	27.1	33.8		48.9	13.9	12.6		6.3	10.9
Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. (Espacial Métrico)	40.8	53.3		40.5	19.8	17.1		16.0	17.6

**Figura 13.**

*Porcentaje de respuesta correctas e incorrectas colegio ITEY (2014- 2017)*

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. (Espacial Métrico)	63.0	74.3		63.0	-2.6	-4.0		-6.5	-4.4
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. (Numérico Variacional)	59.9	56.8	56.8	55.1	-5.3	-3.8	-0.6	0.1	-2.4
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. (Numérico Variacional)	62.5	40.3	71.8	77.1	1.1	-2.2	-5.7	1.6	-1.3
Resolver problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos. (Aleatorio)	59.1	46.6	18.3	33.6	-1.3	-3.6	0.0	1.2	-0.9
Resolver problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. (Aleatorio)	40.6	70.2	56.4	43.3	-1.9	2.3	-3.6	1.7	-0.4
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas. (Espacial Métrico)	54.5	50.3	44.1	57.1	0.3	2.3	-0.3	0.1	0.6
Resolver y formular problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. (Numérico Variacional)	44.8	38.9	39.9	52.7	-1.4	6.4	0.7	-0.6	1.3
Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	38.2	42.9		54.4	4.7	3.5		0.9	3.0

*Nota:* Las figuras 12 y 13 representan un cuadro comparativo del Análisis del Cuatrienio, de la I.E.

Centro Social y de la institución ITEY, donde se muestran el aprendizaje con su respectivo porcentaje de respuestas incorrectas y su relación con el porcentaje general en el país, resaltando los resultados obtenidos en la competencia numérica-variacional. Fuente: MEN (Siempre Día E. p. 16)

Los resultados anteriores ponen de manifiesto la necesidad de generar un proyecto de intervención que favorezca el mejoramiento del aprendizaje de resolver problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón, aprendizaje que hace parte del pensamiento numérico.

De otra parte y para poder corroborar los resultados nacionales e internacionales presentados anteriormente, se aplicó una prueba diagnóstica que se diseñó a partir de las cartillas y libros del programa todos a aprender (PTA) del Ministerio de Educación Nacional para el grado quinto de primaria, la cual se planteó para evaluar el pensamiento numérico considerando cinco habilidades, donde la habilidad uno es identificar fracciones e incluye las

tareas 1 y 2, la habilidad dos es representar fracciones e incluye las tareas 3 y 4, la habilidad tres es resolver operaciones básicas con fracciones y en ella se encuentran las tareas 5 y 6, la habilidad cuatro es usar las operaciones básicas con fracciones en contexto y está formada por las tareas 7 y 8, y por último la habilidad cinco es usar las fracciones como operador que se plantea en las tareas 9 y 10.

La prueba se les aplicó a 66 estudiantes de grado quinto de dos colegios públicos de Yopal, de los cuales 32 son de la Institución Educativa Centro Social y 34 del Instituto Técnico Empresarial el Yopal ITEY y se obtuvieron los siguientes resultados:

**Tabla 5**

*Resultados de la Prueba Diagnóstica de la I.E. Centro Social*

NIVEL	HABILIDAD 1		HABILIDAD 2		HABILIDAD 3		HABILIDAD 4		HABILIDAD 5	
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
INSUFICIENTE	3%	13%	0%	0%	72%	16%	84%	44%	75%	88%
MINIMO	0%	3%	16%	13%	13%	38%	3%	28%	0%	0%
SATISFACTORIO	63%	15%	0%	6%	3%	13%	9%	9%	0%	3%
AVANZADO	34%	69%	84%	81%	12%	33%	4%	19%	25%	9%

*Nota:* La tabla presenta los porcentajes en la prueba diagnóstica, en cada uno de los niveles de desempeño obtenido por los estudiantes en cada tarea, en la I.E. Centro Social. Fuente: Elaboración propia.

En la tarea uno se evidencia que el 3% de los estudiantes tienen dificultad para identificar fracciones, ya que se encuentran en nivel insuficiente, el 63% en nivel satisfactorio y el 34% desarrollaron los ejercicios de manera correcta ubicándose en nivel avanzado, mientras que en la tarea dos, que evalúa la misma habilidad, se ve que el 13% está en nivel insuficiente, un 3% en nivel mínimo, el 15% en nivel satisfactorio y el 69% en nivel avanzado, a nivel general se puede concluir que la mayoría de los estudiantes tienen habilidad para identificar fracciones.

En cuanto a la habilidad dos, que es de representar fracciones, se encontró que en la tarea tres se presentan un 16% de los evaluados en nivel mínimo y un 84% en nivel avanzado, y en la tarea cuatro, hay un 13% en nivel mínimo, el 6% en satisfactorio y el 81% en avanzado, de donde se puede deducir que los alumnos poseen habilidad para representar fracciones.

Por otro lado, en la habilidad tres que es resolver las operaciones básicas con fracciones, se encontró que en la tarea cinco el 72% está en nivel insuficiente, el 13% en nivel mínimo, el 3% en nivel satisfactorio y el 12% en nivel avanzado, por otro lado, en la tarea seis el 16% está en nivel insuficiente, el 38% en mínimo, el 13% en satisfactorio y el 33% en avanzado, con lo que se puede determinar que la mayoría de los estudiantes tienen dificultad en la habilidad de resolver operaciones básicas con fracciones.

De manera similar, en la habilidad cuatro, usar las operaciones básicas con fracciones en contexto, el instrumento arrojó que en la tarea siete el 84% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 3% en mínimo, el 9% en satisfactorio y tan sólo el 4% en avanzado, mientras que en la tarea ocho, el 44% está en nivel insuficiente, el 28% en mínimo, el 9% en satisfactorio y el 19% en avanzado, por consiguiente, se puede establecer que la mayoría de los estudiantes no utilizan en forma adecuada las operaciones con fracciones en contexto, de manera especial la adición y la sustracción, ratificando de esta manera la debilidad encontrada en la habilidad anterior.

En tanto, en la habilidad cinco, usar las fracciones como operador, podemos decir que en la tarea nueve el 75% están en nivel insuficiente y el 25% en nivel avanzado, y en la tarea 10 el 88% en nivel insuficiente, el 3% en satisfactorio y tan sólo el 9% en avanzado, de lo anterior se deduce que los estudiantes presentan dificultad para trabajar la fracción como operador, mostrando un gran nivel de dificultad al momento de realizar actividades con material manipulativo, que fue lo que se planteó en la tarea 10.

De manera similar se hizo el análisis para la I.E. ITEY donde se obtuvieron los siguientes resultados:

**Tabla 6**

*Resultados de la prueba diagnóstica de la I.E. ITEY*

NIVEL	HABILIDAD 1		HABILIDAD 2		HABILIDAD 3		HABILIDAD 4		HABILIDAD 5	
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
INSUFICIENTE	32%	53%	26%	18%	53%	38%	85%	62%	76%	79%
MINIMO	35%	18%	41%	24%	9%	38%	9%	26%	0%	6%
SATISFACTORIO	21%	9%	18%	38%	15%	12%	3%	9%	0%	0%
AVANZADO	12%	21%	15%	21%	24%	12%	3%	3%	24%	15%

*Nota:* En la tabla se detallan los porcentajes de la prueba diagnóstica, en cada uno de los niveles de desempeño obtenido por los estudiantes en cada tarea. I.E. ITEY. Fuente: Elaboración propia.

En la habilidad uno que es identificar fracciones, se observa que el 32% de los estudiantes presentan dificultad en este aspecto, ya que están en nivel insuficiente, el 35% en nivel mínimo, el 21% en nivel satisfactorio y el 12% en nivel avanzado, mientras que en la tarea dos de la misma habilidad, se ve que el 53% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 18% en nivel mínimo, el 9% en nivel satisfactorio y el 21% en nivel avanzado, de donde se puede concluir que la mayoría de los estudiantes tienen una aparente dificultad para identificar fracciones. Las respuestas de los estudiantes evidencian que no identifican las fracciones ya que en la mayoría de los casos no comprenden el significado de lo que representa el numerador y el denominador en las situaciones planteadas y tienden a confundirlos, además presentan inconveniente en el momento de realizar particiones equitativas del todo.

En tanto a la habilidad dos, que es representar fracciones, se presenta en la tarea 3, un 26% de los evaluados en el nivel insuficiente, un 41% en nivel mínimo, el 18% en nivel

satisfactorio y un 15% en nivel avanzado, mientras que en la tarea 4 hay un 18% en el nivel insuficiente, el 24% en el nivel mínimo, el 38% en el nivel satisfactorio y el 21% en el nivel avanzado estableciendo que los estudiantes poseen medianamente la habilidad para representar fracciones

Ahora, en la habilidad tres, que es resolver las operaciones básicas, se puede ver que en la tarea cinco el 53% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 9% en nivel mínimo, el 15% en nivel satisfactorio y el 24 % en nivel avanzado, por otro lado, en la tarea seis el 38% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 38% en nivel mínimo, el 12% en nivel satisfactorio y el 12 % en nivel avanzado. Tal como sucede en el Centro Social, los estudiantes del ITEY en su gran mayoría tienen dificultad en la habilidad de resolver operaciones básicas con fracciones, ya que al momento de realizar los algoritmos de las operaciones básicas los estudiantes hacen sumas y restas entre numeradores y entre denominadores, en el producto elaboran multiplicaciones de numeradores entre numeradores, de numeradores con denominadores y los ubican en el lugar equivocado, de igual forma proceden en la división.

En cuanto a la habilidad cuatro, usar las operaciones básicas con fracciones en contexto, la tarea 7 evidencia que el 85% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 9% en nivel mínimo, el 3% en nivel satisfactorio y el 3% en nivel avanzado, mientras que en la tarea ocho el 62% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 26% en nivel mínimo, el 9% en nivel satisfactorio y el 3% en nivel avanzado, por consiguiente, se puede determinar que la mayoría de los estudiantes no utilizan en forma adecuada las operaciones básicas con fracciones en contexto, de manera especial la adición y la sustracción.

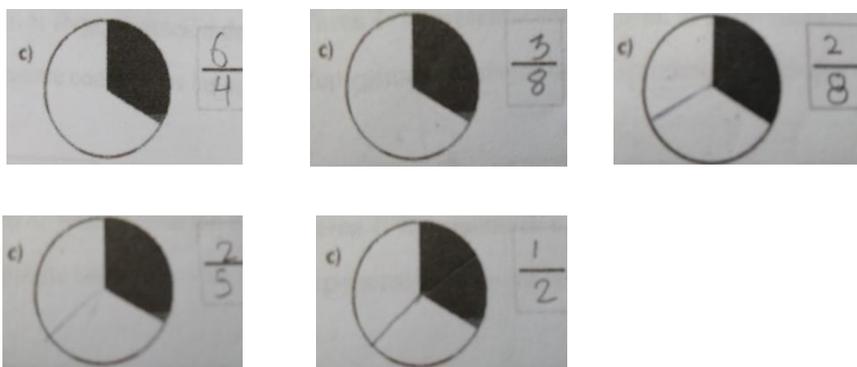
Para la habilidad cinco, usar las fracciones como operador, se puede decir que en la tarea nueve el 76% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 24% en nivel avanzado, y en la tarea diez el 79% de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 6% en nivel mínimo y

el 15% en nivel avanzado. En esta tarea la mayoría de los estudiantes no tienen en cuenta la fracción como operador, ya que no tienen claro cómo realizar las operaciones para determinar la transformación de la cantidad dada a la cantidad solicitada. En esta habilidad los resultados son similares a los obtenidos en el colegio Centro Social, dejando en evidencia que los estudiantes presentan deficiencias para trabajar la fracción como un operador mostrando un gran nivel de dificultad al momento de realizar actividades con material manipulativo, ya que, al hacer uso de este, realizaron una representación de la fracción, es decir, colocaron tres canicas en un lado y debajo de ese, otro grupo con las canicas indicadas en el denominador.

Partiendo del análisis hecho a cada una de las respuestas dadas por los estudiantes a las preguntas del instrumento, se encontró que hay algunos aparentes errores los cuales se describen a continuación:

#### Figura 14

*Error de conceptualización encontrados en el literal C de la tarea 1.*



*Nota:* La figura muestra las imágenes de los errores encontrados en el literal C, de la tarea 1, presentada en la prueba diagnóstica correspondiente al tema de fracciones.

Fuente: Elaboración propia.

La gráfica anterior muestra que en la tarea uno, la dificultad se encuentra en el literal c, donde se da la gráfica de una fracción para que el estudiante la identifique y escriba al frente a qué fracción corresponde la parte sombreada, podemos observar que la dificultad se presenta ya que la unidad o el todo no está fraccionado, quedándole incorrecto a 46

estudiantes de los 66 evaluados, es decir, el 70% de los evaluados cometió el error, lo que denota que hay poca comprensión del concepto de fracción, por medio de la representación gráfica.

### Figura 15

*Error procedimental encontrados en la tarea 5.*

Nota: La figura muestra los errores encontrados en la tarea 5, relacionado con operaciones básicas en las fracciones. Fuente: Elaboración propia

Otra aparentemente dificultad, se encontró en la tarea cinco, al momento de realizar el algoritmo para la adición y la sustracción de fracciones, se observa que hacen dichas operaciones de frente, es decir, suman y restan los numeradores y hacen lo mismo con los denominadores como se evidencia en las imágenes anteriores.

En los literales a y b incurrieron en el error 45 estudiantes, es decir, el 68% de los jóvenes que presentaron la prueba, mientras que en el punto c presentan dificultad 48 niños que corresponden al 72% y en ejercicio d se equivocaron 44 de los 66 examinados, lo cual representa el 67%. De igual forma, en la tarea seis también hay la dificultad en el momento de realizar el algoritmo con las operaciones del producto y el cociente de fracciones, como se puede observar a continuación.

**Figura 16**

*Error procedimental encontrados en la tarea 6.*

a)  $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{5}$   
 b)  $\frac{5}{9} + \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$   
 c)  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{12}$   
 d)  $\frac{9}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{15}{53}$

a)  $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{20}{5}$      $\frac{8}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{40}{10} =$   
 b)  $\frac{5}{9} + \frac{3}{2} = \frac{170}{27}$      $\frac{15}{27} + \frac{18}{27} = \frac{170}{27}$   
 c)  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{12}$   
 d)  $\frac{9}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{945}{35}$      $\frac{63}{35} \div \frac{15}{35} = \frac{945}{35}$

*Nota:* La figura muestra las imágenes fotográficas de los errores encontrados en la tarea 6, sobre el tema en operaciones básicas en las fracciones. Fuente: Elaboración propia.

Viendo el desarrollo de los literales a y c relacionados con el producto, se encontró que 24 y 23 estudiantes respectivamente tienen dificultades, mientras que en los ítems b y d donde se evalúa el cociente, los errores fueron cometidos por 40 y 39 niños lo que representa el 60% a los evaluados. En la foto de la izquierda se ve que los estudiantes desarrollan las dos operaciones aplicando el proceso de multiplicación en cruz, con la diferencia que en el producto los resultados los ubican cruzados y en el cociente no, y en la foto de la derecha se nota que aplican el método de convertir las fracciones dadas a fracciones homogéneas para luego multiplicar los numeradores y dejar intacto el denominador común.

**Figura 17**

*Error conceptual encontrados en la tarea 7 literal c.*

Sara y Diego están comiendo de la misma torta. Sara comió  $\frac{2}{4}$  y Diego  $\frac{3}{8}$ .  
 a) ¿Qué fracción de la torta comieron entre los dos?  
 $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{12}$  entre los dos comieron  $\frac{5}{12}$  de torta.

a) ¿Qué fracción de la torta comieron entre los dos?  $\frac{5}{12}$   
 $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{12}$  = Sara Diego

c) ¿Qué fracción de la torta quedó? la fracción que quedó fue  $\frac{5}{12}$   
 $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{12}$

c) ¿Qué fracción de la torta quedó?  
 $\frac{3}{8} - \frac{2}{4} = \frac{12-16}{32}$

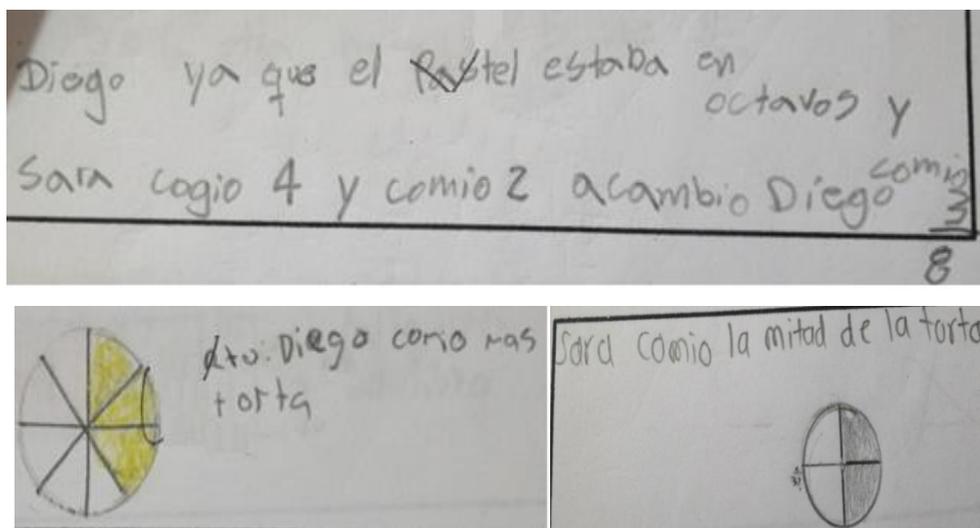
c) ¿Qué fracción de la torta quedó?  
 $\frac{5}{8}$

*Nota:* La figura muestra una imagen fotográfica de la tarea 7, donde se nota una aparente dificultad al no identificar el tipo de operaciones con fracciones, responde de forma incorrecta, literal c. Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, en la tarea siete, en los literales a y c, se ve reflejada la dificultad que se halló en la tarea cinco, ya que en esta actividad debían realizar una adición y una sustracción de fracciones respectivamente, cometiendo el mismo error. A parte en el literal c, 58 estudiantes, es decir, el 88% no identificaron que operación era la que debían realizar para poder resolver la situación, llegando incluso a realizar gráficas que no conducen a la solución de la misma. En el literal b se encontró que el 71%, o sea 47 estudiantes no respondieron, dejaron el espacio en blanco, hicieron operaciones sin sentido alguno o escribieron el nombre de diego argumentando que tenía 8 y se comía tres, que eso era más que lo que le corresponde a Sara.

### Figura 18

*Error conceptual encontrados en la tarea 7.*



*Nota:* La imagen muestra una fotografía de la tarea 7, donde se evidencian errores en las respuestas en la resolución de problemas sobre fracciones. Fuente: Elaboración propia.

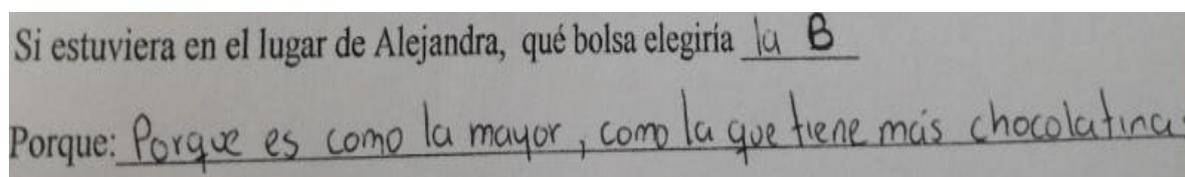
Y en el ejercicio d de esta tarea, hay 62 jóvenes, o sea el 94% de los evaluados que lo que hizo fue graficar la fracción que correspondía a Sara, sin tener en cuenta que se pedía el porcentaje de torta que ella comía.

Al igual que en lo anterior, en la tarea ocho el error se encuentra en el desarrollo del algoritmo de la adición y de la sustracción, además de la falta de comprensión para saber cuál de las dos operaciones es la que se debe emplear para poder dar respuesta al ejercicio planteado. En los puntos c y d la dificultad la presentan respectivamente 56 y 54 jóvenes, representando el 85% de la muestra evaluada.

Al desarrollar la tarea 9 la dificultad radica en la poca interpretación del problema, ya que, al realizar la lectura para dar la solución, se guiaron por la mayor cantidad de chocolatinas que había en la bolsa B, error cometido por el 76% de los evaluados.

### **Figura 19**

*Error conceptual y procedimental encontrado en la tarea 9.*



Si estuviera en el lugar de Alejandra, qué bolsa elegiría la B  
 Porque: Porque es como la mayor, como la que tiene más chocolatinas

*Nota:* En la figura se muestra una imagen fotográfica donde se observa el error encontrado en el análisis de la respuesta de la tarea 9. Fuente: Elaboración propia.

Y en el ejercicio de la tarea 10, la dificultad se encontró al tratar de desarrollar esta habilidad con material manipulable, los estudiantes elaboran mentalmente las operaciones y sólo seleccionan la cantidad de bolas correspondientes a la solución, no realizaban el procedimiento manual de seleccionar el total de bolas, luego armar los grupos para extraer de ellos la cantidad indicada, además se notó que representaban la fracción usando el material dado y no sabían cómo proceder de ahí en adelante.

Una vez terminado el análisis de los resultados de las pruebas saber y del diagnóstico, se puede concluir que en las Instituciones Educativas Centro Social e ITEY de Yopal-Casanare, hay un nivel insuficiente de desempeño en el desarrollo de las habilidades relacionadas con el pensamiento numérico, de manera puntual en el aprendizaje de resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Con base a los registros y observaciones de la problemática encontrada en el área de las matemáticas, se planteó llevar a cabo un proyecto de intervención que contribuya a potenciar el aprendizaje de las fracciones, basado en la resolución de problemas y la historia de la matemática a través de una propuesta didáctica, en este particular, vale aclarar que según Solís (2004), “una propuesta didáctica es un conjunto de proposiciones o ideas para lograr determinado fin dentro del proceso de enseñanza aprendizaje”. (p. 80).

De forma específica, se seleccionó para el presente estudio el Instituto Técnico Empresarial el Yopal, ITEY, ubicado en Carrera 21 No 39-05 Aerocivil. Esta institución plantea desde su Proyecto Educativo Institucional, PEI (2014), un modelo pedagógico social cognitivo, es por ello que se propone en su horizonte institucional, la misión de: “es formar personas con calidad humana, académica, sentido de pertenencia con la institución, compromiso social, ambiental, con programas especiales de inclusión para población en condición de vulnerabilidad, capaces de convivir, participar y generar cultura empresarial”. (p. 14)

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar la siguiente pregunta: ¿Cómo favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción a partir de la resolución de problemas y de la historia de la matemática?

Por tal razón el proceso de intervención se llevará a cabo durante el desarrollo de períodos escolares 2019 a 2021, en la Institución Educativa ITEY durante el tercer periodo

académico del año 2020, con los 32 estudiantes del grado 5 E, de los cuales, 11 tienen 10 años, 15 tienen 11 años, 5 tienen 12 años y uno 13 años de edad, todos con un estrato socioeconómico entre 1 y 2.

Se planteó como objetivo general:

Desarrollar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de quinto grado del instituto técnico empresarial el Yopal.

Acorde con el objetivo, el campo de acción se enmarca en el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática. Para ello se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Explorar los elementos de la historia que favorecen el aprendizaje de las matemáticas para el diseño de actividades dirigidas a la apropiación y comprensión del concepto de fracción en estudiantes de grado quinto de básica primaria.
- Aplicar actividades apoyadas en el uso de la historia y la resolución de problemas como mediadoras del aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de grado quinto de la I.E. ITEY del municipio de Yopal.
- Valorar los avances de los estudiantes de quinto grado de la I.E. ITEY del municipio de Yopal en la apropiación y comprensión del concepto de fracción.

## **CAPITULO 2. ESTADO DEL ARTE**

El estado del arte representa las visiones que configuran los aspectos teóricos necesarios para la fundamentación de la investigación. Podría decirse como expone Uribe (2002), el estado del arte es una investigación sobre la producción investigativa de un determinado fenómeno, pues en el mismo, se desarrolla la descripción, explicación o comprensión de conocimientos sobre el saber acumulado, por tanto constituye un elemento básico e indispensable que definen la estructura de la investigación a fin de lograr el objetivo planteado: desarrollar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de grado quinto del instituto técnico empresarial el Yopal.

### **2.1. Referentes de la investigación**

En los planteamientos que se exponen a continuación sobre los referentes de investigación, se examina la importancia de estudios que ofrecen alternativas, reflexiones e interpretaciones actuales sobre tema a estudiar. En este sentido se describen de forma general los aportes más significativos de antecedentes investigativos que orientan el marco de teorías y metodologías sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática para la comprensión del tema de fracciones.

#### **2.1.1. Guía didáctica para el aprendizaje de fracciones para sexto año de educación general básica mediante herramientas de autor**

Este trabajo investigativo de Quija (2019), para el grado de Maestría, planteó el propósito fortalecer el rendimiento académico de los estudiantes mediante un aprendizaje interactivo, cooperativo y significativo, apoyado con las herramientas tecnológicas que ofrece

el internet, el cual tiene pertinencia con la Didáctica del área de la Matemática especialmente en el estudio de las Fracciones (números fraccionarios).

El proceso metodológico se guio el enfoque mixto, utilizando datos cuantitativos y cualitativos para obtener resultados exactos y contrastar mejor las respuestas obtenidas, a través del Método histórico – lógico, Método análisis – síntesis, Método análisis bibliográfico. Entre las técnicas se utilizó la encuesta, la observación y el análisis de documentos bibliográficos.

Se trabajó con una muestra intencional: 3 docentes de aula del sexto año de EGB, 2 autoridades: Rectora y vicerrectora, 84 estudiantes y 84 padres de familia de la Unidad Educativa Domingo Faustino Sarmiento; el tamaño de muestra de los estudiantes y padres de familia se determinó mediante los criterios de intencionalidad: accesibilidad a los estudiantes; promedios académicos en el área de Matemática. Para lo cual se utilizaron instrumentos como la entrevista y el seguimiento de valoraciones de la guía didáctica

Los resultados generados en las evaluaciones, encuestas y el análisis de los referentes bibliográficos encaminados al objeto de estudio, se pretende: Elaborar una guía didáctica que contribuya al fortalecimiento del aprendizaje de las fracciones mediante el empleo de TIC para estudiantes de Sexto Año de Educación General Básica. En la metodología del proyecto investigativo se ajustó al enfoque mixto, debido a que se trabaja con datos cuantitativos y cualitativos para contrastar mejor los resultados obtenidos y fundamentada en una teoría conductista, constructivista y conectivista conjugada en una triangulación docente, estudiante y el conocimiento. Se evidenció que el proyecto genera en el estudiante motivación por aprender, fortalece la destreza lógica matemática y refuerza los valores a través de la utilización de recursos didácticos tecnológicos, además favorece la participación grupal de los estudiantes de la Unidad Educativa, en un ambiente armónico a favor de una educación de calidad y calidez.

Con base a los resultados, en lo que respecta a la guía didáctica se concluyó que fortalece en el docente la capacidad de interactuar con la tecnología para ponerlo en práctica en el aula,

ya que enriquece el accionar pedagógico y didáctico, además fortalece la investigación y la creatividad. Por parte de los estudiantes la implementación de la guía didáctica digital fortalece la motivación por aprender, ya que las herramientas resultan novedosas para los estudiantes, además les resulta interactivo y dinámicos los ejercicios.

El referente mencionado, representa un aporte significativo para el proyecto, pues desarrolla planteamientos y aspectos teóricos de la problemática en el aprendizaje de fracciones, asimismo, orienta de forma metodológica la prosecución de procedimientos a través del enfoque mixto, con los respectivos técnicos de análisis cualitativas y cuantitativas que favorecen el tratamiento antes y después de la implantación de la unidad didáctica que se pretende proponer.

### **2.1.2. La fracción como medida y como operador: una experiencia de diseño de actividades didácticas**

Este artículo de Vásquez, Armenta y Romero (2019), planteó como propósito diseñar, implementar y evaluar actividades didácticas para favorecer la construcción de significados de la fracción como medida y como operador en niños de sexto grado de primaria (11-12 años). Se utilizaron los planteamientos de Lamon (2012) sobre los significados de las fracciones como marco referencial para orientar el diseño y llevar a cabo un análisis a priori de las actividades diseñadas.

La implementación de las actividades se llevó a cabo con un grupo de 32 estudiantes de sexto grado de primaria. La propuesta está apoyada en el uso de tecnología digital y plantea momentos de trabajo individual, en equipo y grupal; y de acuerdo con la evaluación de la implementación, esta estructura funcionó para el diseño y el desarrollo de las actividades.

Las actividades se implementaron en una escuela privada con un grupo de 32 estudiantes de sexto grado. Cada estudiante contó con un juego completo de las hojas de trabajo diseñadas

y sus materiales correspondientes. Para las actividades en equipo se organizaron grupos de tres o cuatro estudiantes y a cada equipo se le asignó una computadora. En total, la implementación se llevó a cabo en doce sesiones de 45 minutos cada una, seis sesiones por cada significado.

Para la obtención de la información se elaboraron hojas de trabajo que presentaban las respuestas individuales de los estudiantes, para luego analizarla con los datos en conjunto, después de la implementación de la secuencia didáctica y se realizó comparando las respuestas registradas por los estudiantes con la descripción que se tenía producto del análisis a priori. Las respuestas se organizaron por niveles de desempeño distinguiendo tres niveles: nivel alto, regular y bajo.

Entre los resultados se observó que los estudiantes respondieron con mayor éxito las actividades de medida, lo cual consideramos que esto se debe a que los estudiantes contaban con experiencias que les permitían avanzar en su desarrollo; lo cual no sucedió en el caso de las actividades para promover el significado de operador. Consideramos que el sentido dinámico que caracteriza a este significado, por ejemplo, cuando se trata de alargar o acortar segmentos de recta debe favorecerse incluyendo un applet que enfatice este efecto. Enseguida se muestran algunas respuestas clasificadas con distintos niveles de desempeño para las actividades enfocadas al significado de medida.

En conclusión, se determinó que las actividades diseñadas sí favorecieron la construcción de significado, incluso en aquellos elementos donde fue difícil implementar la estructura de diseño (trabajo a lápiz y papel, uso de tecnología y lápiz y papel) se presentaron dificultades menores en el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes. Se podría extender el significado desarrollado, diseñando recursos de apoyo adicionales, como hojas de trabajo y applets.

Se reconoce esta investigación como pertinente con el presente estudio, puesto que se diseña una secuencia didáctica con el tema de las fracciones y se trabaja en un enfoque mixto

para el análisis y discusión de los resultados, lo que permite orientar los procedimientos metodológicos, el uso de instrumentos de recolección de información y el tratamiento de los resultados.

### **2.1.3. Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de los números racionales en 2º de la ESO.**

Tesis de maestría presentada por Álvarez (2017), en la Universidad Internacional de La Rioja, España, en la cual se planteó el objetivo principal de diseñar una propuesta de aula para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de los números racionales en 2º ESO a partir de la metodología cooperativa. El trabajo describe las deficiencias de la enseñanza tradicional por el descontento de las comunidades educativas en cuanto a los resultados de las pruebas en matemática y la desmotivación de los estudiantes en esta área, por lo que suponen un cambio a metodologías más participativas y significativas como la metodología cooperativa, centrada principalmente en la teoría de Romero (2003).

La metodología de la investigación se orientó con los pasos de construcción de una unidad didáctica, planeación de objetivos, con temas relacionados a las propiedades de números fraccionarios y operaciones, con sus respectivas competencias claves, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje con enfoque en el aprendizaje cooperativo, en tal sentido se elaboraron instrumentos basados en pruebas grupales e individuales, trabajo diario en clase y tareas evaluados a través de una rúbrica y una rúbrica sobre la labor docente con la unidad didáctica. La población estuvo conformada con los alumnos del 1º ciclo de la etapa ESO 2º curso.

Entre las conclusiones se determinó que la unidad didáctica enfoca un adecuado trabajo de conceptos matemáticos, permitió conocer experiencias en el aula y fenómenos típicos asociados al tema de fracciones, de manera que la metodología empleada y los procesos de

aprendizaje desarrollados en la unidad didáctica resultaron muy efectivos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, el proyecto favoreció el rendimiento y aprendizaje profundo de los conocimientos propuestos en la unidad didáctica dado a sus características abierta y flexible los estudiantes van tomando consciencia de su propio proceso de aprendizaje apoyándose en los compañeros que dominan los contenidos.

Esta investigación ofrece un aporte significativo en cuanto, a la descripción y planteamiento de la problemática sobre el aprendizaje de la matemática, particularmente los temas relacionados a las fracciones, considerando las dificultades que persisten con la educación tradicional y los cambios a nuevas metodologías desde el diseño y construcción didáctica llevadas a cabo por el docente de matemática para mejorar su práctica diaria.

#### **2.1.4. Identificación de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones y la resolución de problemas en Educación Primaria**

Rodríguez (2019), este trabajo consiste en el diseño de una secuencia didáctica basada en el uso de material manipulativo con el objetivo de disminuir las dificultades que presenta el alumnado a la hora de trabajar la fracción como parte-todo, como operador, como reparto equitativo, las fracciones equivalentes y la resolución de problemas.

Para ello, se realizó una búsqueda de información sobre cuáles son las dificultades más comunes que suelen presentar y sobre qué estrategias y pasos seguir para la enseñanza de estos conceptos. De allí se detectó que algunos investigadores sugieren trabajar siempre con situaciones de la vida cotidiana y siempre con ayuda de dibujos y material manipulativo, puesto que los conceptos no suelen quedar claros.

La metodología se enmarcó en un tipo de investigación cuasi-experimental con la formación de un grupo control y un grupo experimental y la aplicación de test antes y después de la implementación de la secuencia didáctica diseñada. Una vez conocidas las dificultades

más comunes, hemos diseñado una secuencia didáctica para un grupo de alumnos de 5° de Educación Primaria, que consiste en un pre-test, en el que observamos cuáles son las dificultades que presentan los alumnos a la hora de trabajar con fracciones.

Los resultados después de realizadas las dos sesiones de enseñanza en las que se reforzará el conocimiento de estos conceptos con material manipulativo, con el objetivo de reducir esas dificultades y, finalmente, un post-test, lo que evidencia lo efectivo del material propuesto. Finalmente, se concluyó que el aprendizaje más significativo se logró con la ayuda de material manipulativo, además de que este ayuda a que los alumnos estén más motivados y muestren más interés a la hora de trabajar estos conceptos.

El referente descrito es de gran relevancia pues aporta aspectos sobre las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones que se deben considerar para el planteamiento del problema, además elementos teóricos y secuencias metodológicas con cuantitativos que permiten orientar los procedimientos estadísticos a fin de comparación entre el diagnóstico y postest, que servirán al desarrollo de la discusión de los datos, la elaboración de conclusiones y recomendaciones finales en la investigación, por tanto se considera un antecedente significativo para el desarrollo del estudio.

### **2.1.5. Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria**

Este artículo de Ávila (2019), se presentan los resultados de una investigación documental cuyo objetivo fue poner de relieve los aspectos valiosos y las debilidades de tres propuestas curriculares para la enseñanza de las fracciones. Fundamentado en autores como: Kieren (1988), Real, Gómez y Figueras (2013), Kerslake (1986), entre otros.

La metodología de revisión documental se centró en el acercamiento sucesivo con la búsqueda y recopilación de planes de estudio, programas, guías para docentes y libros de texto gratuitos de matemáticas distribuidos por la Secretaría de Educación Pública en el período ya señalado. , la identificación de contenidos, aprendizajes esperados y secuencias de enseñanza vinculados a las fracciones, propuestos en los distintos materiales, el análisis de los planteamientos curriculares y las lecciones dedicadas a las fracciones con base en el marco conceptual elegido.

El análisis se hace mediante identificación de los sub-constructos del número racional considerados en cada oportunidad, así como el tránsito entre el conocimiento informal (etnomatemático) y el técnico-simbólico identificados en los tres currículos y libros de texto oficiales utilizados entre 1960 y 2011 en la educación primaria mexicana. El acercamiento se sustenta, esencialmente, en la conceptualización de Thomas Kieren respecto de: a) los sub-constructos que constituyen un conocimiento cabal de las fracciones, y b) el trayecto deseable entre el conocimiento informal y el técnico-simbólico también sugerido por este investigador.

Se considera que el trabajo aporta una metodología útil para analizar las propuestas curriculares y la enseñanza de estos números; también se pone de relieve que al elaborar nuevos planteamientos educativos es pertinente recuperar las lecciones del pasado si el interés no es la innovación sino la mejora de la enseñanza.

Lo relevante de la investigación se plantea desde la comprensión de los tipos de actividades adecuadas para trabajar con las fracciones por lo que se consideran los elementos básicos de nociones, propuestas para la interpretación de los números racionales, actividades con aprendizaje de entendimiento, representaciones semióticas, problemas referentes a fracciones y proporcionalidad entre otros aspectos teóricos importantes.

### **2.1.6. Propuesta de una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa para lograr aprendizajes significativos en niños y niñas del grado tercero de la básica primaria**

El presente trabajo de maestría de Ospina y García (2019), que se planteó fortalecer a los estudiantes para que comprendan la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa por medio de una unidad didáctica para lograr aprendizajes significativos en un grupo de alumnos del grado tercero de Básica Primaria.

Consistió en una revisión bibliográfica y profundización teórica sobre la resolución de problemas, pensamiento aditivo y multiplicativo, estructuras aditivas y multiplicativas, unidad didácticas, estrategias didácticas y aprendizaje significativo, Bajo el sustento de teoría de autores como son; Pólya (1989), Taha (2007), Pifarré y Sanuy (2001), que concluye con el diseño de una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa basada en el aprendizaje significativo en el grado tercero de Básica Primaria, con una muestra conformada de 15 estudiantes, 9 niñas y 7 niños; escogidos por azar en la institución educativa Juan Lozano Sánchez, perteneciente a la zona rural, algunos son proceden de veredas vecinas como: Coyarcó, Floral, Mesas de San Juan, Mesas de Inca, y Chenche.

La metodología es de corte cualitativo, enfocado en un estudio en el contexto socioeducativo encausa la acción del investigador a retomar las prácticas cualitativas, que se desarrolla a través del diseño de la investigación –acción (IA) que hacen posible reconocer las problemáticas del contexto.

Los resultados arrojan una buena perspectiva que a través de estrategias didácticas se puede mejorar el aprendizaje de la adición a la multiplicación en un 100%, por consiguiente, la unidad didáctica permitió planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un

elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad.

Entre las conclusiones se destaca que la aplicabilidad de la unidad didáctica, ayuda al trabajo en grupos donde los niños describirán, escucharán, discutirán, negociarán, planificarán y se evaluará destrezas en la resolución de problemas, donde se vea implicada las estructuras aditivas y multiplicativas, conllevando a un aprendizaje significativo.

Este referente nacional, con aportes significativos y estrechamente relacionados con la presente investigación, principalmente en el planteamiento de la problemática en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, los pasos en el diseño y elaboración de la propuesta de intervención a través procesos metodológicos guiados con el enfoque de la investigación-acción, que permitieron orientar los procedimientos, análisis e interpretación de los resultados.

### **2.1.7. Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: análisis del discurso y prácticas pedagógicas.**

El artículo científico de Reséndiz y González (2018), cuyo propósito se planteó presentar un estudio de caso acerca de la enseñanza de fracciones en el Tercer Grado de Primaria. Se analizan los recursos discursivos empleados por el docente, sus estrategias, así como la interacción con sus estudiantes, al momento de darse el primer acercamiento formal al estudio de fracciones. Para este cometido la investigación se fundamentó en autores como: Fazio y Siegler (2010) Cortina, Zúñiga y Visnovska, (2013), Fandiño (2014),

En esta investigación es de tipo cualitativo y de corte etnográfico, ya que analiza y profundiza el papel del discurso en el aula. Presentando un estudio de caso sobre la enseñanza de fracciones en un grupo de 14 alumnos en total, de los cuales, cinco son niñas y nueve son

niños; todos pertenecen al grupo de primaria del turno vespertino 3° B, y sus edades oscilan entre los ocho y nueve años.

En cuanto a los resultados, se encontró que los estudiantes siguen teniendo dificultades al momento de operar con fracciones, optando en ocasiones en realizar la conversión de fracciones a número decimal, e incluso, ni siquiera enfrentar el reto de operar con ellas. No se descarta la existencia de problemáticas conceptuales generadas por esta definición, y reconocemos que se debe ser muy cuidadoso al momento de la conceptualización inicial de las fracciones.

Se determinó que es fundamental la diversificación en las estrategias y el material con el cual se imparte este tema, para una mejor comprensión y desarrollo de la noción de fracción., por lo que es necesario considerar la utilización de material concreto, que permita a los estudiantes el enriquecimiento de la noción de fracciones. Es decir, plantear actividades más cercanas al contexto de los estudiantes, que resulten más significativas, ayudándoles a comprender qué es lo que realmente ocurre cuando se fractura un objeto o varios objetos

### **2.1.8. Desarrollo de habilidades para el aprendizaje de las fracciones por medio de la manipulación de objetos y las tecnologías en los alumnos de quinto grado de primaria**

Valdovinos (2014), en su investigación de la Maestría en Educación, planteó la problemática sobre la deficiencias que presentan los estudiantes de primaria para ejecutar operaciones con fracciones, y ante esta necesidad propuso un plan que garantice que el tema de las fracciones sea comprendido y así los alumnos resuelvan con éxito los problemas cotidianos que se les presenten, para ello se planteó el objetivo general de Desarrollar habilidades para el aprendizaje de las fracciones por medio de la manipulación de objetos y las tecnologías en los alumnos de quinto grado de primaria.

La metodología se orientó por el diseño de un Curso-taller, conformado por cinco sesiones apoyadas con el uso del libro de texto gratuito, ejercicios diseñados, libro Integrado SM, material didáctico y un sitio web, considerando su seguimiento con métodos cualitativos y cuantitativos para el análisis de los resultados. La población estaba conformada por un grupo de quinto año grupo C, de la escuela “19 DE OCTUBRE” conformado por 31 alumnos 17 niñas y 14 niños. En la propuesta se plantearon los temas sobre: Concepto y representación de fracciones, expresar fracciones de forma verbal y escrita en situaciones de reparto, Suma y resta de fracciones, comparación de fracciones e identificación de equivalencias, equivalencia de fracciones. Entre las técnicas e instrumentos de recolección de información se realizaron a través de la observación y el seguimiento de pruebas diagnósticas, pruebas de selección múltiple, rúbrica, prácticas en sitio web, diario de campo, portafolio de evidencias. Se realizaron evaluaciones: heteroevaluación, autoevaluación y coevaluación.

Los resultados fueron favorables para el aprendizaje de las fracciones, de ellos se concluyó que estos lograron un cambio radical en la clase típica de matemáticas, se pudo constatar el cambio sustancial, al escuchar comentarios como “fue muy divertida la clase”, “se me fue el tiempo volando”, “es muy fácil”, “me encantan las matemáticas” etc.; igualmente la evaluación confirmó el cambio positivo al implementar una didáctica diferente a la clásica, al evidenciar a niños capaces de comprender y solucionar cuestiones cotidianas relacionadas con las fracciones.

El referente ofrece un aporte valioso, puesto que vislumbra la situación desde los antecedentes y definición del problema sobre el aprendizaje de números fraccionarios en el contexto de la educación primaria, además permitió fortalecer los fundamentos de la metodología de investigación desde un enfoque mixto, utilizando métodos cualitativos y cuantitativos. Se destaca además en sus conclusiones la innovación y los beneficios de trabajar secuencias didácticas contextualizadas a los intereses y particularidades de los estudiantes.

### **2.1.9. Identificando el concepto "fracción" estudiantes de la escuela primaria: la investigación en Vietnam**

Loc, Tong y Chau (2017), artículo científico presentado en la Revista Educational Research and Reviews, plantea el objetivo del estudio es dar respuesta a la pregunta ¿Identifican el concepto de fracción los estudiantes de la escuela primaria? Los resultados obtenidos ayudarán a que reconozcamos las limitaciones de cómo introducir el concepto de fracción en los libros de texto, y saber Estudiantes vietnamitas „dificultades y errores cometidos; esta será una lección útil para aumentar la calidad de la enseñanza matemáticas en la escuela primaria. Se basó la teoría en autores como: Butto, 2013; Charalambous y Pitta-Pantazi 2007; Clarke et al., 2007; Tunç-Pekkan, 2015; Hansen et al., 2017.

La población estaba constituida por estudiantes de 5° y 4° en escuelas primarias de las provincias del delta del Mekong – Vietnam. La suma de estudiantes en 15 grados fue 478. Además, estudiaron el contenido de las fracciones, las propiedades y los cálculos con fracciones. Esto tuvo lugar desde enero de 2016 hasta marzo de 2016

En esta muestra se observaron las dificultades y errores que cometen los estudiantes al resolver ejercicios relacionados con el concepto de fracción. Participan del estudio 478 estudiantes de cuarto y quinto grado de siete escuelas de Vietnam. Se aplicó un instrumento que consto de tres preguntas realizadas a los estudiantes, la pregunta 1 y 2 tuvo por objetivo evaluar la capacidad de los estudiantes para identificar la “fracción” dada por imágenes. En el caso de la pregunta 3, el objetivo fue evaluar la capacidad de los estudiantes para identificar la "fracción" y realizar la suma dada por las imágenes.

Luego de analizar las respuestas erróneas de los estudiantes, concluyen que algunas de las razones que pueden explicar las dificultades y errores que cometieron los alumnos son las siguientes: Los alumnos de primaria aprendieron el concepto de fracción intuitivamente y

de manera informal. Estudiaron este concepto observando figuras, no por definición formal de fracción, en los ejercicios del libro de texto de los alumnos se observa que para identificar la "fracción" no hubo ejercicios considerados como ni ejemplos de un todo dividido en partes desiguales como en la pregunta 1, ejercicios muy útiles para que los estudiantes entiendan el concepto.

En la noción de una fracción en sí misma es un concepto difícil porque está relacionada con el concepto de números racionales, por lo tanto, para comprender el concepto de fracción, los estudiantes deben hacer varios ejercicios relacionados. Debido al hábito de hacer matemática en un entorno de número natural anterior, los estudiantes también cometen fácilmente los errores debido a su confusión de las fracciones con números naturales. De estos resultados se concluyó que varios estudiantes carecen del sentido de tamaño en relación con las fracciones, en general los alumnos recurren a los conocimientos de los números naturales para resolver las tareas propuestas, centrándose por separado en numerador y denominador.

El artículo de investigación expuesto anteriormente, aporta a este estudio, sustentabilidad en cuanto al planteamiento referido a la enseñanza y aprendizaje del tema de fracciones. Asimismo, guarda relación en cuanto a la problemática en la básica primaria planteando en sus conclusiones evidencias de las deficiencias de los estudiantes en las competencias matemáticas en este tema, vista desde otros países, de investigación.

#### **2.1.10. Incidencia de dos estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones**

Guerrero y Castro (2018), tesis de maestría que planteó establecer la incidencia de dos ambientes de aprendizaje, uno que incorpora la estrategia ejercitación y práctica frente a otro que incorpora la estrategia de hipertexto, en la resolución de problemas sobre producto de

fracciones para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Desarrollado a través de las teorías de Vergnaud (1983), Freudenthal (1983) Kieren (1976) y Behr (1983), entre otros.

Se realizó un análisis cuasi-experimental, de tipo descriptivo para especificar las características del estudiante al observar su desempeño en las diferentes etapas de resolución de problemas matemáticos que involucren operaciones de producto con números racionales. La población se conformó de 97 estudiantes de grado séptimo, distribuidos en tres cursos, es decir, corresponde a una muestra por conglomerados.

Para el experimento se presentan tres grupos, el grupo experimental uno, trabaja con la estrategia práctica y ejercitación, el grupo experimental dos trabaja con la estrategia hipertexto, que trabajan sobre preguntas diseñadas bajo los cuatro pasos de resolución de problemas de Pólya, mientras que el grupo control al momento de la intervención no trabaja los problemas con preguntas diseñadas bajo los cuatro pasos de resolución de problemas de Pólya.

El análisis de datos se realizó en dos partes, la primera parte fue la etapa de intervención o práctica del estudiantado a través de las dos estrategias ejercitación y práctica e hipertexto, estas se compararon por medio de la prueba T para muestra independientes, posteriormente se evaluaron los resultados finales en donde se empleó una prueba de covarianza entre las dos estrategias antes mencionadas.

Resultados evidenciaron en el grupo control no tuvo ninguna instrucción en los procesos de resolución de problemas, al compararse con el grupo ejercitación y práctica si existe una diferencia significativa, lo que permite afirmar que los procesos de resolución de problemas permiten un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de los problemas tipo fracción como operador. Así como también, se obtuvieron mejores resultados obtenidos en la intervención fueron los de la fase examinar la solución, que maneja el modelo de representación de lenguaje gráfico, en consecuencia, hace falta trabajar en los procesos de interpretación entre el lenguaje

verbal al lenguaje simbólico, en los contenidos curriculares, se recomienda hacer estudios posteriores a este tema

Se puede concluir que construir estrategias que ejemplifiquen cómo se puede hacer esa transferencia de contenidos a la solución de un problema si representa un mayor nivel de aprendizaje para el desarrollo de problemas fraccionarios. Finalmente se determinó que el sistema de ejercitación y práctica se crea para instruir a los estudiantes sobre los conceptos presentados en el aula por el profesor, la ventaja de este sistema está en el refuerzo cognitivo, este se daba seguidamente cada vez que el estudiante resolvía una pregunta del problema, mientras que en la estrategia hipertexto el estudiante podía navegar libremente sin ninguna limitación sobre los contenidos.

El estudio reseñado tiene valor pertinente con el presente trabajo, al desarrollar la temática y la intervención relacionada con el área de la matemática, especialmente, la propuesta de trabajo con de resolución de problemas de Pólya. Asimismo, orienta procedimientos metodológicos en el análisis descriptivo de las actividades y sus respectivas comparaciones a fin de emitir juicios concluyentes.

#### **2.1.11. Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento**

La tesis de maestría en Educación con énfasis en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Medellín presentada por, Calderón y Quiroz (2018), plantea el objetivo de analizar un modelo de aprendizaje del sistema de los números racionales al implementar una unidad didáctica validada y fundamentada en la teoría Modos de Pensamiento (Sintético-Geométrico, Analítico- Aritmético, Analítico- Estructural. El marco teórico utilizado en esta investigación es la teoría de Los Modos de Pensamiento de Anna Sierpinska (2000), con el fin de dar elementos en el diseño de actividades para estudiantes del grado 4° de primaria, y con esto beneficiar la comprensión de las fracciones.

El diseño metodológico a implementar considera un estudio de caso y la evaluación cualitativa basados en Stake (2010), llevada a cabo mediante cuatro fases: rastreo documental, implementación de actividades, análisis de la información, diseño de la unidad didáctica validada. Enmarcado en el método de la técnica del estudio de caso, pues a través éste se desarrollan diferentes habilidades tales como el análisis, síntesis y evaluación de la información, además se posibilita el desarrollo del pensamiento crítico, el trabajo en equipo y la toma de decisiones.

La población objeto de estudio está conformada por estudiantes de cuarto grado de básica primaria de las Instituciones José María Vélez y Media Luna, con una edad promedio entre los 8 y 10 años, con niveles académicos alto, medio y bajo, y en total la conforman 125 estudiantes, de los cuales se seleccionó una muestra de 18 estudiantes escogidos de forma aleatoria (9 por institución). Para comparar los datos se utilizan técnicas cualitativas que han sido diseñadas precisamente para comprender e interpretar los fenómenos. La recolección de datos utilizó un cuestionario al cual se le realizó un análisis a priori (análisis previo) para ser aplicado en tres sesiones, durante la aplicación se evaluó a través de una rúbrica.

Entre los resultados del cuestionario previo, se evidenció que la gran mayoría de los estudiantes analizados a los que se les aplicó el cuestionario presentan vacíos y confusiones conceptuales en cuanto al objeto matemático y por esto no logran hacer las caracterizaciones esperadas desde la teoría, se les dificulta reconocer los números racionales como un sistema numérico, por esto no tienen una comprensión profunda de las operaciones dentro del mismo y por último se evidencia que les cuesta articular las fracciones al contexto, lo que indica que no es posible reconocer cada uno de sus usos.

El aporte teórico es considerado relevante, pues plantea la problemática presentada, con un análisis histórico epistemológico del concepto fracción y algunos de sus usos: partidor, parte-todo, cociente, operador y razón. Con ello se apunta a conocer su desarrollo como objeto

matemático desde los diferentes usos que le dieron en diferentes culturas, además existe similitud en los pasos para elaborar la propuesta de intervención con una unidad didáctica y la aplicación de un instrumento previo, otro al final y una rúbrica. Sus conclusiones también permiten inferir una visión de los resultados en esta área.

### **2.1.12 Recursos didácticos para la enseñanza de resolución de problemas de suma – resta**

Ruíz y Lemos (2018), esta investigación se planteó implementar una propuesta didáctica en la Institución Educativa Simón Bolívar que propenda por el mejoramiento de la enseñanza de resolución de problemas de suma y resta en estudiantes de grado primero. La tesis contiene un informe de investigación – intervención. la metodología de lo sistémico-complejo, en el cual se debe a una problemática didáctica, expresada en uso de recursos para la enseñanza de la resolución de problemas de suma y resta en el grado primero de básica primaria de la Institución Educativa Simón Bolívar de Torno Rojo Puerto Libertador.

La investigación, se orientó en el paradigma cualitativo, con un enfoque sistémico complejo y con un método de investigación – intervención. La población de estudio está conformada por los estudiantes y docentes de matemáticas, de básica primaria y los padres de familia, de la institución educativa Simón Bolívar de Torno Rojo -Puerto Libertador. Se aplicó una prueba en que se observó que los niños que utilizaron de forma oportuna y adecuada los recursos resolvieron las operaciones en menos tiempo y de forma correcta; los que las resolvieron de forma tradicional emplearon más tiempo y tendieron a equivocarse los resultados.

Inicialmente se partió de prediseño con la implementación de una unidad didáctica y de estas, cinco sesiones de clase que nos permitieron precisar la problemática de enseñanza y aprendizaje, en esta se destacó el uso de recursos y materiales del medio. El resultado de esa intervención fue exitoso ya que a los estudiantes se les observó motivación e interés en el desarrollo de esta.

Finalmente se concluyó que la implementación didáctica se constituye en un elemento de vital importancia para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La comprensión de un problema es un proceso que permite a los estudiantes alcanzar niveles satisfactorios en las competencias de apropiación, indagación, análisis y explicación de lo planteado en un ejercicio abordado desde las matemáticas. Durante todo el proceso de inicio de la investigación intervención en la Institución Educativa Simón Bolívar de Torno Rojo Puerto Libertador, los estudiantes demostraron un cambio de actitud hacia el aprendizaje de los saberes de las matemáticas al enfrentarse a actividades didácticas nuevas.

### **2.1.13. Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del Colegio Miguel Antonio Caro I.E.D J.M. a través de la teoría de las situaciones didácticas**

Silva (2017), en su tesis de maestría presentada Universidad Libre sede Bogotá, Colombia, plantea el objetivo de Diseñar e implementar una propuesta didáctica desde la perspectiva de la TSD, que incremente el aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del Colegio Miguel Antonio Caro I.E.D. J.M.

La metodología se enmarcó en el método de Investigación Acción (IA), para la aplicación de la teoría de la situación didáctica en situaciones de: acción, formulación, validación, institucionalización. Se desarrolló a través del uso del método cualitativo. Está representada por 36 estudiantes del grado 601 cuyas edades oscilan entre los 10 y los 15 años de edad. Y se utilizaron como técnica la observación permite plasmar los detalles, sucesos, eventos e interacciones, Cuestionario evaluativo pre/post de la situación didáctica, las grabaciones y fotografías de las actividades realizadas en clase y posteriormente se realizaron procedimientos de análisis con la evaluación de la efectividad y la Prueba de Hipótesis aplicando la prueba “t” de student para determinar la efectividad de la situación didáctica

Entre los resultados se evidenció que los a problemas de fracciones, en el pretest o diagnóstico un 7% de los estudiantes no tiene conocimientos previos prefieren no contestar, el 50% de los estudiantes efectúan la repartición sin tener en cuenta que el enunciado dice en “partes iguales” mostrando errores conceptuales y procedimentales, el 39% manejan el concepto de la fracción como cociente, pero al graficar cometen errores y el 3.7% maneja el concepto con claridad. Mientras que una vez implementada la propuesta Se evidencia un 72% de estudiantes que manejan el concepto, de los cuales el 28% tiene errores procedimentales en su análisis y un 28% que muestra errores conceptuales y procedimentales que muestran que el avance no es tan significativo pero que difiere con respecto a los resultados de la prueba inicial de un 3.7% se pasó a un 43% con un porcentaje favorable de 39.3% de estudiantes que manejan el concepto con claridad.

Concluyen que, con el diseño de la propuesta, se establecieron nuevas estrategias, como material didáctico, ayudas tecnológicas y temporalidad de las mismas, las cuales se adaptaron según su aplicación y a las necesidades presentadas por los estudiantes al momento de ser ejecutadas, lo que mejoró sustancialmente el proceso de aprendizaje, las cuales presentaron los elementos necesarios para subsanar las deficiencias presentadas.

El estudio expuesto es relevante para la investigación en lo que se refiere a la descripción del contexto actual del aprendizaje de las fracciones, sus aspectos teóricos y principalmente metodológicos, pues plantea el método de investigación-acción, los instrumentos utilizando cuestionario evaluativo antes y después de tratamiento y los análisis cualitativos y cuantitativos para obtener los resultados, por consiguiente, la orientación metodológica apoya los procedimientos que se llevarán a cabo en esta investigación.

#### **2.1.14. Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes**

En el presente artículo de Díaz (2017). el objetivo que se planteó fue determinar si la aplicación de simulaciones Phet mejora la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes, de acuerdo con los contenidos curriculares de la asignatura Matemáticas. Este propósito surge a partir de la problemática radica en que al estudiante se le dificulta representar situaciones diversas que involucren los diferentes usos de las fracciones con base en disímiles contextos.

La metodología es de tipo experimental de enfoque cuantitativo, con Pretest y Postest, para cada grupo de comparación. La población objeto de estudio estuvo conformada por 40 estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa General Santander. Arbeláez: el grupo 1 estuvo conformado por 20 estudiantes (10 hombres y 10 mujeres) y el grupo 2, por 11 hombres y 9 mujeres. Entre los instrumentos que se utilizó una prueba escrita y prueba virtual (simulador Phet), para ambos grupos.

Como hipótesis alternativa, se planteó en la aplicación del uso de simulaciones Phet existen diferencias significativas promedio o la media de calificaciones entre los grupos 1 y 2 en el pretest y el postest, con el tema relacionado con fracciones equivalentes en los estudiantes de octavo grado, de aquí se concluyó que inferencia estadística del rendimiento académico para el grupo 1 no mejoró significativamente al utilizar el simulador Phet en la enseñanza de las fracciones equivalentes. Mientras que para el grupo 2 el rendimiento académico de los estudiantes mejoró significativamente al utilizar el simulador Phet para la enseñanza de las fracciones equivalentes.

Cabe señalar que los cambios observados a través de la investigación evidencian que en la actualidad invaden todos los campos de conocimiento y actividades humanas, desde lo político, económico y social hasta, ciertamente, la educación. Este contexto variable

interviene en la forma y estilo de vida de los individuos que conforman la sociedad, y de manera especial a los jóvenes y adolescentes.

**2.1.15. El aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en educación primaria, mediado por ambientes virtuales de aprendizaje: el caso de la I.E Pascual Correa Flórez del Municipio De Amagá, I.E San Luis Del Municipio de San Luis y Centro Educativo Rural El Edén del Municipio de Granada**

El estudio de López, Rentería y Vergara (2016), tuvo como propósito Mejorar los niveles de comprensión en el proceso de las operaciones básicas en los estudiantes de los grados cuarto y quinto de las Instituciones Educativas Pascual Correa Flórez, San Luis y el Centro Educativo Rural El Edén, a partir del uso de los Ambientes virtuales de aprendizaje, concretado con el diseño de una propuesta de guía didáctica que permita articular los ambientes virtuales de aprendizaje en la construcción del pensamiento matemático para lograr el incremento el nivel de apropiación de las operaciones básicas en la población objeto de investigación, a partir del uso de Ambientes virtuales de aprendizaje.

La investigación se basa en análisis cuantitativos y cualitativos, se define la investigación que contempla estos dos enfoques para articular las fortalezas de ambas y combinarlas, de tal manera que una pueda ser el complemento de la otra, y como estrategia de investigación el estudio de caso , de manera paralela se lleva a cabo un registro de las actividades que se implementan, de tal manera que se puedan analizar objetivamente, y sobre todo que sean veraces y útiles para tomar decisiones en los procesos de formación matemática y con ello lograr avances en el aprendizaje de la misma, aportando así al mejoramiento de la calidad educativa ofrecida en las instituciones y comunidades.

Se llevó a cabo en dos instituciones; Centro Educativo Rural El Edén, Sede El Edén, Granada, la sede educativa cuenta con 73 estudiantes distribuidos de la siguiente manera: 3

estudiantes en el nivel de preescolar, 26 estudiantes en básica primaria y 44 en el nivel de básica secundaria: postprimaria hasta el grado 8. Y la Institución Educativa San Luis, Sede Emprendedores, San Luis, la cual cuenta con 28 estudiantes en grupo aceleración I, 25 estudiantes en el grupo aceleración II, y 28 en el grupo aceleración III.

Entre los resultados se evidenció que el desempeño de los estudiantes durante la prueba *on line* muestra una mejoría, en proporción a los resultados obtenidos entre las tres instituciones durante la prueba diagnóstica, así se observó como los AVA, influyen positivamente en la comprensión de los conceptos matemáticos siempre y cuando cada una de ellos sea planeado, estructurado y ejecutado desde una intencionalidad clara, promoviendo en los estudiantes aprendizajes y desempeños cada vez mejores.

Como conclusión, se alcanzó el cumplimiento de los objetivos y, además, se logró despertar interés por los temas trabajados, se aumenta la autoconfianza de los estudiantes, lo que a su vez hace que aprovechen al máximo sus potencialidades, sobre todo en aquellos que podrían mostrar apatía y desmotivación hacia las matemáticas

Esta investigación es de gran relevancia pues sus resultados evidencian que el trabajo en diseño e implementación contextualizadas, complementa favorablemente el aprendizaje de las operaciones básicas, mediante el dominio de conceptos que permiten obtener mayor comprensión y por su parte una mejor aplicación de los conocimientos adquiridos.

#### **2.1.16. Características de tareas sobre fracciones y proporcionalidad en textos oficiales de primer grado de secundaria**

El presente trabajo de Cuenca (2016) presentó el objetivo de caracterizar algunas tareas sobre fracciones y proporcionalidad que aparecen en cuatro libros de texto gratuito de primer grado de secundaria, en cuanto a formas de razonamiento y comunicación que

promueven, contexto en que están planteadas, así como la redacción y estructura del enunciado. Sustentado en autores como Lamon (2006), Quispe, Gallardo y González, 2010, Afolabi, 2013. Afolabi y Animasahun, 2013, entre otros.

La metodología que se empleó en este trabajo es cualitativa, se llevó a cabo un análisis de algunas tareas sobre fracciones y proporcionalidad, seleccionadas de cuatro libros de texto gratuito de matemáticas que se utilizan en primer grado de educación secundaria, en una zona escolar del Estado de México. En primer término, se realizó una selección de las tareas, posteriormente se analizaron con base en las siguientes preguntas: ¿son problemas o ejercicios? ¿Cuáles son los contextos de las tareas? ¿Las tareas tienen solución única o es posible que haya soluciones múltiples? ¿Se promueve el uso de tecnologías digitales? ¿Se favorece el uso de diversas representaciones? ¿Las tareas orientan a los estudiantes para que construyan conexiones entre conceptos y procedimientos?

Para ello se eligieron cuatro libros de primer grado de secundaria, de cuatro diferentes editoriales, que se utilizan en Escuelas Secundarias Técnicas (E.S.T.) en el Valle de México. Dichos libros fueron proporcionados por profesores quienes laboran en esas instituciones. En este sentido, se observó que la mayoría de las tareas en temas (fracciones y proporcionalidad) promueven, generalmente, un razonamiento algorítmico. Se identificó que existen semejanzas entre las estrategias de solución sugeridas para abordar las tareas, así como los contextos de los problemas, además de que en la mayoría de los casos se fomenta únicamente el trabajo individual, dejando a un lado la creación de comunidades matemáticas en el aula.

Este trabajo ha sido de utilidad para reflexionar acerca de la forma en que se llevan a cabo las labores docentes día a día. En este trabajo se reconoce que los libros de texto son una herramienta de fundamental importancia para el trabajo de profesores y estudiantes, sin embargo, se detectaron diversas deficiencias en la elaboración de estos materiales, las cuales

van desde la escasa variedad en las tareas, enfoque predominantemente algorítmico y redacción confusa o sin precisión matemática.

### **2.1.17. Nivel de desarrollo de las competencias matemáticas a partir del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en estudiantes de 9° grado**

Betancourt (2012), quien planteó en su tesis el objetivo de Establecer el grado de desarrollo de las competencias matemáticas que los estudiantes de 9° grado logran a partir de la aplicación de un modelo de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). El enfoque de la presente investigación fue de orden cualitativo, ya que se enmarcó en el análisis de un fenómeno complejo como lo es la educación, específicamente en relación con el desarrollo de competencias matemáticas; analizando la manera cómo se da este proceso de manera natural en el contexto del aula de clase.

En cuanto a la recolección y análisis de datos, se propuso con base en los niveles de ejecución, los cuales se filtraron inicialmente de forma numérica fundamentados en los rangos de valoración para después ser convertidos a indicadores cualitativos de evaluación (Bajo, Básico, Superior y Alto) sobre los cuales se brinda la explicación correspondiente de tal forma que se describa de forma clara el tipo de desempeño al que cada grupo de estudiantes pertenece.

La muestra estuvo conformada por 30 estudiantes de 9° grado entre hombres y mujeres, en edades que oscilan entre 14 y 19 años, los problemas a los que se vieron expuestos en las fases uno y dos, estuvieron propuestos para ser resueltos en grupos de tres personas, con el fin de facilitar el ejercicio de observación. Atendiendo a esta situación, se pidió a los estudiantes que conformaran 10 grupos de tres estudiantes cada uno y se solicitó el apoyo de tres docentes del área a quienes se les explicó el propósito del proyecto, los criterios

a observar y la forma de diligenciar la lista de chequeo para que realizaran la observación en los dos momentos en que los estudiantes estuvieran enfrentados a los problemas diseñados.

Se implementaron dos técnicas: observación y prueba estandarizada. En materia de instrumentos, la observación estuvo soportada en una lista de chequeo y para la prueba estandarizada el registro de datos se soportó en dos cuestionarios, uno para la fase diagnóstica y otro para la de medición.

Los resultados de la investigación a partir del modelo de aprendizaje implementado, mostro que hubo un impacto positivo en los resultados de la segunda medición. Para ello se dio cumplimiento a cada uno de los objetivos específicos en el orden en que fueron propuestos, a saber, el desarrollo de las competencias matemáticas obtenido por los estudiantes de 9° grado después de la aplicación del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas, la cual se realizó a partir de la segunda prueba diseñada, conformada con 5 problemas similares a los de la prueba diagnóstica.

Finalmente contrastar los resultados de la primera y segunda medición, así que efectivamente a través de estos objetivos, pudo realizarse la medición de los niveles de desempeño previo y posterior a la implementación del modelo ABP en los procesos matemáticos que fundamentaron la propuesta, Formulación, tratamiento y resolución de problemas, Modelación, Comunicación, Razonamiento y Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos.

#### **2.1.18. Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros**

La investigación de Castro (2015), planteó como uno de sus objetivos Identificar, describir y analizar el conocimiento didáctico que manifiesta un grupo de estudiantes del

grado de Educación Primaria sobre el aprendizaje escolar de las fracciones basado en la relación parte-todo.

La metodología se orientó a través de dos tipos de análisis; uno conceptual y otro análisis empírico, en la primera se realizó un análisis conceptual basado en una indagación teórica, previa al estudio empírico, necesaria para esclarecer y profundizar en el tópico en el que centramos este estudio la relación parte-todo. A través de este estudio teórico clarificamos la complejidad del tópico dentro de diversas disciplinas y especialmente, en las matemáticas escolares. La indagación realizada ha mostrado la relevancia de la relación parte-todo desde un punto de vista de la fundamentación lógica de la matemática, la comprensión del número y las operaciones, así como en la resolución de problemas aritméticos y algebraicos-

Posteriormente, se procedió con el análisis empírico estructurado en tres fases que conllevan tres procesos de recogida de datos y de análisis independientes; a) La primera fase del estudio empírico se realizó para profundizar sobre el conocimiento del contenido de los maestros en formación de primaria en el dominio de las fracciones, en particular de la relación parte-todo; b) para indagar en el conocimiento didáctico, que sobre planificación de la enseñanza manifestaron los futuros maestros en formación, cuando se les pidió que redactaran una explicación para introducir el concepto de fracción a los escolares, a partir de unas imágenes que se les proporcionó; c) la tercera fase consistió en un estudio de casos en el que se profundizó en algunas componentes que caracterizan el conocimiento del profesor sobre el aprendizaje de la relación parte-todo.

Se aplicaron técnicas cualitativas, como el triángulo semántico y sus componentes como una herramienta eficaz para estudiar el conocimiento del contenido matemático escolar de los maestros en formación inicial y entre los instrumentos utilizados se apoyó en un cuestionario 1, el cual pretendió identificar los conceptos y las ideas manifestadas por los participantes

acerca de cada dimensión; en segundo lugar, caracterizar los diferentes niveles de conocimiento proporcionado por los sujetos.

Entre los resultados, el estudio generó conocimiento sobre el aprendizaje, el análisis cognitivo permitió organizar el para qué y hasta dónde aprender determinados conocimientos sobre un tópico. Sus dimensiones (diseño de tareas, expectativas y limitaciones del aprendizaje) fundamentaron el diseño y construcción de la entrevista y el análisis de las producciones.

Se concluyó que la metodología empleada resultó ser útil para evidenciar y describir el conocimiento del maestro en formación inicial sobre un tema concreto de las matemáticas escolares. Además, se logró con éxito la utilización de las componentes del análisis didáctico para el estudio del conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico de los maestros en formación inicial, así se puso de manifiesto su potencialidad como herramienta para abordar el conocimiento de los estudiantes.

#### **2.1.19. Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria estudio de caso: Institución Educativa Supia**

Cano (2014), en su investigación titulada “Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria estudio de caso: Institución Educativa Supia”. Propuso como objetivo la Elaboración de una unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria de la Institución Educativa Supía.

La metodología utilizada se orientó a la construcción de la unidad didáctica, metodología Escuela Nueva Activa Urbana y las metodologías propias de la didáctica de las matemáticas. El grupo seleccionado para el desarrollo de la unidad didáctica, es el grado 4A de la jornada B de básica primaria de la Institución Educativa Supía ubicada en el

Municipio de Supía en el departamento de Caldas. Los instrumentos de recolección de la información se establecerán en el trabajo en el aula se inició con la aplicación de una prueba escrita o pre-test de 10 preguntas donde se recogen los aspectos básicos y más importantes sobre el concepto de los números fraccionarios. La duración de la aplicación de esta prueba fue de aproximadamente 40 minutos, la apreciación que se tuvo de los estudiantes era de inseguridad y preocupación por no conocer varios de los puntos allí planteados.

Los resultados que se obtuvieron se observó un avance fue altamente significativo, sobre operaciones con fracciones, pues al comparar los test, en el Pre-test, siete preguntas incorrectas y tres sin respuesta, mientras que en el Pos-test a siete respuestas correctas y tres, esta fue una de las preguntas que más exigió del grupo, esto debido a que en esta pregunta se requería de la realización de operaciones aritméticas sin imagen o gráfico que facilitara su comprensión.

Cabe resaltar, además, que en el ordenamiento de números fraccionarios se evidenció también el avance entre las pruebas inicial y final, pasando de tres respuestas correctas, cinco incorrectas y dos sin respuesta inicialmente a nueve respuestas correctas y una sola incorrecta en la prueba final. En conclusión, se determinó que la construcción del concepto de fracción en sus diferentes formas aplicando la unidad didáctica que se propone en el presente trabajo es efectiva y cumple con los estándares que propone el ministerio de educación sobre fracciones en este grado.

La investigación referida, ofrece un aporte significativo, en la contextualización de la problemática en la educación primaria en Colombia, igualmente es una excelente guía para el proceso metodológico, en cuanto al uso de métodos cuantitativos para el tratamiento de la información recolectada en los instrumentos utilizados como el pretest (diagnóstico) y posttest.

### **2.1.20. El aprendizaje de las fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes, lápiz y papel y recursos interactivos**

Esta investigación fue desarrollada por (Butto Zarzar, 2013 ), la cual fue implementada con 26 estudiantes de 6° grado de primaria de una escuela pública del Distrito Federal de México, cuyos objetivos fueron describir las dificultades que los alumnos presentan en el aprendizaje de las fracciones asociadas al modelo matemático, diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tome en consideración tanto aspectos matemáticos como cognitivos y reportar la evolución de las nociones matemáticas y en cuanto a la metodología del estudio es de tipo cualitativo, pues asume los fenómenos que ocurren durante la enseñanza y aprendizaje como un conjunto de diversas variables a considerar desde una mirada más dinámica.

El estudio se desarrolló en tres etapas, la primera fue el diseño y aplicación de un cuestionario inicial y una entrevista clínica individual, donde el cuestionario exploró las ideas que los estudiantes tenían sobre entero, unidad, mitad, fracciones en contextos continuos y discretos, representación de fracciones y adición y sustracción de fracciones, mientras que con la entrevista se buscó estudiar cómo el alumno construye sus interpretaciones de la realidad, a partir de la justificación o argumentos dados a una situación planteada.

La segunda etapa fue el diseño y aplicación de una secuencia didáctica en dos contextos, por un lado se diseñaron actividades para ser desarrollados en lápiz y papel para explorar las ideas de noción de fracción, relación parte todo, fracciones en la recta numérica, fracciones propias e impropias, y en el contexto interactivo, utilizaron recursos diseñados por el Instituto Latinoamericano de Comunicación Educativa (ILCE) para potenciar programas de capacitación y formación por medio de internet, simuladores, juegos en 2d y 3d con el fin de explorar las ideas mencionadas anteriormente.

Por otro lado, el propósito de la aplicación de un cuestionario final fue verificar si las actividades de la secuencia propiciaron un avance conceptual de las ideas matemáticas

exploradas, el cual evidenció que la mayor dificultad se encuentra en la ubicación de fracciones en la recta numérica, sin embargo hubo avances en comparación con los resultados obtenidos en el cuestionario inicial en cuanto a la comprensión de equivalencia de fracciones, asimismo se encontró que algunos estudiantes están en el proceso de transición de los números enteros hacia los racionales, por lo tanto se hace necesario usar diferentes maneras de representación matemática con el fin de obtener mejores resultados en el proceso de aprendizaje de la población objeto.

La investigación en mención es relevante para el proyecto de intervención ya que trabaja por medio de una secuencia didáctica el fortalecimiento de la adquisición del concepto de fracción, fracción equivalente y la adición y sustracción de fracciones, tomando metodológicamente el enfoque cualitativo. Además, el referente descrito resultó pertinente para darle mayor sustentabilidad a la teoría que se desarrolla en las bases teóricas, asimismo la secuencia en uso de instrumento al inicio y al final proporciona una experiencia en su tratamiento y análisis de la información.

#### **2.1.21. Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria**

Salinas (2013), planteó el objetivo de elaborar estrategias didácticas vinculadas a las enseñanzas de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria utilizando material concreto, como alternativa de solución a la problemática que entraña la adquisición de los diversos, significados implícitos en los contenidos curriculares relacionados con el tema en cuestión. De esta manera, se trabajó en función de desarrollar actividades para que el alumno represente las fracciones utilizando el material concreto como el uso del tangram, material de resaque Montessori, cuyo modelo sirvió de sustento teórico para el trabajo con montones-unidad, dibujos, representaciones y mediciones reales.

La metodología se enmarcó en una intervención educativa con estrategias didácticas activas, aplicando técnicas cualitativas de análisis y descripción de los hallazgos, en la medida que se implementaban las estrategias, de los cuales se obtuvieron resultados positivos en el aprendizaje de las fracciones.

Entre las conclusiones se evidenció que para llegar a la comprensión del concepto de fracciones se trazaron varios pasos con múltiples interacciones e interpretaciones que se logran con objetivos cortos y a largo plazo. En este proceso se estableció que para llegar funcionalmente al significado e interpretación de las fracciones se desarrollan estructuras cognitivas conocidas como esquemas de pensamiento donde subyacen las acciones necesarias para la solución de las tareas.

Se concretó que a través de la estrategia didáctica los estudiantes del tercer ciclo de primaria lograron apropiarse del concepto fracciones y plantear la resolución de problemas, además se mostró mayor disposición para el trabajo, cambio de actitud para abordar los temas de fracciones equivalentes, fracciones propias, suma y resta de fracciones, porcentajes, así como también, números mixtos, equivalencias. Por lo que el material concreto y los juegos favorecieron el aprendizaje significativo en cuanto se evidenció mayor interés para aprender las reglas, formar conceptualizaciones y solucionar los problemas.

#### **2.1.22. Enseñanza de las fracciones en la escuela primaria**

El presente trabajo de Angulo y Escobar (2019), se planteó el objetivo general de desarrollar un taller de formación con las maestras de grado cuarto de primaria de la Institución Educativa Llano Verde sede Invicali Desepaz que facilite la enseñanza y el aprendizaje del concepto de fracción y sus aplicaciones mediante el diseño de una secuencia didáctica. A través de este se mostró el desarrollo de diferentes actividades, con relación a la enseñanza de las

fracciones, las cuales fueron realizadas mediante la metodología de un taller formativo previamente organizado por sesiones para el logro de los objetivos planteados.

La metodología de la investigación fue aplicada, y el enfoque fue de carácter cualitativo con un tipo de estudio descriptivo y práctico, utilizando la técnica de la observación, la encuesta y el taller dirigido a maestras de la institución mencionada. Dentro de la propuesta se generaron espacios de discusión y reflexión sobre las teorías didácticas, sus concepciones y todo lo que se realiza en el proceso de enseñanza y aprendizaje y más en el caso específico de la fracción; las inquietudes y vacíos que los maestros enfrentan en este proceso, que en últimas es lo que permite validar si el estudiante aprende o no.

Se plantearon algunos referentes teóricos y se compartieron con ellos experiencias exitosas relacionadas con la enseñanza de la fracción que se encuentran en la web. Por último, se presenta una secuencia didáctica sobre la enseñanza de la fracción, diseñada por las mismas maestras como actividad final del taller formativo, en la cual se evidencia el aprendizaje en el concepto de fracción y cómo debe ser abordado en el aula utilizando material manipulativo como estrategia de mejora.

Finalmente se concluyó que el aporte de ideas, experiencias de aula, en los conversatorios sobre las fracciones a nivel mundial y nacional resultaron valiosas, complementaron sus saberes, desaprendieron otros y aprendieron del saber matemático de los expertos en la disciplina que les enseñaron.

### **2.1.23. Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones**

De los trabajos de investigación realizadas, resalta la investigación titulada “Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones” de (Friz Carrillo, Sanhueza Henríquez, Sánchez Bravo, Belmar Mellado , & Figueroa Manzi, 2008),

cuyo objetivo es abordar el contenido de fracciones, específicamente para grado quinto de educación básica en coherencia con los planes y programas de estudios vigentes según el ministerio de educación de Chile, e integrarlos a través de la estrategia de resolución de problemas de Pólya.

Las situaciones didácticas que presenta el trabajo se fundamentan en un enfoque denominado cognición situada, porque se resalta el valor del contexto en que ocurre el aprendizaje y las formas de estructurar el pensamiento matemático. Además, las situaciones son abordadas desde múltiples dimensiones, como son la disciplina matemática (en torno al saber a desarrollar), la psicología del aprendizaje (formas en que los estudiantes procesan la información y desarrollan estructuras cognoscitivas) y desde el componente didáctico necesario para que ocurra el aprendizaje.

Estos autores desarrollaron cuatro situaciones que fueron elaboradas teniendo en cuenta el área de experiencia de cada uno de ellos y luego de aplicarlas concluyeron que a través de tareas colaborativas que promueven conversaciones e intercambio de ideas entre estudiantes-estudiantes y estudiantes-profesores, se enriquece el conocimiento con nuevos significados, lo cual ocurre cuando las situaciones y modelos espontáneos de razonamiento son confrontados y llegan a comprensiones más refinadas entre los participantes implicados en una situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esta investigación se tuvo en cuenta dentro de los referentes ya que aporta al desarrollo de la propuesta de intervención porque fortalece el desarrollo de competencias en fracciones por medio de situaciones didácticas planteadas para ser trabajadas a través de la estrategia de resolución de problemas de Pólya.

#### **2.1.24. Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o de enseñanza?**

Por su parte, Di pego (2012) en su investigación titulada “Las fracciones: problema de aprendizaje o de enseñanza? buscaba comparar los aprendizajes curriculares esperados en la educación básica primaria, con los desempeños de los alumnos del primer grado de básica secundaria, además de analizar los errores como medio de conocer el pensamiento matemático desarrollado y establecer la relación entre las actividades escolares efectuadas, los conocimientos obtenidos y el pensamiento matemático adelantado.

Este proceso se llevó a cabo implementando una perspectiva cualitativa que intenta asignar sentido y significado a los desempeños escolares en el ámbito de las fracciones, se trabajó con cuatrocientos treinta y tres estudiantes a los cuales se les aplicó una prueba que se valoró con una escala descriptiva de cuatro niveles, además se realizó un análisis documental de las carpetas escolares y libros de texto con el fin de triangular la información con las formas de enseñanza.

De los resultados se tiene que el 66% de los alumnos evaluados de 1° año de secundaria, no han construido los aprendizajes sobre números fraccionarios que se deben haber adquirido en 4° año de primaria, la autora comenta que “en la actualidad, se ha concebido para que el niño consiga una comprensión amplia del concepto de fracción se le deben plantear experiencias con la mayoría de las interpretaciones de la misma, pero además, dentro de cada una de ella se introduce múltiples construcciones conceptuales. Así, por ejemplo, se señala simultáneamente la relación parte-todo en cantidades continuas (superficie, torta, pizza, agua, leche, jugos) y en cantidades discretas (objetos, bolitas, caramelos)”, y también se encontró que hay errores inducidos por la enseñanza impartida por el docente.

Esta investigación se relaciona con el desarrollo del proyecto de intervención porque evidencia que se debe fortalecer el concepto de fracción en sus diferentes interpretaciones, y que además deben ser trabajados en diferentes contextos.

### **2.1.25. Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria**

La investigación de Fuentes (2010) en su trabajo titulado “Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria”, llevada a cabo en las Escuelas de Chequén de la Peña y Duao en la provincia de Talca (chile), planteó como propósito central el validar una propuesta metodológica basada en procesos de formación de significados en todas sus formas en el contenido de fracciones, para facilitar y mejorar el aprendizaje en los estudiantes de grado quinto de año básico.

En cuanto a la metodología del estudio se desarrolló bajo el diseño cuasi-experimental con un enfoque cuantitativo, ya que tiene como objetivo describir el fenómeno en su estado natural, transformando sus resultados a números claramente cuantificables, y para su desarrollo, practicó una prueba inicial a los dos grupos objeto de estudio, luego desarrolló la unidad didáctica en el grupo control y finalizó aplicando un test final a ambos grupos.

De los resultados se tiene que, en la prueba inicial no hay diferencias significativas en los dos grupos evaluados, lo que no ocurre con los obtenidos en la prueba final, donde si hay diferencias significativas a favor del grupo experimental en cada uno de los tópicos trabajados en la unidad didáctica, lo que deja en evidencia que las estrategias metodológicas usadas por los docentes, influyen en el proceso de aprendizaje. Las conclusiones resaltan las bondades de aplicar una unidad didáctica para el logro de los objetivos propuestos, además el autor manifiesta que esta estrategia requiere mayor compromiso y dominio temático por parte del docente.

Esta investigación se relaciona de forma estrecha con el proyecto, ya que deja ver la importancia y eficacia de desarrollar el concepto de las fracciones a partir de una unidad didáctica contextualizada.

### **2.1.26. Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado**

Continuando con el análisis de los referentes de investigación, Pereza Dzul & Valdemoros Álvarez (2009) en su investigación doctoral titulada “Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado” plantearon como objetivo, establecer si una enseñanza constructivista, a través de actividades realistas y lúdicas resueltas de manera colaborativa, propicia en el niño de cuarto grado el afianzamiento del aprendizaje de las fracciones.

La investigación es de carácter cualitativo, ya que se realizó el análisis de los avances alcanzados por un grupo de 30 niños de cuarto grado de primaria de 9 años de edad, con el propósito de conocer cuáles son los cambios que producen en sus pensamientos durante el desarrollo de un programa de enseñanza que recrea experiencias de sus propias vidas. Dentro del desarrollo de la investigación, se aplicó una prueba inicial para recoger información pertinente a las concepciones que los estudiantes tenían sobre el concepto de fracción y sus diferentes representaciones, luego se plantearon las actividades a desarrollar con un enfoque constructivista y por último se volvió a evaluar los mismos tópicos que se habían planteado en la prueba inicial.

En cuanto a los resultados obtenidos en la prueba final se pudo concluir que la mayoría de los estudiantes del grupo no tuvieron dificultad para dividir un todo en partes iguales, utilizaron expresiones simbólicas de las fracciones para nombrar partes de las fracciones, resolvieron tareas relacionadas con situaciones de reparto, establecieron relaciones de orden y equivalencia.

Los autores comentan “coincidiendo con Freudenthak (1983), Streefland (1991,1993) y Goffree (2000), la investigación favoreció la consolidación de la noción de fracción y de algunos de sus significados (relación parte-todo, medida, cociente, operador multiplicativo) en cuarto grado de educación primaria, a través de la resolución de situaciones problemáticas de la vida real, planteadas en el programa de enseñanza en las que el niño reconstruyó

mentalmente sus experiencias cotidianas en un ambiente de interacción donde prevalecieron actitudes lúdicas durante el desarrollo de la enseñanza experimental de las fracciones”

Esta investigación se referenció ya que evidencia que se puede afianzar el concepto de fracción en los estudiantes de primaria a partir de situaciones contextualizadas y desarrolladas bajo un proceso de enseñanza aprendizaje constructivista colaborativo.

### **2.1.27. Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones**

Por otra parte, Murillo Moreno & Ceballos Urrego (2013) en su trabajo titulado “Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones”, planteó como objetivo caracterizar y analizar las prácticas de enseñanza de algunos docentes de Matemáticas, para relacionar y categorizar tales prácticas en concordancia con las destrezas que desarrollan sus estudiantes frente a la resolución de problemas, detectando desde la exploración y el análisis de las practicas docentes, factores praxeológicos y epistemológicos asociados a la capacidad de los estudiantes para solucionar problemas en contexto y los procesos que se llevan a cabo para la solución de problemas apoyados en las fracciones y se desarrolló con tres grupos del grado séptimo de una Institución de Educación pública del municipio de Fredonia en el departamento de Antioquia.

Este trabajo de investigación se realiza mediante un enfoque cualitativo, dado que su carácter inductivo permite que el investigador, desarrolle conceptos y comprensiones partiendo de los datos encontrados en el escenario, en tal sentido, la pretensión no es generalizar los hallazgos, sino describir y comprender como las prácticas de enseñanza de los docentes se convierten en herramientas que permiten a los estudiantes en el aula, generar procesos de aprendizaje, en relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones.

De acuerdo con la investigación, a partir de la cantidad de unidades de análisis seleccionadas como casos, (tres profesoras y nueve estudiantes) de una clase de matemáticas de grado séptimo, el tipo de estudio, dado que cada uno de los docentes y estudiantes presentan características particulares, obedece a un “estudio colectivo de caso” Stake, (1999) ya que posibilita indagar un fenómeno, población o condición general a partir del estudio intensivo de varios casos (p.17).

El proceso se llevó a cabo en tres fases, en la primera se efectuó un proceso de observación en las clases, llevando el registro de lo encontrado y se realizaron entrevista a algunos de los estudiantes. En la segunda fase se solicitó a las tres docentes participantes que a partir de su conocimiento del grupo seleccionaran estudiantes con habilidades para trabajar en matemáticas y otros que presentaran dificultades para tal fin, a quienes se les aplicaron entrevista con situaciones que requerían solución de problemas basados en los conocimientos adquiridos en el aula. Finalmente, en la tercera etapa se aplicaron tres pruebas con las que se lograron establecer particularidades en el proceso de resolución de los problemas expuestos.

La investigación deja ver que las prácticas empleadas por los docentes en el proceso de enseñanza de la resolución de problemas con fracciones, incide en cierto grado en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante, quien tiende a seguir o imitar los pasos que el docente realiza, muestra, expone y utiliza en su quehacer pedagógico, es por esto que el presente trabajo se relaciona con la propuesta de intervención que se está proponiendo para la comprensión del concepto de fracción.

#### **2.1.28. Estrategia didáctica para trabajar el concepto de fracción como relación parte-todo en grado quinto, teniendo en cuenta su origen histórico**

Siguiendo con la revisión de los antecedentes de investigación de Gaviria (2016), que se desarrolló en la IE San Isidro Labrador del corregimiento de Atánquez (Cesar), ubicada en

el resguardo indígena Kankuamo, al suroriente de la Sierra Nevada de Santa Marta, comunidad que trabaja bajo el ordenamiento educativo propio Maku-Jagúki, proyecto que promueve el proceso de recuperación y preservación del conocimiento y de las prácticas culturales Kankuamas, para ello se tomó el grupo de 5 A el cual está conformado por 25 estudiantes de los cuales un participante pertenece al grupo indígena Wiwa y otro presenta serios inconvenientes en el proceso lecto-escritor.

El objetivo del trabajo fue diseñar una estrategia didáctica para trabajar la interpretación de la fracción como parte-todo, teniendo en cuenta elementos históricos relativos a esa interpretación (videos y lecturas) y apoyados en el uso de material didáctico como dominós de fracciones equivalentes y con operaciones con fracciones, regletas de cuisenaire, tangrams, círculos de fracciones.

Este objetivo se planteó luego de haber analizado el último informe de las pruebas SABER en las que había participado la institución y la cual mostró que algunos aprendizajes necesitaban ser priorizados para buscar acciones de mejora, dentro de los cuales está el aprendizaje que evidencio que el 61% de los estudiantes no usan fracciones comunes para describir situaciones, ni reconocen e interpretan las fracciones en diferentes contextos.

La estrategia didáctica propuesta se relaciona estrechamente con el enfoque de la resolución de problemas de Pólya y el estudio se desarrolló bajo la investigación cuasi experimental. Luego de desarrollar la estrategia se aplicó una prueba similar a la que se había trabajado en el diagnóstico y se puede concluir que un 72% por ciento de los estudiantes reconoce la presencia de las fracciones en la vida real como indicador de partes de un total, es decir, 6 estudiantes más que en la evaluación diagnóstica, en total fueron 18 aciertos, además se pasó de un 32% a un 60% de los estudiantes que reconocen la función del numerador en una fracción propia, también se evidenció que se pasó de un 38% al 64% de estudiantes que asocian una fracción a una parte de un todo.

Ahora la mayoría de los niños diferencia las funciones del numerador y del denominador de una fracción y del 80% de los estudiantes que presentaban dificultad con las situaciones problema se pasó a un 44% (11 de 25) que resuelven de manera correcta el problema propuesto, y como dato adicional, se puede afirmar que el promedio general de la segunda prueba estuvo por encima de la primera en 27 puntos (64% y 37%, respectivamente), pasando de un nivel bajo a un nivel básico en las competencias trabajadas (fracciones como Parte-Todo).

Este trabajo se relaciona de manera precisa con el nuestro debido a que evidencia como se puede mejorar la concepción del concepto de fracción en especial la relación parte-todo, usando el método de los cuatro pasos de Pólya para resolver situaciones problema del contexto.

#### **2.1.29. Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria en lima – Perú.**

En esta investigación Carrillo y Milagros (2012), se analiza la concepción de los docentes del concepto de fracción, la cual surge debido a la dificultad que muestran los alumnos de básica primaria en la comprensión de las fracciones y su relación con la manera en que los textos escolares presentan la enseñanza de la fracción. El objetivo de esta investigación es analizar la forma en que el texto escolar Matemática Quinto Grado de Educación Primaria presentan el concepto de fracción, de igual manera busca identificar las tareas y técnicas descritas en este y determinar la coherencia de las representaciones y concepciones de fracción.

Durante el proceso de investigación se llevaron a cabo las siguientes actividades, primero fue la selección del texto titulado “Matemática Quinto Grado de Educación

Primaria”, publicado por la Editorial Peruana Bruño en el año 2009, el cual es distribuido por el Ministerio de Educación en forma gratuita a los alumnos de los colegios estatales a nivel nacional que cursan dicho grado de estudios. Luego se dio la definición de los criterios para realizar el análisis del texto, realizada en 5 secciones (Panorámica, inicio, proceso, cierre, evaluación y Meta cognición), donde, la panorámica fue prepara el escenario para el aprendizaje, el inicio, en él se encuentra información histórica sobre las matemáticas y busca generar un interés en los estudiantes porque indaguen sobre el vocabulario que se emplea, en esta sección también se busca recordar los conceptos y conocimientos básicos requeridos para abordar el tema.

En el proceso se presentan diferentes problemáticas que debe ser resueltas por los estudiantes, algunas grupal y otras individualmente y por medio de autoevaluación, de igual manera se presentan situaciones reales que se presentan en la vida diaria y que tienen solución con la matemáticas, el cierre establece prácticas con la calculadora, actividades complementarias y matemáticas recreativas y la evaluación y Metacognición buscan la verificación de lo aprendido y van directamente relacionadas con los logros planteados al comienzo de la unidad.

La metodología empleada en el texto es la del saber hacer, el cual lo representa mediante tareas tales como: determinar la fracción de un entero, transformar las cantidades por la acción de un operador fraccional, distribuir en partes iguales un objeto a “n” personas, de igual forma se encuentran algunas representaciones figurales como círculos divididos, segmentos de una recta, ante lo que se recomienda el uso de otro tipo de representaciones las cuales sería de mayor ayuda a la hora del entendimiento del objeto matemático que se persigue que es el conocimiento de la fracción, ya que con la representación adecuada del concepto, se favorece el aprendizaje de los estudiantes.

Este trabajo se relaciona con el proyecto, ya que valora el uso de la historia de la matemática como medio para incentivar y motivar a los estudiantes por el aprendizaje de las fracciones, además, recalca el uso adecuado del trabajo colaborativo para la resolución de problemas contextualizados en el momento de desarrollo, que en este caso serían el de estructuración y práctica.

## **2.2. Referentes teóricos y conceptuales**

A continuación, se presentan los elementos teóricos que fundamentan la propuesta de intervención, además, se presentan las concepciones asumidas de autores de relevancia investigativa como son Pólya (1990), Cantoral (2005), Medina & Mata (2002), Obando, *et al.* (2006), Arteaga y Macías (2016), entre otros importantes autores frente a la temática de estudio, teorías que sustentan el trabajo.

### **2.2.1. Uso de la historia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.**

Es necesario recalcar que las preocupaciones de la comunidad internacional de educación matemática comenzaron a centrarse en cuestiones tales como, las diferentes formas en que la historia de las matemáticas podría ser útil en estudios científicos, de su efectividad como recurso de clase, y sobre el proceso político de difusión de estos beneficios a través de objetivos de diseños curriculares.

La gente ha estudiado, aprendido y usado las matemáticas durante más de cuatro mil años, pero las decisiones sobre lo que se debe enseñar en las escuelas y cómo enseñarlo, en última instancia son políticas, influenciado por una serie de factores, incluida la experiencia

de los docentes, las expectativas de padres y empleadores, y el contexto social de los debates sobre el currículum.

Por ejemplo, las directrices políticas que rigen la inclusión de historia de las matemáticas en el currículo escolar de matemáticas en Argentina, en uno de sus ocho focos de los estudios matemáticos en la escuela "propone el valor de las matemáticas en la cultura y la sociedad, en historia y el presente". En ninguna parte de los documentos oficiales se encuentran declaraciones sobre la utilización de la historia de las matemáticas dentro del plan de estudios.

En tanto, en el plan de estudios austriaco, los objetivos generales de enseñanza para los grados 9-12 indican que los estudiantes deben "saber sobre el cambio de conceptos matemáticos en la historia desarrollo, así como en su desarrollo personal, en cambio, en Brasil, en los parámetros para los grados 1 a 8, hay un fuerte énfasis en la historia de matemáticas, y sobre el hecho de que las matemáticas no son solo un cuerpo de conocimiento, sino también de procesos y prácticas que se crearon lentamente en respuesta a las necesidades humanas y a su curiosidad. Por lo tanto, se les dice a los maestros por qué será beneficioso usar la historia, pero se les da poca orientación sobre cómo hacerlo.

Observemos también como en China, el 95% de las escuelas adoptan las matemáticas unificadas a nivel nacional en libros de texto (1996), en los cuales 16 artículos están relacionados con la historia de las matemáticas, pero son pocos maestros los que usan el material histórico como ayuda para la enseñanza de las matemáticas en el aula, a excepción de algunos párrafos directamente relacionados con la educación para el patriotismo. La mayoría de los profesores de matemáticas creen que la formación en el pensamiento lógico es el núcleo de la enseñanza de las matemáticas, y que cualquier enfoque informal será perjudicial para los alumnos. En 1996, el Ministerio de Educación de China publicó el programa de Currículo de Matemáticas, en el que solo una oración se refería a la historia de las

matemáticas: "Ayuda de la historia de las matemáticas para fomentar el patriotismo de los alumnos".

De igual manera, las políticas de educación en Colombia disponen de varios documentos para apoyar el currículo de las instituciones educativas, como los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias y los desempeños básicos de aprendizaje donde el currículo es flexible y estos textos no deben asumirse como un acabado que agota todos los posibles referentes para elaborar o desarrollar un currículo, sino más bien como una propuesta en permanente proceso de revisión y cualificación que ha de suscitar análisis, discusiones y proyecciones en torno al mejoramiento de la calidad de la educación matemática, pero estos no tiene en cuenta el uso de la historia de la matemática en la educación matemática y más bien proponen competencias que aborden el contexto actual de los estudiantes.

A diferencia de lo anterior hay quienes quieren resaltar el papel tan importante que debería tener la historia en la educación matemática en los planes de estudio de matemáticas, por ejemplo, para Fauvel, (2002), en su libro *Historia en Educación Matemática*, resalta el uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y que este requiere de una mayor reflexión didáctica. Un área crucial para explorar y analizar es la relación entre cómo los estudiantes logran la comprensión de las matemáticas y lo histórico, la construcción del pensamiento matemático, utilizando recursos históricos, los maestros están en mejores condiciones para apoyar el aprendizaje de los estudiantes en situaciones diversas.

Para Guzmán (1992, p.16) la historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés.

Según Barbin (2000) afirma que el “cambio en la imagen de la matemática se puede producir a partir de un contraste entre la presentación formal de la matemática y un abordaje heurístico provisto por la historia”. Desde esta perspectiva si conocemos la historia de cómo se produjo una determinada definición y la abordamos desde el método heurístico lograremos comprenderla y sacarle el mejor provecho.

Por otro lado, Fauvel (2002, p. 208) Historia en Educación Matemática, , explica tres razones para integrar la historia de la educación matemática, 1) se refiere al aprendizaje de la historia, utilizando la información histórica, en la cual se consideran obras, fechas o situaciones famosas de la historia de algún personaje; 2) proporciona información sobre cada suceso para darle significado en las clases, 3) le permite al docente investigar los eventos históricos y relacionarlos con las estrategias de enseñanza y aprendizaje en el aula.

Continúa el aspecto de aprender temas matemáticos, siguiendo un enfoque de enseñanza y aprendizaje inspirado en la historia, para lograrlo no se debe hacer tanto énfasis en cómo usar teorías, métodos y conceptos, sino en cómo se puede brindar una respuesta a problemas matemáticos, sin descuidar el conocimiento técnico matemático. Entonces se puede hacer mediante la selección de preguntas y problemas, motivados por la historia, para activar la curiosidad del estudiante y suavizar el camino del alumno, creando y / o explicando las motivaciones necesarias para estudiar nuevas teorías, métodos y conceptos.

En este nivel, el razonamiento inductivo y las analogías dominan como creativas, descubriendo patrones, enfatizando la actividad matemática misma en lugar de la disposición bien organizada de sus resultados (Pólya 1954, Pólya 1968, Tzanakis 1997, Tzanakis 1998).

Por último, plantea que se debe desarrollar una conciencia más profunda, tanto de las matemáticas en sí como de lo social y contextos culturales en los que se han realizado las matemáticas. En esta razón se expone dos aspectos que la conciencia matemática debe incluir (a) la intrínseca y (b) la naturaleza extrínseca de la actividad matemática.

La intrínseca resalta aspectos importantes de las matemáticas, como: Preguntas y problemas que han llevado a desarrollos dominios matemáticos. La naturaleza evolutiva de las matemáticas, tanto en contenido como en forma; notación, terminología, métodos computacionales favoritos, modos de expresión y representaciones, así como nociones metamatemáticas como prueba, rigor y evidencia, en comparación con las matemáticas de hoy. El papel de las dudas, paradojas, contradicciones, intuiciones, heurísticas y dificultades al aprender y producir nuevas matemáticas en el contexto de preguntas y problemas específicos, y las motivaciones para generalizar, abstraer y formalizar en dicho contexto

De otro lado, la extrínseca resalta la relación que existe entre las matemáticas y otras ciencias. Se puede ver que el medio social y cultural influye en el desarrollo, el desarrollo de ciertos dominios matemáticos. Las matemáticas son reconociblemente una parte integral del patrimonio cultural y prácticas de diferentes civilizaciones, naciones o grupos étnicos.

### **2.2.2. Pensamiento matemático.**

Al hablar del pensamiento matemático Cantoral y otros (2005.), en su libro titulado “Desarrollo del Pensamiento Matemático”, utiliza el término, para referirse a las formas en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas (p. 18), mientras que Olive Chapman (2011) en la Conferencia Internacional de Psicología de la Educación Matemática, ha descrito, de forma sintética, el pensamiento matemático como el tipo de pensamiento que ponemos en juego al hacer matemáticas.

Por otra parte, Schoenfeld (1992) citado por Lozada & Fuentes (2018). pensar matemáticamente es “investigar soluciones, no memorizar procedimientos; explorar patrones, no memorizar fórmulas, formular conjeturas, no hacer ejercicios”. (p. 60). De aquí el pensamiento matemático permite abordar los problemas con distintos enfoques para su resolución y así el estudiante adquiere habilidad de razonamiento más complejos que le facilitan la comprensión de los problemas.

De aquí, el proceso mental que sugiere qué se debe demostrar, y cómo hacerla, es una parte de ese pensamiento matemático, tanto como la demostración que eventualmente resulta de él, lo deductivo es consecuencia a veces instrumental del método matemático. Las herramientas de las matemáticas son la abstracción, la representación simbólica y/ o gráfica y la manipulación simbólica. La actividad creadora es la parte más significativa en el hacer matemático.

Al respecto, se menciona en Ramos (2011, p.23) “las capacidades en relación al pensamiento matemático han sido definidas como el potencial o aptitud que posee una persona para llegar a la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades”. Estas capacidades están referidas a la potencialidad del desarrollo de las posibilidades que cada ser humano tiene mediante el aprendizaje ya sea por sí mismo o guiado

Asimismo, Cantoral (2005) argumenta que el proceso de desarrollo del pensamiento matemático debe interpretarse de distintas formas; por un lado, se le entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otra, se entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas, finalmente, una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas.

De este modo habremos de entender, en un sentido moderno, que el pensamiento matemático se debe aplicar en la solución de un sinnúmero de actividades cotidianas y que incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos propiamente dichos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis, al respecto Godino (2002) comenta “utilizar el pensamiento numérico es una acción inherente al desarrollo del pensamiento humano, de tal forma que

resulta fundamental reconocer su carácter ontológico”, (p. 110 ) y Dreyfus (1991) citado por Montaña, et al (2016), dice, “las nociones numéricas, en general, son inseparables de los procesos cognoscitivos superiores”. (p. 110).

En este punto conviene aclarar, en palabras de Newcombe (2002) citado por Montaña, et al (2016), que “el pensamiento numérico debe ser considerado como una forma de pensamiento superior pues su adquisición deviene desde la primera infancia, y va evolucionando en la medida en que los estudiantes piensan numéricamente en contextos significativos” (p.110). Desde esta perspectiva, la educación primaria tendría que esforzarse por contextualizar didácticamente el pensamiento numérico desde situaciones reales vividas por el niño y de acuerdo con los estadios de desarrollo intelectual que este presenta. (Piaget, 1971).

El pensamiento numérico, de acuerdo con Posada et al. (2005), es conceptualizado como la comprensión que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones y Castorina (2009) relaciona el pensamiento numérico con las aportaciones teóricas de las representaciones sociales, pues al concebir dicho concepto como un sistema simbólico de configuración social (relaciones intersubjetivas), permite vislumbrar nuevos horizontes en la apropiación del conocimiento matemático dentro de la práctica didáctica, ya que las representaciones sociales facilitan el tránsito de intercambios significativos, conceptos e información.

Según Yampu (2012) “el pensamiento matemático es aquella capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el mundo circundante y la que nos posibilita cuantificarlas y formalizarlas para entenderlas mejor y poder comunicarlas”

### **2.2.2.1 Pensamiento numérico.**

Este componente del currículo procura que los estudiantes adquieran una comprensión sólida tanto de los números, las relaciones y operaciones que existen entre ellos, como de las diferentes maneras de representarlos. En este sentido McIntosh (1992) citado por Obando, G., & Vásquez, N. (2008) amplía este concepto y afirma que en el pensamiento numérico es la forma de comprender “los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”. (p. 1).

Desde una perspectiva más amplia, Resnick, 1989 citada por Sowder, (1992), propone que el pensamiento numérico debe ser considerado como una forma de pensamiento superior y que por tanto debe presentar características como: no algorítmico, esto es, el camino de la acción no está totalmente especificado de antemano, tiende a ser complejo: el camino total no es visible (mentalmente hablando) desde ningún lugar en particular, abre un campo de soluciones múltiples, cada una con costos y beneficios, antes que una única solución, involucra juzgar e interpretar y la aplicación de múltiples criterios, los cuales algunas veces entran en conflicto con otros. También involucra la incertidumbre, es decir, no siempre que iniciamos una tarea, conocemos el camino para su solución, de igual modo involucra autorregulación de los procesos de pensamiento y la imposición del significado, encontrando estructura en el aparente desorden, llevando al pensamiento a un esfuerzo total. Existe un considerable trabajo mental en el tipo de elaboraciones y juicios que se requieren.

El Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos están concebidos de tal manera que los estudiantes avancen hacia la construcción del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos, así como las operaciones que se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. Permite el aprovechamiento del concepto intuitivo de los números que el niño adquiere desde antes de empezar su proceso escolar, en el momento en que empieza a

contar, y a partir del conteo iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Cálculo mental. Algoritmos. Uso de los números en estimaciones y aproximaciones. (MEN. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje, 2003).

El Ministerio de Educación, Nacional, MEN (2006), en los lineamientos curriculares propone tres aspectos básicos, sobre los cuales hay acuerdo, que pueden ayudar a desarrollar el pensamiento numérico de los niños y de las niñas a través del sistema de los números naturales y racionales y a orientar el trabajo en el aula, el primero se refiere a la comprensión de los números y de la numeración, el segundo a la comprensión del concepto de las operaciones y el tercero a los cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones, teniendo en cuenta estos aspectos se puede decir que los estudiantes que desarrollan este pensamiento tienen habilidades para:

- Interpretar las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Identificar y usar medidas relativas en distintos contextos.
- Utilizar la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relacionar estas dos notaciones con la de los porcentajes.
- Justificar el valor posicional en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resolver y formular problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.

- Identificar la potenciación y la radicación en contextos matemáticas y no matemáticos.
- Modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.
- Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identificar, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Justificar regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.
- Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Analizar y explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.

### **2.2.3. Las fracciones en la historia**

También es interesante examinar la historia de las fracciones ya que se conocen y se usan desde la antigüedad, esto se evidencia en los documentos encontrados que demuestran que, en las matemáticas de los babilonios, los egipcios, los chinos y de la India ya se utilizaban, durante la edad de bronce, aparece un concepto más o menos vago de fracción y de un sistema de notación capaz de representar fracciones.

Según autores como Boyer (1986) y Smith (1953), los egipcios tenían dos sistemas de numeración, uno jeroglífico y otro hierático; con ambos (que datan aproximadamente del

año 3000 a. C), notaron fracciones, especialmente, fracciones unitarias. En las inscripciones jeroglíficas egipcias se encuentra una notación especial para las fracciones unitarias, es decir para las fracciones que tienen como numerador la unidad.

Los egipcios representaban las fracciones unitarias utilizando una expresión que designaba a este número con un signo oval alargado, por ejemplo, la fracción  $\frac{1}{8}$  estaría representada por  y  $\frac{1}{20}$  se escribía en jeroglífico como . En el sistema de notación hierático que aparece en los papiros, el óvalo alargado se reemplaza por un punto que viene colocado encima de la cifra que representa el número en cuestión. Así, en el Papiro de Ahmes,

la fracción  $\frac{1}{8}$  viene representada por  y  $\frac{1}{20}$  . Aunque estas fracciones se utilizaban con gran virtuosismo en la época de Ahmes, para los egipcios seguirían siendo un verdadero enigma, con la fracción  $\frac{2}{3}$  parecían sentirse cómodos ya que tenían un símbolo especial para representarla . Aparte de esta fracción los egipcios consideraban las fracciones generales propias de la forma  $\frac{m}{n}$ , con m menor que n, no como una cosa elemental y simple sino, como una parte de un proceso incompleto. Por ejemplo, la fracción  $\frac{3}{5}$  que en la actualidad es una fracción propia irreducible, los escribas egipcios la trataban como reducible a la suma de tres fracciones unitarias, para facilitar la reducción de las fracciones propias mixtas a una suma de fracciones unitarias el Papiro del Rhind comienza con una tabla en la que se expresa  $\frac{2}{n}$  como una suma de fracciones unitarias para todos los valores impares de n desde 5 a 10. El

equivalente a  $\frac{2}{5}$  es  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{15}$  la última línea descompone  $\frac{2}{101}$  en  $\frac{1}{101}$  y  $\frac{1}{202}$  y  $\frac{1}{303}$  y  $\frac{1}{606}$ . No está nada claro porque se prefería una descomposición a otra de las muchas posibles. Se ha sugerido que algunas de las descomposiciones en la tabla de  $\frac{2}{n}$  podían estar obtenidas utilizándolo equivalente a la fórmula  $\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$  o bien  $\frac{2}{p \cdot q} = \frac{1}{p \cdot \frac{p+q}{2}} + \frac{1}{q \cdot \frac{p+q}{2}}$ . Sin

embargo, ninguno de estos métodos da la combinación que aparece en la tabla para  $\frac{2}{15}$ . Por otro lado, en la última línea queda demostrada la obsesión por hallar la mitad y tomar un tercio.

Este sistema de descripción de fracciones no unitarias dio lugar también a problemas en su equivalencia como sumas de unitarias dado que la representación usada en muchos casos no era única. En particular, en el papiro de Rhind aparece una tabla (semejante a la mostrada más abajo) con la descomposición de fracciones con numerador 2 y denominador un número impar entre 3 y 101:

Div.	Descomposición	Div.	Descomposición
3	$\frac{2}{3}$	53	$\frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$
5	$\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	55	$\frac{1}{30} + \frac{1}{330}$
7	$\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	57	$\frac{1}{38} + \frac{1}{114}$
9	$\frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	59	$\frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$
11	$\frac{1}{6} + \frac{1}{66}$	61	$\frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{488} + \frac{1}{610}$
13	$\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$	63	$\frac{1}{42} + \frac{1}{126}$
15	$\frac{1}{10} + \frac{1}{30}$	65	$\frac{1}{39} + \frac{1}{195}$
17	$\frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$	67	$\frac{1}{40} + \frac{1}{335} + \frac{1}{536}$
19	$\frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$	69	$\frac{1}{46} + \frac{1}{138}$
21	$\frac{1}{14} + \frac{1}{42}$	71	$\frac{1}{40} + \frac{1}{568} + \frac{1}{710}$
23	$\frac{1}{12} + \frac{1}{276}$	73	$\frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{365}$
25	$\frac{1}{15} + \frac{1}{75}$	75	$\frac{1}{50} + \frac{1}{150}$
27	$\frac{1}{18} + \frac{1}{54}$	77	$\frac{1}{44} + \frac{1}{308}$
29	$\frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$	79	$\frac{1}{60} + \frac{1}{237} + \frac{1}{316} + \frac{1}{790}$
31	$\frac{1}{20} + \frac{1}{124} + \frac{1}{155}$	81	$\frac{1}{54} + \frac{1}{162}$
33	$\frac{1}{22} + \frac{1}{66}$	83	$\frac{1}{60} + \frac{1}{332} + \frac{1}{415} + \frac{1}{498}$
35	$\frac{1}{30} + \frac{1}{42}$	85	$\frac{1}{51} + \frac{1}{255}$
37	$\frac{1}{24} + \frac{1}{111} + \frac{1}{296}$	87	$\frac{1}{58} + \frac{1}{174}$
39	$\frac{1}{26} + \frac{1}{78}$	89	$\frac{1}{60} + \frac{1}{356} + \frac{1}{534} + \frac{1}{890}$
41	$\frac{1}{24} + \frac{1}{246} + \frac{1}{328}$	91	$\frac{1}{70} + \frac{1}{130}$
43	$\frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$	93	$\frac{1}{62} + \frac{1}{186}$
45	$\frac{1}{30} + \frac{1}{90}$	95	$\frac{1}{60} + \frac{1}{380} + \frac{1}{570}$
47	$\frac{1}{30} + \frac{1}{141} + \frac{1}{470}$	97	$\frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$
49	$\frac{1}{28} + \frac{1}{196}$	99	$\frac{1}{66} + \frac{1}{198}$
51	$\frac{1}{34} + \frac{1}{102}$	101	$\frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$

Fuente: Berciano Alcaraz, 2007, p. 126

De la misma manera (Gairín, 2001, p. 660) trato de simular el trabajo de los escribas para obtener información acerca del significado y las representaciones de las

fracciones unitarias utilizando las situaciones del reparto. Los primeros problemas del papiro del Rhind (1 al 6) consisten en repartir distintos números de panes (1,2,6,7,8,9) entre diez hombres. Señalando así una de las actividades principales en la que surge el uso de las fracciones y la base decimal considerada para la que estos repartos son los fundamentales (Maza, 2000, pág. 99)

Problema 3: división de 6 panes entre 10 hombres.



Según (Gairín, 2001, págs. 661-662) este procedimiento es el que ejemplifica la concepción que se asocia al origen y puesta en práctica de la descomposición de la fracción  $a/b$  en suma de fracciones unitarias.

- Las fracciones unitarias egipcias están asociadas a la resolución de repartos igualitarios.
- La suma de las fracciones unitarias indica la cantidad de magnitud, medida con la unidad inicial, que corresponde a cada uno de los participantes en el reparto de  $a$  unidades entre  $b$  individuos ( $a:b$ ).
- Los repartos se realizan por el procedimiento de dar inicialmente a cada participante unidades enteras; si ello no es posible se dividen las unidades en un número de partes iguales de modo que se pueda dar a cada participante una de las partes resultantes, y con ello no se finaliza el reparto, actuar de forma similar con la parte sobrante; es decir, el reparto se hace en fases sucesivas.

- Los egipcios utilizaban las fracciones unitarias  $1/a$  para expresar la cantidad de magnitud resultante de dividir la unidad en partes iguales, siendo  $a$  el número de partes en que hay que dividir las unidades a repartir (o partes de esas unidades) para que se pueda entregar una de esas partes a cada uno de los participantes

Alguno de los problemas egipcios que aparecen en el papiro son problemas algebraicos en el cual piden resolver ecuaciones lineales de la forma  $x + a = b$  o  $x + a + bx = c$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números conocidos y  $x$  es desconocido; a este número desconocido o incógnita se le llama <<aha>> o montón. El problema 24, por ejemplo, pide calcular el valor del montón si el montón y un séptimo del montón es igual a 19; para solucionar este problema Ahmes utiliza un procedimiento que conocemos como el método de la falsa posición o <<regula falsi>>. En este método se supone un valor concreto para el montón, lo más probable es que sea incorrecto, y se efectúa con dicho número las operaciones indicadas en el miembro de la izquierda de la igualdad; a continuación, se compara el resultado de estas operaciones con el resultado que debería haberse obtenido y mediante el uso de proporciones se halla la respuesta correcta (Boyer, 1986, pág. 37)

Ahmes parte en este caso de un valor estimado de 7 y calcula  $7 + 7/7 = 8$ ; encontrar un número  $N$  tal que al multiplicarlo por el resultado de aplicar el valor estimado nos de 19, es decir hay que dividir  $19/8$ . El valor buscado entonces será  $7*N$

1-----	8
2-----	16
½-----	4
¼-----	2
1/8-----	1

$16 + 2 + 1 = 19 \rightarrow 19/8 = 2 + 1/4 + 1/8$ . Este es el valor a multiplicar por 7 para obtener la x buscada

$$\begin{array}{l} 1\text{-----} 2+1/4+1/8 \\ 2\text{-----} 4+1/2+1/4 \\ 4\text{-----} 9+1/2 \end{array}$$

Entonces el valor buscado es  $2 + 1/4 + 1/8 + 4 + 1/2 + 1/4 + 9 + 1/2 = 16 + 1/2 + 1/8$

También es significativa la importancia que tiene la civilización babilónica en este tema, ellos trabajaban con un sistema cuneiforme. La escritura se realizaba grabando en moldes mojados de arcilla, en forma de placas, con la punta de una caña hueca, o algo similar, que producía marcas en forma de cuña. Una vez secas, las placas eran muy duras y por eso todavía subsisten. Los babilónicos inventaron un sistema de base 10, aditivo hasta el 59 y de base 60 y posicional para números superiores.

Si la matemática mesopotámica hubiera estado basada en la suma de números enteros y de fracciones unitarias como lo fue en Egipto, el invento de la notación posicional no habría tenido una gran importancia para la época. Los babilónicos tuvieron la gran idea de extender el principio posicional a las fracciones y no sólo a los números enteros. Es decir, de esta manera la expresión " " servía no sólo para representar  $2 \cdot 60 + 2$ , sino también  $2 + 2 \cdot 60^{-1}$  o  $2 \cdot 60^{-1} + 2 \cdot 60^{-2}$  o para cualquier otra forma fraccional en que aparezcan sólo dos posiciones sucesivas.

Los griegos al igual que los romanos, usaron las fracciones unitarias, marcaban el numerador con un acento y el denominador con dos, más tarde reconocieron fracciones equivalentes y usaron todo tipo de fracciones, este proceso lo consiguieron por medio de la proporción. La idea de fracción no era ajena al pensamiento griego en tanto esta era una forma de expresar la razón entre dos números enteros, y no una entidad numérica en sí misma. (Ruíz, 2003).

En occidente los musulmanes fueron los que introdujeron a España el sistema de numeración indo arábigo, este fue uno de los avances para la comprensión de la fracción.

Se conoce que la forma de representar fracciones por los árabes era similar a la de los egipcios, en el siglo XII, Leonardo de Pisa introdujo el número quebrado, además, hace uso de la raya horizontal para separar el numerador del denominador, dando origen a la notación actual de fracción que tenemos.

según Fandiño (2005), las fracciones se ven como 14 contextos diferentes, los cuales son: la fracción como parte de un todo, la fracción como cociente, la fracción como operador, la fracción en probabilidad, la fracción en los puntajes, la fracción como número racional, la fracción como punto de una recta orientada, la fracción como medida, la fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo, la fracción como porcentaje, la fracción en el lenguaje cotidiano, la conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud, y la conceptualización signo – objeto de Duval.

Al igual que Fandiño (2005), Gallardo (2008) afirma que la fracción manifiesta significados diferentes según el contexto; no obstante, hace una clasificación menos extensa; de acuerdo con investigaciones realizadas por Kiere, Behr, Harel, Escolano y Gairín, estas se reducen a cinco contextos, estos son: la fracción como parte todo, cociente, operador, razón y medida.

#### **2.2.4. Concepto De Fracción**

En general, la fracción se define como un número de la forma  $a/b$  donde  $a$  y  $b$  son números enteros y  $b \neq 0$  y  $a/b$  se entiende como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales ( $b$ ) y luego tomar una cantidad ( $a$ ) de esas partes. Donde  $a$  se conoce como numerador y  $b$  como denominador de la fracción.

En este orden, Salazar y Díaz (2009), ilustra el concepto de fracción desde lo socio epistemológico, articulando el lenguaje matemático y el lenguaje natural como parte de un estudio, el cual explora la enseñanza de la fracción para dotar de significado su aprendizaje, desde el pensamiento variacional y del álgebra, éste articulado con los cuatro ejes de pensamiento matemático escolar, mostrando evidencias de vacíos e invisibilidades de la enseñanza –para y entre–, los cuales presentan en el aula dificultad en el trabajo realizado en cuanto a la comparación, operadores de un número, equivalencias, porcentaje, decimal, entre otros, dificultando en los estudiantes la resolución de problemas. Se aborda un diseño de enseñanza de las fracciones con base en una Ingeniería Didáctica –ID– que busca superar las dificultades que experimentan los estudiantes para lograr aprender de manera significativa.

Por su parte, Rodríguez (2012) señala que las fracciones como uno de los conceptos más difíciles que los niños aprenden en la primaria. Considera importante que los alumnos tengan muy claro el concepto de fracción como parte de un todo, que trabajen a fondo la interpretación y representación de fracciones con la ayuda del material del aula. Lo anterior, aunado a la tendencia de trabajar de inmediato con el lenguaje simbólico de las fracciones, tiene como consecuencia que los niños no logren apropiarse de los significados de esta noción.

La enseñanza de las fracciones ha sido un tema que ha generado preocupación en la comunidad científica a lo largo de muchos años, Pazos (2019) explica, “probablemente, frente a un concepto tan complejo, los docentes hemos ido forjando prácticas que ayuden a los alumnos a ser exitosos en la resolución de las situaciones que proponemos, pero que no aseguran la comprensión del tema” (p. 40), y debido a esa preocupación y a esas prácticas es que encontramos en la literatura diversas investigaciones, a continuación, se presentan algunas de éstas que cobran relevancia en cuanto al tema y son importantes para el desarrollo de este proyecto de intervención.

De modo que se considerarán los siguientes enunciados:

- La fracción como relación parte-todo: En cuanto a la fracción como parte-todo, Obando, *et al.* (2006), puede ser definida como una nueva cantidad que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte.
- La fracción como operador: Una fracción como operador produce una transformación sobre una cantidad de magnitud, obteniéndose otra cantidad de esa misma magnitud de medida en la misma unidad. El operador se define de la forma  $a/b$  y esta transformación se logra multiplicando la magnitud  $a$  a transformar por el numerador  $a$  y el resultado obtenido se divide por el denominador  $b$ .
- La fracción como cociente: Obando, *et al.* (2006), la fracción como cociente indicado es el resultado de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes. También se puede definir como el valor numérico de la fracción  $a/b$ . En este caso la fracción es el resultado de una situación de reparto donde se busca conocer el tamaño de cada una de las partes resultantes al distribuir  $a$  unidades en  $b$  partes iguales.
- La fracción como razón: La generalidad de la interpretación de la fracción como razón consiste en que permite comparar cantidades de magnitudes diferentes, mientras que la interpretación parte-todo en un contexto de medida, sólo permite comparar cantidades del mismo tipo. Las razones pueden ser comparaciones parte-parte en un conjunto o comparaciones parte-todo.

De la misma forma, Briaies, Carriazo, Chacón, Real, & Romero (2001, p. 453-455)

expresa:

- La fracción y la relación parte todo y la medida: La idea clásica de fracción consiste en dividir un todo sea discreto o continuo, en partes iguales. se producen partes congruentes. Este significado de fracción se observa cuando se ve la relación existente entre el todo y una de sus partes. A este todo se le denomina unidad. También se usa la fracción asociada a parte-todo, cuando se emplea la fracción como comparador de objetos concretos. Finalmente diríamos que dos aspectos de importancia en este significado la fracción es distinguir el proceso de ir de la parte al todo y su inverso, es decir del todo a las partes.

- La fracción como cociente: La representación más general de la fracción como  $a/b$  conduce a la idea inmediata de cociente de dos números: “a unidades en b partes iguales” con lo cual aparece la noción de “reparto” en cantidades iguales. Se enfatizan repartos igualitarios, a pesar que físicamente se pueda llevar a cabo de otra manera. En esta significación de la fracción es notable la exigencia o necesidad de que las partes que le correspondan a cada persona sean iguales. Otra lectura de fracciones como cociente conduce a los racionales como estructura algebraica. Esto es, las fracciones (números racionales) como elementos de la forma  $b$  sobre  $a$  con  $a$  y  $b$  números naturales ( $a$  distinto de cero) que resultan ser la solución de la ecuación  $a x = b$ .

- La fracción como razón: si la fracción se usa para mostrar la relación entre dos cantidades de determinada magnitud, es decir se establece un índice de comparación entre esas partes, se habla de la fracción como una razón. Esta es otra interpretación de la fracción que usamos para comparar situaciones: una relación entre dos números naturales que son las medidas de dos cantidades asociadas. En este caso, no se habla de partir a fraccionar. Más aún, en este tipo de significado de la fracción no existe definido un todo o una unidad. Cuando hay una relación entre  $a$  y  $b$  (una razón) todo cambio en  $a$  producirá un cambio en  $b$ .

•La fracción Como operador: Se trata de la idea como transformador. La fracción actúa a partir de un estado inicial transformándolo en estado final. que asocia directamente a multiplicaciones y divisiones sucesivas (independiente del orden). En este sentido, se puede hablar de fracción como expresando un orden de ejecución.

### **2.2.5. Diferencia entre ejercicio y problema**

Teniendo en cuenta los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional en su documento, Estándares Básicos de Competencias (2006), los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Según los lineamientos (Ministerio de Educación Nacional, 2006)“La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas.” (p. 52)

Según (Callejo & Vila, 2005), se pueden plantear problemas considerándolo en primer lugar como simples tareas bajo este enfoque lo único que parece que importaría (en el análisis o la selección de problemas) sería la estructura matemática, al estudiante se le exigiría que en su resolución identificara y desarrolla la estructura matemática supuestamente aprendida, algo puramente conductista.

En segundo lugar, si se observa la dificultad para resolver estas tareas, se tendría que dar importancia a los conocimientos previos, a las distintas capacidades personales a las ideas de aplicación significativa/aplicación rutinaria y en función de ello al distinguir tipología de

tareas en una escala que denominamos ejercicio problema, de esta manera se estaría reduciendo la educación a una preparación o adiestramiento.

Finalmente, si un mismo problema o tarea puede ser propuesto a unos mismos estudiantes con diferentes finalidades y se pueden obtener distintos logros, el docente entraría a jugar un papel muy importante en la planificación de cada problema y en la resolución del mismo, como la situación o contexto en que éste se desarrolló, y en este sentido aparecen también en consideración aspectos de la dimensión afectiva de resolutoria.

Según (Callejo & Vila, 2005) “el término problema lo reservamos para designar una situación planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al estudiante o grupo de estudiantes que intenta resolverla, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o de un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión y por lo tanto deberá buscar investigar establecer relaciones implicar sus afectos etc. para afrontar una situación nueva” (p. 31)

### **2.2.6. Resolución de problemas**

En la enseñanza tradicional la resolución de problemas es un contenido más en el plan de estudios, pero esta se puede tomar desde un enfoque de concebir las actividades educativas, para (Garret, 1988) tiene más sentido enfrentarse al problema más no solucionarlo, ya que implica un proceso de pensamiento creativo y define la creatividad en términos de originalidad y utilidad de una posible solución a una situación dada, mientras que (Frazer, 1982) considera que la resolución de problemas constituye un proceso en el cual se utiliza el conocimiento de una determinada disciplina, así como las técnicas y habilidades para salvar la brecha existente entre el problema y la solución, de igual modo, Kempa (1986)

piensa que la resolución de problemas constituye un proceso mediante el cual se elabora la información en el cerebro del sujeto que lo resuelve, este ejercicio requiere de memoria a corto y largo plazo e implica comprensión del problema, selección y utilización adecuada de estrategias que permitan llegar a la solución y por su parte Pólya (1980) comenta que la resolución de problemas consiste tanto en un proceso de aprendizaje como en un objetivo en sí mismo, así como una técnica básica que debe ser desarrollada.

Para el desarrollo del trabajo se toma como referencia a George Pólya, quien fue un gran matemático que aportó diferentes resultados y trabajos dedicados a la resolución de problemas, donde su posición se basa en una perspectiva global y no solo restringida a el punto de vista matemático, es decir, que sus planteamientos, al momento de resolver problemas, se pueden aplicar en cualquier campo de la vida diaria.

Conviene resaltar, los planteamientos de Pólya (1990) quien expresa, “Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro, pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva allá solo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la resolución de problemas”.

En 1945, Pólya en su libro “How to solve it” que traducido al español significa “Cómo resolverlo”, planteó su “Método de los cuatro pasos” para la resolución de un problema, dichos pasos son: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución del mismo, además Pólya expresó que en cada paso el docente debe guiar al estudiante por medio de una serie de preguntas que lo ayuden o encaminen para que sea él mismo quien pueda llegar a la solución.

Para la etapa de comprensión, el docente debe proponer un problema interesante para el estudiante y con un nivel de dificultad adecuado, en este paso es donde el estudiante se imagina la situación, los lugares, los personajes, los datos dados, es decir, el estudiante debe reconocer la información presentada y elaborar gráficas, tablas o dibujos para lograr entender el problema. Mientras que, en la segunda etapa, la de concebir un plan, el papel del docente radica en guiar al estudiante, a través de preguntas, hacia una estrategia para la solución del problema basada en experiencias anteriores y conocimientos previos, en este paso el estudiante plantea diferentes estrategias para resolver el problema y selecciona la que él considera es más adecuada.

En la tercera etapa, la ejecución del plan, es el estudiante quien resuelve el problema teniendo en cuenta de examinar todos los detalles, monitorear todo el proceso de solución y analizar que los pasos realizados sean correctos, y finalmente, en el cuarto paso, se lleva a cabo una visión retrospectiva de la solución, se revisa el paso a paso del proceso seguido y se debe verificar que la solución sea la correcta, esto le permite al estudiante afianzar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver otros problemas.

En el año 1966, Pólya brinda un nuevo aporte significativo a la enseñanza de la matemática, en particular, a la resolución de problemas con su libro, “Matemáticas y razonamiento plausible”, pues muestra cómo la construcción matemática puede ser aprovechada para su enseñanza, es decir, cómo las estrategias seguidas por un profesional en matemática, que Pólya denomina “razonamientos plausibles” pueden permitirle a un estudiante aprender matemáticas. Por otro lado, su enfoque en el desarrollo de estrategias heurísticas, delimita claramente las condiciones que debe tener un problema para generar un aprendizaje significativo, pues sugiere que un problema debe permitirle al estudiante recurrir a problemas análogos, realizar conjeturas, generalizar, entre otras.

### 2.2.7. Aproximación Conceptual De Unidad Didáctica

La actividad educativa no puede circunscribirse únicamente a desarrollar un cúmulo de contenidos temáticos que se repiten cada ciclo escolar, es por tanto que el diseño y programación de actividades deben definirse con estrategias adecuadas y pertinentes llevadas a cabo en la unidad didáctica. En este sentido, la unidad didáctica constituye una herramienta docente para planear sus actividades de clase, de manera que establezca un orden para facilitar el logro de los objetivos.

Por ello para la comprensión del concepto de unidad didáctica, se establece, primeramente, la concepción de didáctica, de acuerdo a Medina & Mata (2002), señalan:

La Didáctica es una disciplina pedagógica centrada en el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje, que pretende la formación y desarrollo instructivo-formativo de los estudiantes y la mejora de la concepción y práctica docente, mediante la generación de un entorno cultural netamente didáctico, basado y reconstruido de una actitud rigurosamente indagadora del profesorado y colaboradores. (p. 11).

De lo anterior se expresa el trabajo sistemático y metódico de la praxis docente, que tiene su sentido de acuerdo al área de conocimiento y a los efectos curriculares en cada modalidad de estudio. En tanto, que se reconocen parámetros que orientan el proceso educativo en el aula, así se orientan las actividades y estrategias a través de la unidad didáctica, consecuentemente, la unidad didáctica, “como una unidad de trabajo relativa a un proceso de enseñanza-aprendizaje”. (Medina & Mata, 2002, p.303).

En este orden, Tann (1990), concibe a la unidad didáctica como un instrumento de programación que permite una articulación entre las estrategias metodológicas en relación con los logros que se esperan obtener. Asimismo, el autor expresa que una unidad didáctica es un instrumento de programación que, previendo las necesidades de formación de los estudiantes,

le permite al docente identificar el objetivo o propósito a lograr, el conocimiento que se pretende abordar y los conocimientos previos requeridos.

Con base a lo planteado, la unidad didáctica presenta una guía didáctica para los estudiantes, convirtiéndose en una herramienta que apoya la actividad independiente. Dentro de los aspectos, es interesante señalar la estructura de la unidad didáctica contempla toda la información acerca del contenido, orientar en relación a la metodología establecida y enfoque del curso, indicaciones generales y actividades que procuren el objetivo planteado.

En cuanto a la organización y estructura de la unidad didáctica, Sanmartí (2011) plantea que todo docente tiene que tomar decisiones para diseñar unidades didácticas y proponer una reflexión acerca de este proceso considerando los criterios para la definición de finalidades/objetivos, seleccionar, organizar y secuenciar los contenidos, secuencias de actividades y la evaluación.

Por su parte, Cáceres, et al. (2016), afirman:

...las unidades didácticas están configuradas por una serie de componentes relativos al qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar. Tales componentes o elementos son los siguientes: presentación, objetivos, contenidos, actividades, estrategias, temporalización, recursos y evaluación. Para la aplicación de la unidad didáctica, cada docente debe establecer el grado de complejidad de los temas a desarrollar ajustado al grupo con el que se va a trabajar, tomando como punto de partida los conocimientos o ideas previas que necesita el alumnado para abordar el nuevo tema. (p. 251).

Según Ambrós (2009), la unidad didáctica damos por sobreentendido que responde a un hilo conductor que teje toda la unidad de programación. Es recomendable que el hilo conductor se vertebre alrededor de una actividad significativa práctica y funcional que justifique y responda a la realización de una serie de tareas previas”, es decir, es una forma de planear el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro y fuera del aula, teniendo en cuenta todos

aspectos fundamentales del currículo, por medio de un conjunto de actividades que se plantean al estudiante para que las desarrolle partiendo de lo que él sabe y buscando que adquiera y logre un aprendizaje de manera significativa, persiguiendo llevarlo de lo concreto a lo general mostrando la utilidad y aplicabilidad de los contenidos trabajados.

Al respecto Gamboa, *et al.* (2014) comentan que “el diseño de unidades didácticas se encuentra en el tercer nivel de concreción curricular, por tanto, no debe concebirse como un proceso independiente y si como un eslabón más de la cadena de concreción del curriculum” (p.4), por ende, el organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje por medio de unidades didácticas es complejo debido a que el docente está sujeto a un currículo que debe cumplir, unas horas de clase disponibles para el desarrollo del mismo, a unas condiciones locativas, al haber de recursos y material didáctico, a la propia formación, experiencia, dominio del contenido y de la forma de trabajar con esta herramienta, a su creatividad, a la reflexión de su labor, y hoy en día a los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes que hay dentro de cada grupo de trabajo.

En este punto es conveniente mencionar a Quintanilla, *et. al.* (2010), quienes señalan que las unidades Didácticas y su contribución en el aprendizaje significativo de conceptos, captan una temática de actualidad e importancia práctica; lo que ha generado desafíos para la iniciativa, la innovación y, en suma, la actividad creativa de profesores y estudiantes, en esta relación se conjugan las distintas visiones teóricas que se involucren en la unidad didáctica, de igual forma se insertan las políticas educativas vigentes, las concepciones del docente y por supuesto el área que se gestiona la unidad.

Entre las perspectivas educativa que centran las propuestas de unidades didácticas en el conocimiento matemático, se reconocen eminentemente las teorías de Piaget (1975), Vygotsky (1960), Bruner (1998), Ausubel (1968), entre otros, coinciden en un proceso de enseñanza centrada en el alumno, principalmente, favoreciendo el aprendizaje significativo,

caracterizado por un aprendizaje donde el estudiante vincula la información nueva a los acontecimientos que aprendió anteriormente, esta relación se pueda establecerse a factores motivacionales, afectivos o socio-culturales.

De aquí que el aprendizaje significativo, en el hecho educativo dentro del campo de la matemática, según Ausubel (2002), se desarrolla a través de un proceso de aprender la nueva información adquiere significado a través de la interacción con los conceptos integradores, refleja una relación de subordinación del nuevo material en relación con la estructura cognoscitiva previa. Asimismo, esta relación se produce con la construcción de significados a partir de un proceso de internalización, esto surge, de acuerdo a Vygotsky (1960), de la cultura para que el hombre se apropie de ellos y le permiten, inicialmente, entrar en contacto con el mundo subjetivo de los otros, influir en ellos y luego en sí mismo.

Estas visiones cognitivas, constructivistas, aprendizaje significativo, son complementarias para establecer fundamentos elementos que sustentan las propuestas de unidades didácticas en el trabajo docente del área de la matemática, de manera que puedan establecerse estrategias y actividades que desarrollen el pensamiento, expresado por Piaget (1954) (1975), al considerar la etapa concreta como un importante punto de inflexión en el desarrollo cognitivo del niño, porque marca el comienzo del pensamiento lógico u operativo concreto, esto significa que los niños adquieren las habilidades de conservación (número, área, volumen, orientación) y reversibilidad. Sin embargo, aunque los niños pueden resolver los problemas de una manera lógica, normalmente no son capaces de pensar de forma abstracta o hipotética.

Con base a los planteamientos descritos, el diseño e implementación de estrategias en una unidad didáctica requiere integrar elementos estructurales que desarrollen la capacidad de pensar en forma abstracta y crear un hábito de enfrentar problemas, tomar iniciativas y establecer criterios de verdad, lo cual otorga confianza frente a muchas situaciones.

En este orden de ideas, en el desarrollo cognoscitivo del estudiante en la matemática tiene como una característica fundamental el pensamiento operacional formal. Esto significa que, “cuando el pensamiento ya no está limitado a experiencias personales, que le permiten captar la distinción entre pensamiento formal y pensamiento concreto es recordar el programa de estudios escolar”. (Skovsmose, 1999, p.472).

De manera que el pensamiento matemático, se desarrolla en desde la niñez, y se van adquiriendo capacidades propias de las matemáticas, operaciones y relaciones entre cantidades, medidas y figuras y, experimentos y probabilidad de eventos, partiendo de las experiencias personales que permiten consolidar los conocimientos conceptuales y procedimentales de las matemáticas.

Ahora bien, Arteaga y Macías (2016), afirman que “

...la construcción del pensamiento lógico-matemático en niños, los conocimientos se van adquiriendo a través de acciones y prácticas relacionadas con el número y la ubicación en el espacio y en el tiempo, que se va fortaleciendo a través del desarrollo de cuatro capacidades básicas:

- La observación: es fundamental presentar a los alumnos tareas en las que, de manera autónoma y guiados con sumo cuidado por el maestro, sean capaces de centrar la atención en aquellas propiedades, características o fenómenos que queremos que perciban, sin forzar por nuestra parte dicho acto.
- La imaginación: es necesario fomentar la creatividad de los alumnos mediante actividades que les permitan desarrollar múltiples y diferentes acciones, del mismo modo que puede ocurrir en el trabajo matemático.
- La intuición: entendida como la capacidad para anticipar los resultados que se pueden obtener de una acción que se vaya a realizar posteriormente.

- El razonamiento lógico: se debe potenciar la capacidad de los alumnos en relación a la obtención de unas conclusiones a partir de ideas o resultados previos considerados ciertos. (Arteaga y Macías, 2016, p.35).

En todo este proceso, juega un papel trascendental la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos, pues a diferencia de lo que ocurre con otras áreas de conocimiento, no existen en la realidad, teniendo que recurrir a la representación o simbolización para poder trabajar con ellos. Es por esto que los niños relacionan una determinada forma con un nombre, pero en ningún momento se está favoreciendo el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Bajo estas perspectivas, la preparación del proceso didáctico de las matemáticas, se extraen los siguientes requisitos de aprestamiento cognitivo de parte del estudiante:

- La modelización y resolución de problemas: Se refiere a que los problemas que se presentan ante la mente del estudiante, no deben ser planteamientos cerrados y alejados de la realidad, de tal manera que los problemas matemáticos que se proponen no deben ser lo mismo para las diferentes edades de los estudiantes, toda vez que las necesidades de éstos son distintas.
- Razonamiento matemático: Para el desarrollo del aprendizaje de la matemática se requiere de la capacidad de razonamiento matemático que se refiere a guiar la capacidad inquisitiva mediante la aplicación de conceptos matemáticos encaminados a demostrar una cosa o a persuadir o mover al estudiante hacia la intención de explicar numéricamente un fenómeno de su realidad contextual.
- Lenguaje y comunicación: Esta característica indica que la matemática posee un lenguaje que significa un conjunto de conocimientos con características propias y una determinada estructura y organización interna. La estructura interna enfatiza que la matemática, como disciplina científica está organizada en diferentes partes,

pero tiene la finalidad de propiciar conocimientos ricos y significativos para vida real. La naturaleza relacional es la característica que indica que dentro de la naturaleza de la matemática el aprendizaje es más constructivo que deductivo.

- La exactitud y aproximación: Esta característica enseña que por medio de la dualidad de exactitud y aproximación se permite contemplar la realidad. Con ello, se puede comprender que la matemática siendo una ciencia exacta única, permite comprender la realidad de una manera aproximada porque un modelo matemático nunca es exacto a la realidad, pero si aproximado a la misma

En el contexto colombiano, el área de la matemática se determina por los estándares básicos de competencias, establecidas por el Ministerio de Educación Nacional, MEN (2006), y distinguen el conocimiento matemático se han en dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental:

El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente. (p.50).

En este sentido las competencias Matemáticas evaluadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES (2017):

- Comunicación: Está referida a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones. Relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas. Modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico. Manipular

proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas.

- **Razonamiento:** Relacionado con el dar cuenta del cómo y del porqué de los caminos que se siguen para llegar a conclusiones. Justificar estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema. Formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos. Generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente.
- **Solución de problemas:** Está ligada a formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática. Traducir la realidad a una estructura matemática. Desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas. Justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

### **2.2.7.1. Estructura de la Unidad Didáctica**

El proceso de elaboración de una unidad didáctica involucra componentes, tiene una estructura compleja, que según Gamboa y Fonseca (2014), que “son significativas las dificultades que se deben superar para asumir la alternativa de las unidades didácticas como instrumento de planeación, sin embargo, las múltiples ventajas que poseen estimulan para ello” (p.6), por eso, si se sabe trabajar con unidades didácticas se tienen ventajas como el buen uso del tiempo de las clases, lo que conlleva a poder cumplir con el programa propuesto para el año escolar, se refuerza el trabajo en equipo de los docentes del área y de los estudiantes con quienes se aplican dichas unidades, favorece el desarrollo de la creatividad de los jóvenes y educadores, permite adaptar las actividades dependiendo del grupo a trabajar,

esto partiendo de la reflexión continua que debe realizar el profesor, lo que deja un crecimiento personal y profesional que beneficia una buena toma de decisiones en pro del desarrollo de competencias en los alumnos.

Para elaborar una unidad didáctica no hay un esquema único a seguir, eso depende del docente, lo que sí es claro es que debe tener en cuenta los siguientes aspectos: seleccionar el tema y subtemas a desarrollar, registrar los contenidos conceptuales o ideas previas que debe manejar el alumnado, elegir o diseñar las actividades (iniciales, de desarrollo y de cierre) o experiencias de la sesión o sesiones que forman parte de la unidad y que permitan a los estudiantes resolver el problema y llegar a la adquisición de los conocimientos esperados, analizar o enlistar cuáles son los conocimientos a adquirir por los alumnos, seleccionar los objetivos, determinar el tiempo de desarrollo de cada una de las actividades de la sesión de la unidad didáctica, establecer el material didáctico o de apoyo necesario para el desarrollo de las actividades y determinar la manera de evaluar dicha unidad. La siguiente imagen presenta el modelo planteado por Tamayo para la elaboración de unidades didácticas.

**Figura 20**

Modelo para la elaboración de unidades didácticas



*Nota:* la figura representa un modelo básico para la elaboración de unidades didácticas. Fuente: basado en Tamayo (2013)

Elaborar una unidad didáctica es complejo como para proponer una secuencia lineal de trabajo, por eso en el diagrama anterior vemos como diferentes partes del proceso se relacionan con los demás, formando un sistema que ha de abordarse en su conjunto, y tienen sentido cuando el estudiante se da cuenta que los contenidos aprendidos en el desarrollo de las actividades le permiten desarrollar competencias y habilidades que le sirven para aplicarlo en la solución de problemas de su vida cotidiana.

En conclusión, “La más importante aportación de las unidades didácticas contextualizadas radica en que se incrementa el componente afectivo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Se prioriza el dominio actitudinal en función de la realidad del proceso. Entonces, se elevan las aplicaciones de los contenidos a otros campos diferentes del conocimiento, y las conexiones entre ellos, a la solución de problemas de la vida, las actitudes y valores, como experiencias adecuadas a los involucrados. Entre estos se incluyen acertadamente a los familiares y otros miembros de la comunidad”. (Gamboa, 2014, p.24).

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

Este capítulo presenta el diseño metodológico con el método, la población, las técnicas e instrumentos de recolección de información, organización e interpretación de la información asociada al objeto matemático en cuestión, con el cual se pretende realizar un análisis a priori, para finalmente llegar a un análisis a posteriori. Además, se presenta una descripción de las tareas que se plantearon para la construcción de la unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de grado quinto del instituto técnico empresarial el Yopal, apoyada en la investigación acción educativa con un enfoque cualitativo.

### 3.1. Diseño de la Investigación

El proceso de investigación suscita una secuencia de pasos sistemáticos para lograr los objetivos que pretende, este orden el investigador conjuga métodos, estrategias y procedimientos que organiza secuencialmente para desarrollar el proceso de investigación. Esto supone según Kerlinger (2002) generar un diseño de investigación al plan y a la estructura de un estudio, es decir, conformar una estructura de investigación concebidas para obtener respuestas a las preguntas de un estudio.

Con base a este interés, el diseño de investigación se enmarca en la investigación-acción, puesto que sus procesos se ejecutan de acuerdo a la complejidad que se plantean las actividades en el aula. Es un hecho conocido, que el origen de la investigación acción o investigación acción participativa data de los años 40, y su término y fundamentos fueron postulado por el psicólogo Lewin (1946), y apoyado luego por o autores que desarrollaron de métodos en sus investigaciones como Stenhouse (1975) Carr y Kemmis (1988), Elliot (2000), , entre otros, para impulsar un método de investigación que desde la visión dialéctica que

integra la investigación propiamente con una acción a través de fases cíclicas: planificar, actuar, observar y reflexionar. Estos procesos o fases involucran una práctica que busca mejorar una situación, especialmente, en el campo educativo con la finalidad de transformar las prácticas docentes de modo reflexivo.

Principalmente para Kemmis y McTaggart (1988), la investigación-acción es concebida como, “una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales, con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que estas tienen lugar” (, p. 9). Se trata entonces, de una investigación transformadora de la realidad y la enseñanza, una actividad cuestionadora, reflexiva, contextualizada, participativa que articula la teoría y la práctica, el conocimiento y la acción.

Por otro lado, Fals-Borda y Castillo (1972), propusieron crear un centro de investigación y acción social que fue el que dio lugar a la formulación de la investigación-acción participativa como se conoce hoy en día. Este método está basado en el abordaje del investigador inmerso en el análisis de las condiciones históricas y la estructura social de una comunidad, considerando desarrollo del nivel de conciencia de sus miembros, las organizaciones políticas y grupos de acción para lograr la solución de problemas y el compromiso con la comunidad o grupo. (Balcázar, 2003)

En este sentido, la investigación acción se entiende como “un proceso por el cual miembros de un grupo o una comunidad, coleccionan y analizan información, y actúan sobre sus problemas con el propósito de encontrarles soluciones y promover transformaciones sociales” (Balcázar, 2003,p. ), es decir, es la investigación que se realiza desde el propio entorno, donde el orientador o investigador tiene una intervención no neutra ni distante, quien junto a los participantes evidencian una problemática de su contexto, identificando las causas y dando las posibles soluciones.

Como se ha descrito en los planteamientos que anteceden este tipo de investigación surgió para tratar situaciones de índole social, en busca de mejorar la racionalidad de las prácticas sociales, con el fin último de reconstruirlas. Al hacer el análisis de los tres términos que la denominan (investigación-acción-participativa) y según (Ander-Egg, 2003), se tiene:

- En tanto investigación, se trata de un procedimiento reflexivo, sistemático, controlado y crítico que tiene por finalidad estudiar algún aspecto de la realidad, con una expresa finalidad práctica;
- En cuanto a acción, significa o indica que la forma de realizar el estudio es ya un modo de intervención y que el propósito de la investigación está orientado a la acción, siendo ella a su vez fuente de conocimiento;
- Y, por participación, es una actividad en cuyo proceso están involucrados tanto los investigadores (equipo técnico o agentes externos), como las mismas gentes destinatarias del programa, que ya no son consideradas como simples objetos de investigación, sino como sujetos activos que contribuyan a conocer y transformar la realidad en la que están implicados.

Para efectos de esta investigación, cabe resaltar que Restrepo (2003), de modo muy específico señala que “la investigación-acción es un instrumento que permite al maestro comportarse como aprendiz de largo alcance, aprendiz de por vida, ya que le enseña cómo aprender a aprender, cómo comprender la estructura de su propia práctica y cómo transformar permanente y sistemáticamente su práctica pedagógica” (p. 7). Esto supone, que el trabajo del docente en el aula es un proceso de investigación-acción constante para reflexionar y mejorar sus métodos y estrategias de enseñanza y aprendizaje, cuestión que orienta en particular el objeto de la investigación de desarrollar un conjunto de actividades fundamentadas en el uso de la historia que involucren la Interpretación y uso de los números racionales en su

representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos en diferentes contextos, que contribuyan a elevar la calidad de educativa en esta área.

Hechas estas consideraciones se entiende que en la investigación-acción el docente investigador estudia una realidad de su praxis, lo implica una intervención, para conocerla, analizarla y perfeccionarla, esto conlleva a establecer una planificación de estrategias que determinen los pasos a seguir en función del modelo conceptual o paradigma en el cual se apoye. En este sentido, tradicionalmente éste enfoque se enmarca en el paradigma socio-crítico, cuyos fundamentos se basan primordialmente en la crítica social desde un proceso autorreflexivo.

Al respecto, del paradigma socio-crítico Lucio-Villegas (2004), que la educación es liberadora a través un aprendizaje crítico que busca el despertar de la realidad, considerando el acto educativo como un acto de conocimiento que se crea de forma colectiva como interacción de todos los participantes. Sin embargo, con el paso del tiempo este tipo de investigación se ha empezado a implementar en el ámbito educativo, dado que se han identificado falencias en el aprendizaje de los alumnos por lo que se ha hecho necesario explorar nuevas técnicas que aporten y faciliten el aprendizaje y la adquisición de competencias y habilidades en el estudiantado.

Visto así, la investigación-acción, en el área educativa presenta una tendencia a reconceptualizar el campo de la investigación educacional en términos más participativos y con miras a esclarecer el origen de los problemas, los contenidos pragmáticos, los métodos didácticos, los conocimientos significativos y la comunidad de docentes, y se ha impulsado sobre todo desde las universidades y desde los centros de Investigación Educativa, oficiales y privados.” (Martínez, 2000, p. 30).

Al respecto se debe preguntar entonces, qué se investiga, quién, cómo y para qué. La investigación acción en el ámbito educativo tiene como objeto explorar la práctica educativa

tal y como ocurre dentro y fuera del aula de clase, son acciones y situaciones que involucran a los docentes y que para ellos son problemáticas, las cuales pueden ser modificadas y además admiten una respuesta práctica.

En este caso quien realiza la investigación puede ser un experto o investigador, o el docente quien está explorando su quehacer profesional y deja de ser el objeto de estudio para convertirse en agente dinámico de la misma, o un grupo formado por asesores, colaboradores e investigador siempre con una comunicación asertiva y un buen proceso de reflexión.

En cuanto al cómo, la investigación acción usa un enfoque cualitativo y utiliza diversas técnicas para recoger la información como son registros anecdóticos, en audio, en video o en fotos, notas de campo, observaciones externas, entrevistas, pruebas o test de rendimientos a estudiantes o relatos autobiográficos.

En forma general se puede decir que la investigación acción se desarrolla siguiendo un modelo en espiral en ciclos sucesivos que incluyen diagnóstico, planificación, acción, observación y reflexión – evaluación. Todo este proceso se resume en cuatro fases basado en Kemmis y McTaggart (1988): 1. Fase Diagnóstica: Identificación del Problema. Diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial. 2. Fase de Acción: Elaboración del Plan de Acción: Desarrollo de un plan de acción, críticamente informado, para mejorar aquello que ya está ocurriendo. 3. Fase de Observación: Ejecución del Plan. Actuación para poner el plan en práctica y la observación de sus efectos en el contexto que tiene lugar. 4. Fase de Reflexión: Evaluación del Plan. Reflexión en torno a los efectos como base para una nueva planificación.

En concordancia con lo anterior, Latorre (2007), también se inclina por la secuencia en espiral autorreflexiva, donde las fases de planificación, acción, observación y reflexión resultan vitales, y se dan en forma flexible y cíclica durante todo el proceso.

## Figura 21

### *Ciclos de la Investigación-acción (IA)*



Nota: la figura representa la secuencia de los ciclos o fases de la Investigación-acción (IA). Fuente: adaptación de las fases de Kemmis y McTaggart (1988) y Latorre (2007).

Particularmente, el trabajo se apoya en los planteamientos Rodríguez (2005), quien define la investigación-acción como una herramienta que facilita la elaboración del saber pedagógico, este saber hacer se construye desde el trabajo pedagógico cotidiano, que los docentes tejen permanentemente para enfrentar y transformar su práctica de cada día, de manera que responda en forma adecuada a las condiciones del medio, a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y a la agenda sociocultural de estos últimos. Es por ello más subjetivo, más ajustado al quehacer de cada docente, y se va construyendo mediante la reflexión acerca de la propia práctica en la acción de todos los días y en la transformación permanente de aquella y de su relación con los componentes disciplinares que la determinan.

Este proyecto de intervención surge de la reflexión personal sobre las problemáticas observadas a lo largo de la carrera profesional y la experiencia docente, en donde se han identificado algunos fenómenos o hechos específicos como son resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción, como parte de un todo, como cociente y como razón, aprendizaje que hace parte del pensamiento numérico, hechos que son constatados desde la

teoría a partir de una consulta bibliográfica acerca del tema observado, en los resultados obtenidos en la prueba PISA en los años 2006, 2009, 2012, 2015, 2018 y en la Prueba SABER del 2017 en la Institución Educativa ITEY de Yopal-Casanare, para reafirmar lo anterior se plantea una prueba inicial o diagnóstica que da soporte a las observaciones, lo que da paso a la identificación y definición del problema o situación a intervenir.

Con el problema definido y delimitado se pasa a la planeación de una posible solución a partir del diseño de una unidad didáctica, en este caso, basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de grado quinto del instituto técnico empresarial el Yopal, que luego es implementada en aula y posteriormente evaluada y mejorada. Es importante aclarar que, durante el proceso de implementación, las actividades planeadas pueden sufrir cambios producto de la evaluación continua y el impacto de las mismas en la problemática a intervenir.

La población objeto de esta intervención son 32 estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa ITEY perteneciente al sector oficial de Yopal-Casanare. A continuación, se muestra con detalle la distribución y característica de la población.

**Tabla 7**

*Características de la población*

<b>Característica</b>	<b>Especificación</b>	<b>Estudiantes</b>
Estrato 1	1	12
	2	20
Género	F	19
	Masculino	13
Nivel	1-	19
	1	12
Años	2	1
	10	11
	11	15
	12	5
Familiar	13	1
	Monoparental	6
Conectividad a clase virtual	Nuclear	26
	Si	14
	No	18

*Nota:* En la tabla se representan las características del grupo seleccionado para intervención que corresponden a 32 estudiantes de grado 5. Fuente: Elaboración propia de los datos de la matrícula ciclo escolar 2020.

En cuanto a los criterios de inclusión se seleccionaron estudiantes de grado quinto de educación básica primaria en la Institución Educativa ITEY, entre las edades de 10 a 13 años, con niveles de desempeño de insuficiente a satisfactorio. Entre los criterios de exclusión se consideran las características distintas a las mencionadas, es decir, estudiantes a otro grado diferente a quinto, con edades menores de 10 años y mayores de 13 años, en lo que respecta a los niveles de desempeño solo se consideran niveles inferiores a satisfactorio.

- Las circunstancias temporales y espaciales: están supeditadas a las condiciones que exige la institución, entre ellas se plantean:

- Clases en forma remota o a distancia debido a la pandemia causada por el virus Covid-19.
- Falta de acceso a internet para la conexión virtual
- Poco acceso a trabajo cooperativo causado por el confinamiento
- Dificultades de comprensión en la explicación de las actividades o limitaciones para el asesoramiento personal de los estudiantes.
- Pocas posibilidades para mantener comunicación a través del móvil o teléfono fijo.

- Aspectos éticos: los docentes del proyecto, tienen disposición y disponibilidad para buscar alternativas que puedan vencer los inconvenientes o circunstancia que pueda perjudicar la consecución del proyecto de intervención.

- Evaluación: plazos, criterios de evaluación: los datos recogidos del diseño y durante la implementación de la unidad didáctica, las observaciones de clases y las valoraciones efectuadas de manera individual y en grupo, son principalmente los elementos para evaluar las acciones. De forma explícita se mencionan a continuación los distintos tipos de evaluación y

los criterios que se consideraron para valorar las acciones en los tres momentos de las clases de matemática.

**Tabla 8**

*Tipos y criterios de evaluación*

<b>Evaluaciones</b>	<b>Tipo</b>	<b>Criterios</b>
Unidad Didáctica	Rúbrica	Cualitativos
	Prueba Diagnóstica	Cuantitativos
Estudiantes	Rúbrica de actividades	Cualitativos-cuantitativos
	Postest	Cuantitativos

*Nota:* la tabla describe los tipos de evaluación antes, durante y después de la intervención. Fuente: Elaboración propia.

- Variables y su operacionalización: de acuerdo al objetivo general de construcción de la unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de grado quinto del instituto técnico empresarial el Yopal, apoyada en la investigación acción educativa con un enfoque cualitativo, se establecieron las variables historia de las matemáticas en la comprensión de fracciones, unidad didáctica presentadas, en la siguiente tabla.

**Tabla 9**

*Operacionalización de las variables*

<b>Objetivos</b>	<b>Variables</b>	<b>Dimensiones</b>
Explorar los elementos de la historia que favorecen el aprendizaje de las matemáticas para el diseño de actividades dirigidas a la apropiación y comprensión del concepto de fracción en estudiantes de grado quinto de básica primaria	Historia de las matemáticas en el aprendizaje de fracciones	Pensamiento Matemático Pensamiento Numérico Historia de las fracciones Concepto de fracciones
Aplicar actividades apoyadas en el uso de la historia y la resolución de problemas como mediadoras del aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de grado quinto de la I.E. ITEY del municipio de Yopal	Actividades de Resolución de problemas en la Unidad Didáctica	Resolución de problemas Conceptualización de unidad didáctica Estructura de la unidad didáctica
Valorar los avances de los estudiantes de grado quinto de la I.E. ITEY del municipio de Yopal en	Se realiza un postest luego de implementar las actividades de la unidad didáctica	

la apropiación y comprensión del concepto de fracción.

---

*Nota:* la tabla describe los objetivos, variables y dimensiones que forman parte de la estructura de la investigación.

Fuente: Elaboración propia.

- Técnicas y procedimientos para el análisis de los datos.

Entre las técnicas e instrumentos se utilizaron:

- La observación permite plasmar los detalles, sucesos, eventos e interacciones.
- Grabaciones y fotografías de las actividades realizadas en clase.
- Los Cuestionarios evaluativos: diagnóstico y postest en los momentos iniciales y finales de la implementación unidad didáctica.
- Rúbrica de la actividad de las estudiantes planificadas en las clases.
- Diario de campo: registros docentes de los acontecimientos surgidos durante la intervención.

- Técnicas de análisis de la información: se aplicaron procedimientos para el análisis cualitativo y cuantitativo. Las técnicas de análisis cualitativo se llevaron a cabo de la siguiente manera:

- Describir los eventos en el diario de campo: situaciones, condiciones, anécdotas, comentarios
- Evaluación cualitativa de la Rúbrica en cada actividad realizada por los estudiantes
- Se triangularon los hallazgos descritos en el diario de campo con las cualidades de la rúbrica. Luego, se llevó estas cualidades a las escalas numéricas y se comparó con los valores de los instrumentos cuantitativos.

En cuanto a las técnicas cuantitativas se realizaron cálculos, utilizando el programa SPSS y Excel:





### 3.2.1. Esquema de diseño de las actividades.

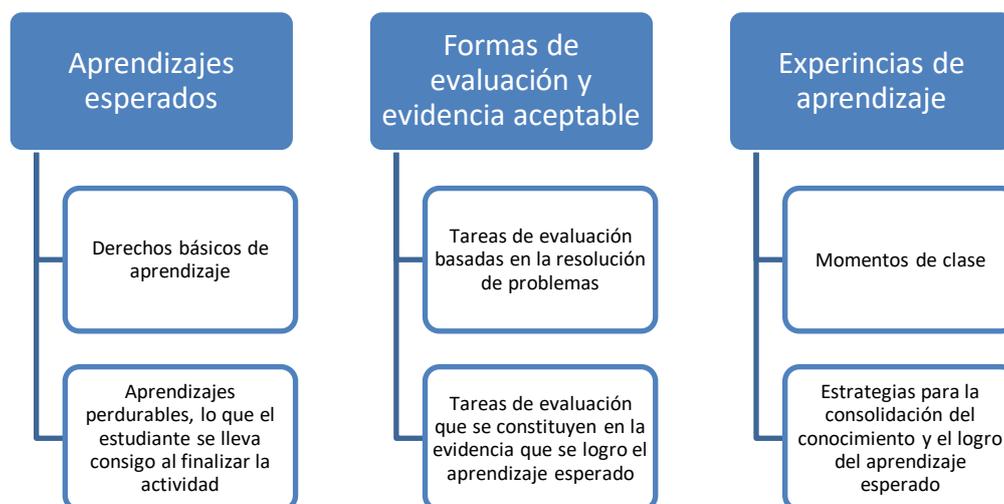
Para el diseño de las actividades, se parte del aprendizaje esperado teniendo en cuenta el primer derecho básico de aprendizaje (DBA) del grado quinto: Interpreta y utiliza los números racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos, cuyas evidencias de aprendizaje son:

- Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- Interpreta y utiliza números racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

Seguidamente se plantean las tareas que se van a desarrollar en las cuatro fases para cada una de las actividades, éstas son: exploración, estructuración, práctica y valoración, las cuales se trazan para ser desarrolladas bajo la resolución de problemas en diferentes contextos, siendo el fuerte la resolución de problemas desde un enfoque histórico.

## Figura 22

### Fases de las actividades



Fuente: Elaboración propia.

El desarrollo de cada sesión se desarrolla en tres momentos (Apertura-Desarrollo-Cierre) que articulan la actividad pedagógica en el aula, que se describen a continuación:

Con el **momento de apertura** se busca activar la atención de los estudiantes por el nuevo aprendizaje, establecer el propósito de la actividad, aumentar el interés y la motivación por el nuevo aprendizaje, tener una visión preliminar de lo que se va a desarrollar y activar los saberes previos. Luego se pasa al **momento de desarrollo** donde se busca procesar la nueva información, focalizar la atención en el nuevo aprendizaje, en este momento se llevan a cabo las estrategias de enseñanza y de aprendizaje para dar paso al nuevo conocimiento y se ponen en práctica los nuevos aprendizajes. Finalmente se llega al **momento de cierre** donde se da paso a la evaluación formativa, en este momento se debe revisar y resumir lo aprendido, transferir el nuevo aprendizaje, volver a motivar, concluir y cerrar la sesión. En este proceso la evaluación es continua y se da en cada uno de los momentos de la clase.

Pero teniendo en cuenta el momento coyuntural que se atraviesa en todo el mundo debido a la pandemia del virus COVID- 19, donde se ha tomado como medida de protección el aislamiento o confinamiento de la población, para evitar el contagio del mismo, se hace

necesario diseñar guías para aprendizaje remoto, las cuales serán desarrolladas por los educandos en sus hogares, en compañía de sus padres o cuidadores. Además, se implementan tutorías por medio de herramientas virtuales como son el WhatsApp, el correo electrónico y las videoconferencias por medio de la plataforma zoom, las cuales facilitan en cierto modo la comunicación e interacción en el proceso de aprendizaje y de una u otra forma soportan las evidencias del desarrollo del proyecto.

Estas guías de aprendizaje remoto presentan la siguiente estructura: empiezan con un encabezado, sección en la que se encuentra el nombre del docente, el área, el periodo, el grado, la fecha de inicio y de finalización del desarrollo de la guía, en seguida se encuentra el nombre de la actividad, luego el aprendizaje esperado y una pequeña presentación.

Inmediatamente viene el momento de Exploración que es donde se ponen en marcha las ideas o conocimientos previos de los estudiantes, se les motiva y cautiva para seguir con el trabajo, a continuación, está la estructuración que es el momento donde se adquieren las nuevas competencias, seguido viene la sección de práctica, que es el momento de mecanizar y forjar esas habilidades matemáticas, para pasar al momento de valoración que es donde deben demostrar que fue lo que aprendió y se termina con un espacio llamado cierre que es una evaluación formativa con relación al trabajo realizado.

### **3.3. Unidad didáctica**

#### **La resolución de problemas y la historia de la matemática para la comprensión robusta del concepto de fracciones**

##### **Objetivo**

Desarrollar un conjunto de actividades fundamentadas en la resolución de problemas y el uso de la historia que involucren la interpretación y uso de los números racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas en diferentes contextos.

### **Resultado de aprendizaje**

Interpreta y utiliza los números racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos en diferentes contextos.

### **Evidencias de aprendizaje**

- Interpreta la relación parte-todo y la representa por medio de fracciones razones o cocientes.
- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas

### **Descripción y metodología de la unidad didáctica**

La unidad didáctica se diseña teniendo en cuenta el enfoque de resolución de problema de George Pólya, en ella se proponen tres actividades las cuales para su desarrollo incluyen acciones lúdicas, se plantean los problemas matemáticos históricos realizándole una adaptación al contexto de los estudiantes, algunas incluyen trabajo con material manipulativo y cada actividad es orientada paso a paso a seguir con el fin de lograr el objetivo planteado en la unidad didáctica.

La población objeto de esta intervención son 32 estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa ITEY perteneciente al sector oficial de Yopal-Casanare, de los cuales 11 tienen 10 años, 15 tienen 11 años, 5 tienen 12 y uno tiene 13 años, todos ubicados entre los estratos socioeconómicos 1 y 2.

**Figura 23**

*Estrato socioeconómico de los participantes de la intervención*



*Nota:* la figura muestra los porcentajes de cada uno de los estratos socio-económicos de los participantes de la intervención, destacándose que un mayor porcentaje se encuentra en el estrato 1. Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 11**

*Descripción de la unidad didáctica*

ACTIVIDADES	TIEMPO	APRENDIZAJE ESPERADO
ACTIVIDAD 1: Los diseños del rey	3 SEMANAS	Reconoce la fracción como una relación parte - todo y como operador en sus diferentes representaciones
ACTIVIDAD 2 La visita al zoológico	3 SEMANAS	Interpreta la fracción como razón y como porcentaje basándose en la resolución de problemas matemáticos.
ACTIVIDAD 3 Las fracciones en la historia	4 SEMANAS	Reconoce la fracción como una relación parte – todo, como operador, como razón y como porcentaje en sus diferentes representaciones, a partir de la solución de problemas históricos en las matemáticas.

Fuente: Elaboración propia.

**Contenidos.**

La unidad didáctica comprende 3 actividades las cuales serán desarrolladas en forma remota con la ayuda de los padres o cuidadores, cada una de ellas organizadas en tres momentos:

Exploración, donde se activan los saberes previos y se motiva por el nuevo aprendizaje,

Desarrollo, donde se hace la estructuración y práctica del nuevo aprendizaje y cierre, que es donde se hace la valoración de los aprendizajes y la evaluación formativa.

Además, se presentan las rúbricas de evaluación de los aprendizajes de cada actividad organizadas por niveles de desempeño y la rúbrica de la valoración final de la unidad didáctica.

### 3.3.1. Actividad 1. Los designios del rey

	NOMBRE DEL DOCENTE	ÁREA	CURSO	FECHA INICIO	FECHA FINALIZACION
	JAVIER FONSECA CARLOS RINCON	MATEMÁTICAS			

#### *Actividad 1*



#### *Los designios del rey*

#### **Aprendizajes esperados.**

Reconoce la fracción como una relación parte - todo y como operador en sus diferentes representaciones

#### **Presentación.**

El desarrollo de la actividad “Los designios del rey” le ayudará a fortalecer sus habilidades para comprender, interpretar y representar fracciones, y pondrá a prueba sus habilidades para resolver problemas aplicando cálculos numéricos teniendo en cuenta la fracción como parte-todo y como operador.

Para el desarrollo de ésta guía necesitamos los siguientes materiales:

- Guía dada a cada estudiante
- Cuaderno de matemáticas del estudiante
- Lápiz, borrador, saca punta, regla, tijeras, colores
- Un cuarto de cartulina

#### **Exploración**

Ya tiene listo los materiales, entonces vamos a aprender. *Debe leer muy bien y seguir las instrucciones dadas. Al encontrar una pregunta, debe pensar, analizar y responderla en donde se indique, además debe tomar foto que muestre el desarrollo de las actividades solicitadas en la sección de evidencias.*

**Recorte los soldados falsos que se presentan en el anexo 1 al final de la guía, y úselos para plantear la solución a la situación planteada.**

En la antigüedad existían reinos en los cuales había familias reales con grandes riquezas como castillos y monedas de oro, los cuales eran cuidados por soldados al servicio del rey. El rey quería realizar un festín para celebrar el casamiento de su hija y para ello contaba con 42 soldados quienes serían los encargados de llevar la invitación a la alta nobleza de 4 reinos. Entonces pidió a uno de sus consejeros que repartiera a los soldados y los enviara a los reinos. El consejero envió al reino más lejano un tercio de los soldados, al reino que estaba al pasar el

bosque embrujado envió a dos séptimos de sus más valientes soldados, al reino que estaba en la montaña envió tres catorceavos, y al reino más cercano envió los demás soldados.

Resuélvalo y tome una foto de lo que hizo

¿Cuántos soldados deben ir para el reino más lejano?

¿Cuántos soldados deben ir el reino que está al pasar el bosque embrujado?

¿Cuántos soldados deben ir al reino de la montaña?

¿Cuántos soldados deben ir al reino más cercano?

Continúe usando los soldados y determine:

1. Toma 21 soldados y aparta de ahí tres séptimos. ¿Cuántos soldados le salieron? \_\_\_\_\_
2. Toma 18 soldados y aparta de ahí un sexto. ¿Cuántos soldados le salieron? \_\_\_\_\_
3. Toma 30 soldados y aparta de ahí cuatro séptimos. ¿Cuántos soldados le salieron? \_\_\_\_\_ ¿lograste hacerlo? \_\_\_\_\_ ¿por qué? \_\_\_\_\_
4. Toma 12 soldados y aparta de ahí dos tercios. ¿Cuántos soldados le salieron? \_\_\_\_\_

## ESTRUCTURACION

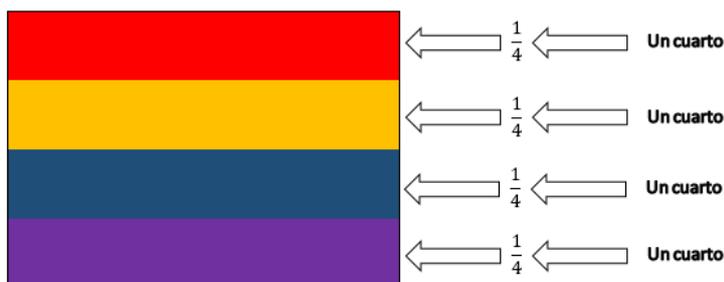
A continuación, encontrara una serie de situaciones que le van a ayudar a comprender el concepto de fracción como parte de un todo; lea con atención lo que le presentamos, si tiene dudas recuerda que nos puedes contactar.

El rey decide repartir entre sus 4 hijos uno de los terrenos que posee, el cual tiene forma rectangular cuyas dimensiones son 1600 metros de largo y 1200 metros de ancho. Dicho terreno de ser repartido en partes iguales a cada uno de sus hijos. El rey le pide el favor a uno de sus asesores para que le realice dicha repartición y le diga que parte le corresponde a cada hijo.

Realice un plano de la finca, y explique qué parte del total de la finca le corresponde a cada uno.

Si no lo realizo no se preocupe, ya lo vamos a desarrollar.

Lo primero que hacemos es tomar una gráfica de forma rectangular. Luego la dividimos en cuatro partes iguales. Cada parte nos representa una cuarta parte del terreno



Como se observa, el terreno está formada por cuatro cuartos que me representa la unidad, y un cuarto me representa un parte de esta unidad.

El asesor le muestra esta otra posibilidad, ¿hizo bien el reparto?



¿Recuerdas que es una fracción? ¿Cómo se escribe una fracción?

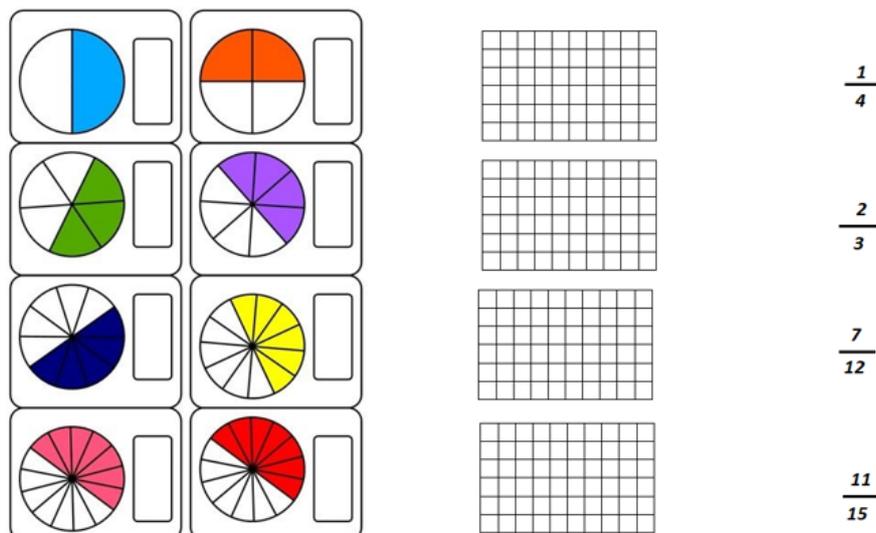
Ten presente que: Una fracción se puede definir como la parte de un todo y usualmente se denotan por  $\frac{a}{b}$  donde (*b* se conoce como el denominador, que indica las partes en las que se divide la unidad y *a* representa el numerador que indica la cantidad de esas partes tomadas en consideración)



$$\frac{3}{8} \begin{array}{l} \text{Numerador} \\ \text{Denominador} \end{array}$$

En este caso la unidad se ha dividido en 8 partes y se han sombreado 3 luego la fracción que representa la parte sombreada es  $\frac{3}{8}$

**Para confirmar que comprendiste, por favor escribe la fracción que representa la parte sombreada y Colorea la parte correspondiente a cada fracción del lado derecho.**



Los reyes son muy buenos con toda la comarca y de manera especial con cuatro hermandades religiosas, por eso deciden repartir 30 escudos acatando la siguiente orden del rey:

El rey manda que repartid los escudos de la siguiente forma: “quiero” dijo, que un décimo de los escudos sea dado al Monasterio de los Jacobitas, cuatro quinceavos para el Convento de San Agustín, dos quintos de los escudos para la orden de las hermanas carmelitas y el resto para el cenobio de los hermanos menores.

***Para cumplir esta orden, por favor recorte con cuidado los escudos que se encuentran en el anexo 2 al final de la guía y úselos para determinar ¿cuántos le corresponden a cada hermandad?***

Entonces el número de escudos que le corresponde a cada orden sería:

Un décimo para el Monasterio de los Jacobitas: \_\_\_\_\_

Cuatro quinceavos para el Convento de San Agustín: \_\_\_\_\_

Dos quintos para la orden de las carmelitas: \_\_\_\_\_

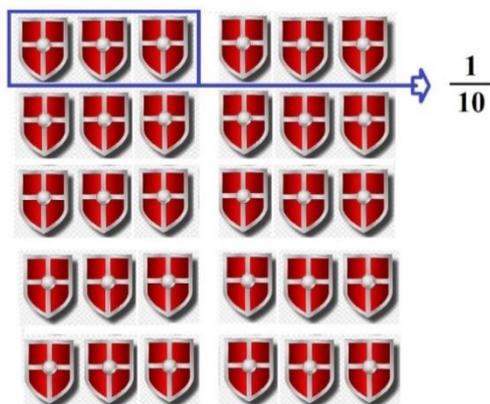
El resto para el Cenobio de los hermanos menores: \_\_\_\_\_

Logró dar la respuesta, FELICITACIONES; si no lo logró, tranquilo, vamos a ver que debería haber hecho para encontrar los valores:

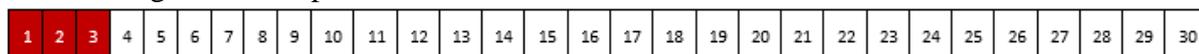
Veamos cuántos escudos le corresponden al Monasterio de los Jacobitas: **“Un décimo de los escudos sea dado al Monasterio de los Jacobitas”**, Un décimo es la expresión verbal de la fracción  $\frac{1}{10}$ , Como tiene en total 30 escudos, vamos a dividir 30 en la cantidad que indica el denominador, es decir, 10, por lo que nos salen 10 grupos de tres escudos y como el numerador de la fracción es 1, entonces tomamos un solo grupo, es decir, que al monasterio de los jacobitas le corresponden 3 escudos.

Es decir que  $\frac{1}{10}$  de 30 = 3

La representación pictórica o gráfica de esta fracción es:



Otra forma gráfica de representar esta situación es.

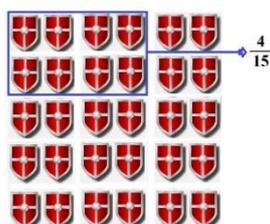


Utilizando la recta numérica la representación sería.



¿Puede hallar este número de otra manera?, si claro. Primero dividimos el 30 con el denominador de la fracción que es 10 esto nos da  $30 \div 10 = 3$  y este cociente lo multiplicamos por el numerador, que en este caso es el 1. Este producto nos queda  $3 \times 1 = 3$ . Muy bien si lo había realizado de esta manera. El número de escudos que le corresponde al Monasterio de los Jacobitas es 3.

Ahora para determinar la cantidad de escudos que le corresponden al convento de san Agustín, dividimos el total de los escudos en 15 partes iguales para luego tomar cuatro grupos de éstos, ya que ese es el numerador de la fracción que le corresponde a esta hermandad.



Es decir que  $\frac{4}{15}$  de 30 = 8

REPRESENTE CAUTRO QUINCEVOS DE TREINTA DE LAS DIFERENETES MANERAS MENCIONADAS ANTERIORMENTE (Verbal, numérica, recta numérica y gráfica)

Verbal:

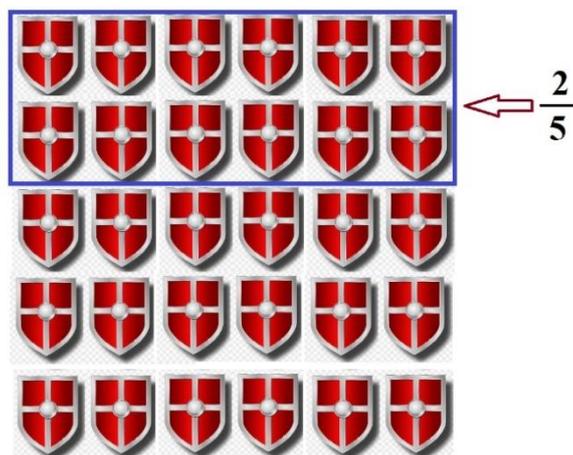
Numérica:

Gráfica:

Recta numérica:

Determinándolo de la otra forma tenemos que:  $30 \div 15 = 2$ , luego  $2 \times 4 = 8$ . Entonces, el número de escudos que le corresponde al convento de san Agustín es 8.

Para la hermandad de las hermanas carmelitas, el total de escudos se debe dividir en 5 partes iguales ya que ese es el denominador, y de estos grupos se deben tomar 2, debido a que el numerador de la fracción es 2.



De donde, las hermanas carmelitas reciben 12 escudos. Es decir que  $\frac{2}{5}$  de  $30 = 12$ .

Determinándolo de la otra forma tenemos:  $30 \div 5 = 6$  y este cociente lo multiplicamos por el numerador que es 2, obteniendo  $6 \times 2 = 12$ . Entonces, el número de escudos que les corresponde a las hermanas carmelitas es 12.

REPRESENTE DOS QUINTOS DE TREINTA DE LAS DIFERENTES MANERAS MENCIONADAS ANTERIORMENTE  
(Verbal, numérica, recta numérica y gráfica)

Verbal:

Numérica:

Gráfica:

Recta numérica:

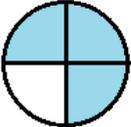
Por último, al cenobio de los hermanos menores, entonces le corresponde los 7 escudos que quedan.

Ahora, usando los treinta escudos que tiene recortados, representa los cuatro novenos, ¿cuántos escudos son? \_\_\_\_\_ No se puede hacer cierto, porque 30 no se puede dividir de manera exacta entre nueve.

**Para tener en cuenta: Para determinar la fracción de una cantidad o un número entero, se debe dividir la cantidad entre el número que indica el denominador de la fracción y ese cociente o resultado multiplicarlo por el numerador de la fracción.**

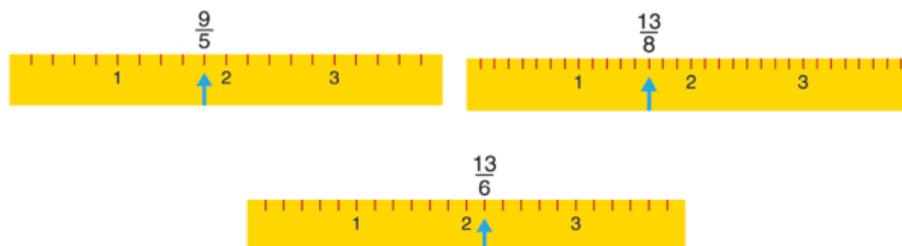
**PRACTICA LO APRENDIDO**

En el espacio correspondiente, haga la representación de la fracción indicada

REPRESENTACION DE FRACCIONES			
EXPRESIÓN VERBAL	NUMERICO	GRAFICA	RECTA NUMERICA
			
Dos tercios de dieciocho			
	$\frac{1}{2}$		
			
Tres séptimos de veintiuno			

**SIGUE PRACTICANDO**

Camilo construyó tres cintas métricas de la misma longitud y dividió la unidad de cada una de ellas en diferentes partes. Luego representó una fracción en cada una de ellas, como se muestra a continuación.



Usa una regla como la de Camilo para representar:  $\frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{3}{4}, \frac{16}{9}$

**Realice esta práctica en el cuaderno con los procedimientos**

- A la fiesta llegaron 500 personas de los cuatro reinos que fueron invitados, de estos dos setentaicincoavos son princesas, ¿cuántas princesas asistieron? \_\_\_\_\_

Uno de los guardias estimó que dos séptimos de los invitados eran príncipes ¿cuántos príncipes acudieron al festín? \_\_\_\_\_

- Una de las familias reales invitadas traía la bandera que los representaba, de esa bandera se sabe que es de forma rectangular y estaba formada por cuatro colores distribuidos así: un color

ocupa la mitad de la bandera, la cuarta parte de la misma lleva dos colores diferentes en partes iguales, y en una de estas partes hay dibujada una corona real; y el último color para el resto de la bandera. Además, el espacio más grande de la bandera está dividido en dos partes iguales, en una hay dibujado el escudo de la familia y en la otra parte el animal que la representa.

El rey manda que elabore su bandera usando un cuarto de papel cartulina y con las condiciones anteriores

Ahora responde:

¿A qué parte de la bandera corresponde la región con el escudo? \_\_\_\_\_

¿A qué parte de la bandera corresponde la región con la corona? \_\_\_\_\_

### **VALORACION**

**Realice esta actividad en el cuaderno con los procesos.**



Un rey astuto, mandó a construir 24 castillos iguales en todo el reino con el fin de confundir al enemigo y así ninguno podría saber cuál era el castillo real donde él habitaba. Los castillos los mandó a construir repartidos de la siguiente manera: En la región norte, en la región sur, en la región este y en la región oeste de su reino.

1. ¿De qué manera se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.
2. ¿De qué otra forma se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino, de modo que en cada región haya un número distinto de castillos?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.
3. ¿Es posible hacer una distribución de los castillos de modo que en la región norte se construyan 5 castillos y en la región sur un sexto del total de ellos? ¿Qué fracción representarían los 5 castillos? Realiza una representación gráfica de tu solución.

### **CIERRE**

Va a reflexionar respecto a cómo se sintió y qué tanto aprendió en el desarrollo de esta guía. Por favor, responda en su cuaderno y sinceramente a cada pregunta y nos envía sus respuestas.

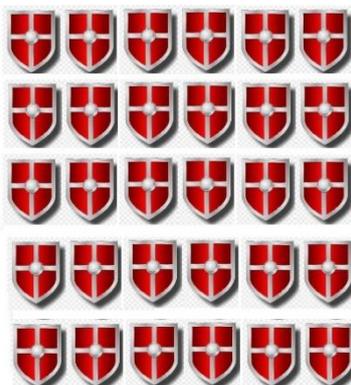
1. ¿Qué fue lo que más le causo dificultades al resolver las tareas planteadas en esta guía?
2. ¿Por qué cree que tuvo dificultad?
3. ¿Qué fue lo que le pareció más fácil al resolver la guía?
4. Con sus palabras escriba qué aprendió.
5. ¿Qué cree que puede hacer en la próxima guía para que entienda mejor lo que se le propone?

### Evidencias de aprendizaje.

Las evidencias se deben hacer llegar al correo o al WhatsApp dado por el docente, antes del \_\_\_\_\_.

- Foto de las respuestas dadas a las gráficas de la sección de **ESTRUCTURACION**. **estas actividades se deben desarrollar en el cuaderno**
- Foto del desarrollo de la actividad **PRÁCTICA**. **Esta actividad se debe realizar en el cuaderno**
- Foto de la bandera elaborada en la sección de **PRÁCTICA**.
- Foto de las respuestas de la sección de **VALORACIÓN**. **Estas se deben desarrollar en el cuaderno**
- Foto de las respuestas a las preguntas de la actividad de **CIERRE**. **Estas se deben desarrollar en el cuaderno**

### ANEXO 1



DESEMPEÑO BÁSICO DE APRENDIZAJE: Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación

EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCIÓN
Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.	Interpreta y representa las fracciones como: Relación parte-todo, y como operador, en diferentes situaciones y contextos	Avanzado	Interpreta y representa las fracciones como Relación parte-todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos
		Satisfactorio	Reconoce y representa las fracciones como Relación parte-todo, y como operador entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos
		Mínimo	Reconoce las fracciones como Relación parte-todo, y como operador entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos.
		Inferior	No reconoce las fracciones como relación parte-todo, ni como operador entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos.

### 3.3.2. Actividad 2. La visita al zoológico

	NOMBRE DEL DOCENTE	ÁREA	CURSO	FECHA INICIO	FECHA FINALIZACION
	JAVIER FONSECA CARLOS RINCON	MATEMÁTICAS	5 E		

#### *Actividad 2*



#### *La visita al zoológico*

#### **Aprendizajes esperados.**

Interpreta la fracción como razón y como porcentaje basándose en la resolución de problemas matemáticos.

#### **Presentación.**

Con esta actividad pondrá a prueba sus habilidades para resolver problemas aplicando cálculos numéricos usando números naturales y racionales teniendo en cuenta la fracción como razón y como porcentaje.

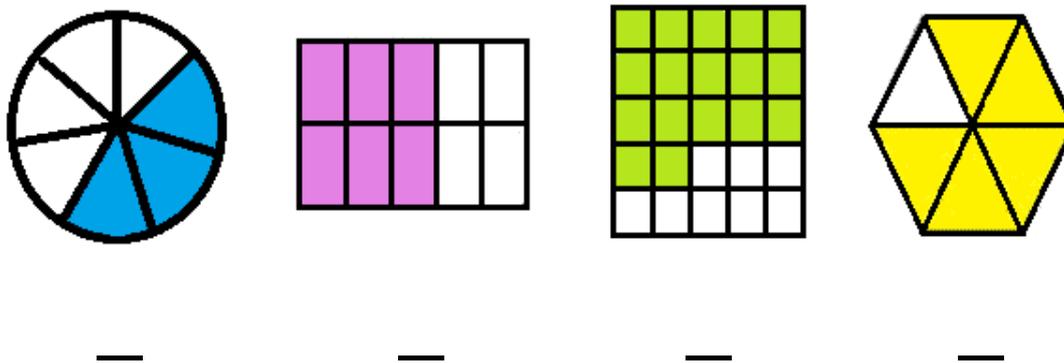
Para el desarrollo de esta guía necesitamos los siguientes materiales:

- Guía dada a cada estudiante
- Cuaderno de matemáticas del estudiante
- Lápiz, borrador, saca punta, regla, tijeras, colores
- Material manipulativo anexo

El desarrollo de la actividad “La visita al zoológico” le ayudará a fortalecer sus habilidades para realizar cálculos mentales con operaciones sencillas con números naturales y racionales, además podrá comprender, interpretar y representar fracciones como razón y como porcentaje. Ya tiene listo los materiales, entonces vamos a aprender. *Debe leer muy bien y seguir las instrucciones dadas. Al encontrar una pregunta, debe pensar, analizar y responderla en donde se indique.*

#### **EXPLORACIÓN**

Antes de empezar, retomemos ideas. Escriba que fracción se representa en cada caso



¿Recuerda cómo se representa una fracción de una cantidad? Recorta los venados y los osos que se encuentran en el anexo y utilízalos para identificar

- a.  $\frac{3}{4}$  de los venados      b.  $\frac{2}{5}$  de los osos hormigueros      c.  $\frac{7}{10}$  de los osos

## ESTRUCTURACION

A continuación, encontrara una situación que le va a ayudar a comprender el concepto de fracción como razón y como porcentaje; lea con atención lo que le presentamos, si tiene dudas recuerde que nos puede contactar

*Las directivas del colegio han planeado una visita al Zoológico Los Ocarros. Al llegar al zoológico nos recibieron muy alegres, nos regalaron el mapa del lugar y nos dieron los siguientes datos:*

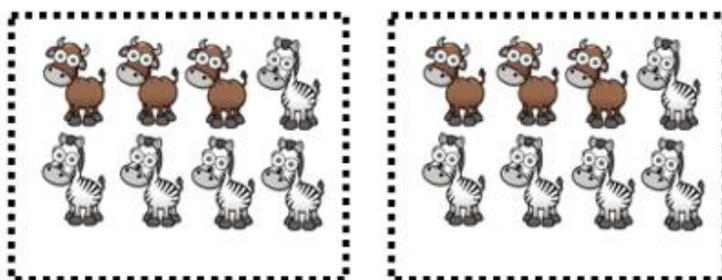
*El parque cuenta con 10 osos hormigueros, 4 osos perezosos, 14 monos araña, 6 monos titi. Hay en total 15 venados entre coliblancos y colorados, los cuales, al repartirlos, forman 3 grupos con partes iguales de cada tipo de venado.*

*Use las imágenes que se recortó del anexo que estaba al final de la guía y úselos para determinar los resultados de las siguientes preguntas: (Si no tiene el material, use peloticas de papel, colores, lápices u otros elementos que tenga a la mano para representar los animales y poder trabajar)*

1. ¿Cuántos grupos puede formar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de osos hormigueros y de osos perezosos? \_\_\_\_\_
2. ¿Qué relación hay entre la cantidad de osos perezosos y osos hormigueros? \_\_\_\_\_
3. ¿Qué razón establece la cantidad de monos araña y monos titi? \_\_\_\_\_
4. ¿Qué razón establece la relación entre la cantidad de venados coliblancos y venados colorados? \_\_\_\_\_
5. ¿Cuántos venados colorados hay en el zoológico? \_\_\_\_\_
6. ¿Qué porcentaje de los monos, son monos araña? \_\_\_\_\_
7. ¿Qué porcentaje del total de los venados son venados coliblancos? \_\_\_\_\_

Logró dar la respuesta, FELICITACIONES; si no lo logró, tranquilo, recordemos algo antes de continuar.

**Aprendamos: la fracción como razón, es la fracción que se genera cuando se comparan cantidades de un mismo conjunto o una misma magnitud.**



En este caso en cada corral hay 5 cebras por cada 8 animales, luego la fracción que representa esta razón es:  $\frac{5}{8}$

Para determinar cuántos grupos de osos puedo formar, con igual número de osos de cada tipo en cada grupo, se debe establecer la comparación entre la cantidad de osos perezosos y la cantidad de osos hormigueros teniendo en cuenta la información que nos dieron al llegar al zoológico. Hay 4 osos perezosos y 10 osos hormigueros

**Forma pictórica**

**Forma verbal**

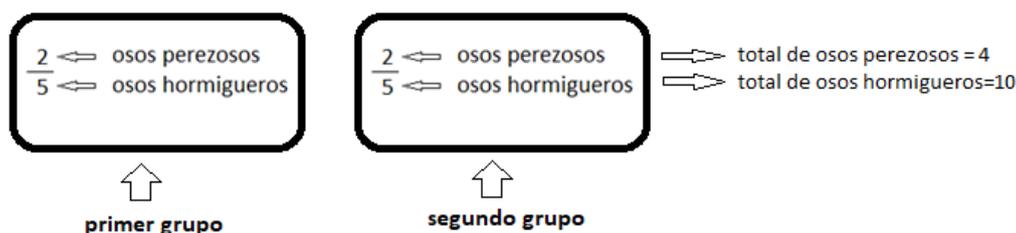
Por cada dos osos perezosos hay cinco osos hormigueros

**2 es a 5**

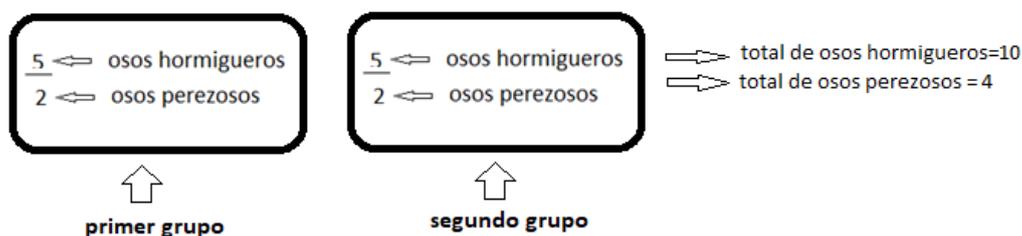
**Forma Numérica**

$\frac{2}{5}$  ⇔ osos perezosos  
 $\frac{5}{5}$  ⇔ osos hormigueros

Y si tomamos los otros dos osos perezosos, debe haber 5 osos hormigueros más.



O también lo pudo haber pensado de la siguiente manera:



De donde podemos decir entonces que se pueden armar dos grupos, y la respuesta a la segunda pregunta es  $\frac{2}{5}$ , lo que se lee, 2 es a 5, y nos indica que por cada dos osos perezosos debe haber 5 osos hormigueros.

Este proceso que acabamos de usar se llama usar la fracción como razón.

**Recordemos: la fracción como razón, es la fracción que se genera cuando se comparan cantidades de un mismo conjunto o una misma magnitud.**

Para responder a la tercera pregunta, procedemos de manera similar a lo anterior, teniendo en cuenta que hay 20 monos en total, de los cuales 14 son monos araña y 6 monos titi. Con la ayuda de las fichas forme los grupos correspondientes y de respuesta a la pregunta.

Veamos, formamos grupos con igual cantidad de cada tipo dentro del grupo, de donde tenemos:



Viendo el gráfico anterior podemos responder que la razón que establece la cantidad de monos araña y monos titi es  $\frac{7}{3}$ , que se lee 7 es a 3.

¿Cómo vamos hasta acá?, bien cierto, fácil aplicar la fracción como razón para poder responder a las preguntas. Entonces continuemos.

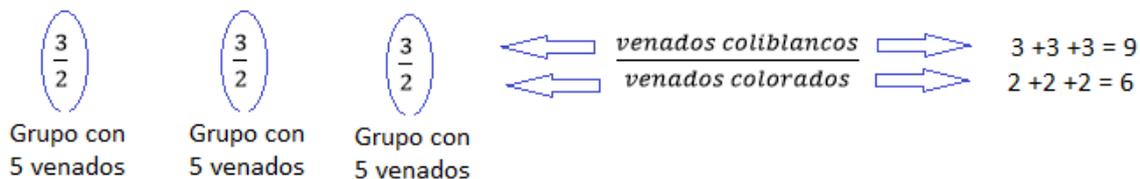
Para dar respuesta a la cuarta pregunta, se procede de igual manera que en las anteriores, así que, con la ayuda de las fichas, arme los grupos, teniendo en cuenta la información dada en el problema.

¿Ya lo realizó?, ánimo, recuerde que son sólo tres grupos, cada grupo con igual cantidad de venados de cada tipo y que hay un total de 15 venados.

Observe cómo pudo haber realizado sus grupos:



Esto se puede representar de la siguiente manera:



Y se plantea la razón  $\frac{3}{2}$  con esto podemos ver que, en un grupo de 5 venados, si hay 3 venados coliblanco, vamos a encontrar 2 venados colorados, si armamos otro grupo de 5 venados, volvemos a encontrar 3 coliblanco y 2 colorados y si repetimos otro grupo de 5 venados, también deben haber 3 coliblanco y 2 colorados.

Y de una vez podemos dar la respuesta a la pregunta número 5, donde podemos afirmar que en el zoológico hay 6 venados colorados.

**Hagamos un alto en el camino y retroalimentemos: ¿Qué es una fracción como razón?, es una fracción que se genera cuando se está comparando cantidades de un mismo conjunto o una misma magnitud.**

Muy bien. Sigamos aprendiendo.

Ahora vamos a determinar ¿Qué porcentaje de los monos, son monos araña?

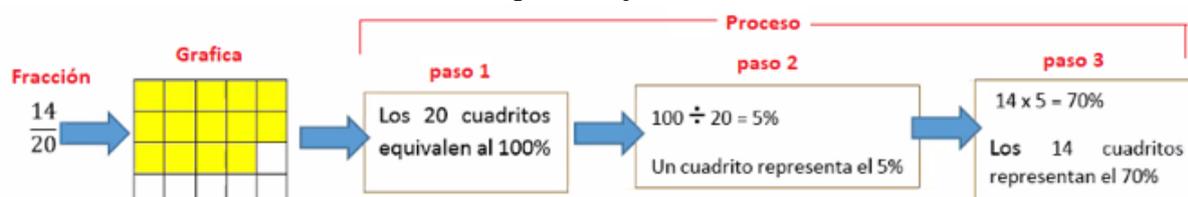
Para responder a esta pregunta, primero debemos establecer la razón entre la cantidad de monos araña y la cantidad total de los monos del zoológico, la cual sería  $\frac{14}{20}$  y simplificando esta fracción, nos queda  $\frac{7}{10}$

Tenga en cuenta: para determinar el porcentaje, se debe plantear la razón y luego multiplicar el numerador de la razón por 100, y el resultado obtenido, dividirlo por el denominador de la razón

Los 20 monos representan el 100%, y los monos araña son  $\frac{7}{10}$  del total, entonces los monos araña son **los  $\frac{7}{10}$  de 100%**, lo cual aprendimos a desarrollar en la guía anterior, pero si no se acuerda, tranquilo, mire como se hace  $\frac{7}{10}$  de 100, se debe multiplicar el numerador por el 100, es decir,  $7 \times 100$  lo cual da 700, este resultado se debe dividir entre el denominador, es decir,  $700 \div 10$ , lo cual da 70.

Entonces la respuesta a la pregunta ¿Qué porcentaje de los monos, son monos araña? es: los monos araña representan el 70% del total de los monos del zoológico.

Ahora observe otra forma de calcular el porcentaje.



Bueno, ahora respondamos la otra pregunta ¿Qué porcentaje del total de los venados son venados coliblancos?

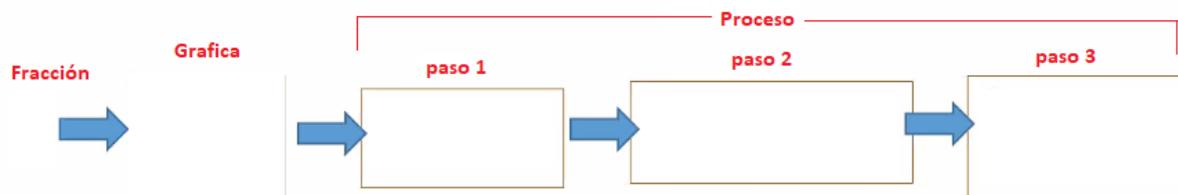
Ya sabemos que lo primero es establecer la razón entre la cantidad de venados coliblancos y el total de venados del zoológico, la cual es  $\frac{9}{15}$ , y simplificando esta fracción obtenemos  $\frac{3}{5}$

Los 15 venados representan el 100%, y los venados coliblancos son los  $\frac{3}{5}$  del total de venados, entonces los venados coliblancos son los  $\frac{3}{5}$  del 100%, y como ya aprendimos, se debe multiplicar el numerador por el 100%, y ese resultado obtenido se debe dividir entre el denominador.

$$\frac{3 \times 100\%}{5} = \frac{300\%}{5} = 60\%$$

Es decir, que los venados coliblancos son el 60% de los venados que hay en el zoológico.

COMPLETE EL SIGUIENTE DIAGRAMA. HACIENDO LA REPRESENTACIÓN DE EL PORCENTAJE DE LOS VENADOS COLIBLANCOS



### PRACTICA

1). Para decidir quiénes van al zoológico, han decidido seleccionar al azar a dos tercios de los estudiantes de grado cuarto y dos quintos de los estudiantes de grado quinto. Luego de la selección Juanito se dio cuenta que van 99 niños y 165 niñas y también observo que van 11 profesores. Además, vio que para ir a dicha visita el colegio ha contratado busetas con capacidad para 25 pasajeros.

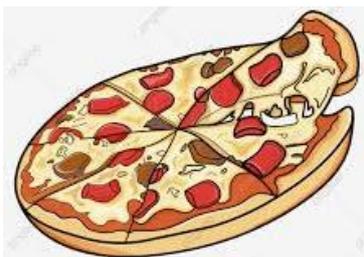
A Juanito le gusta la matemática y le encanta aplicarlas cada vez que puede. Él sabe que el total de estudiantes de grado cuarto son 228 y de quinto grado son 280, por lo cual se hace las siguientes preguntas y quiere que usted le ayude, respondiéndolas en su cuaderno de matemáticas.

1. ¿Según los cálculos de Juanito, el número de estudiantes de grado cuarto y de grado quinto que van a asistir al zoológico es?: \_\_\_\_\_  
¿porqué? \_\_\_\_\_
2. ¿Cuántos grupos puede formar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de niños y de niñas? \_\_\_\_\_
3. Si Juanito desea establecer la razón entre la cantidad de niños y niñas que van al zoológico, ¿qué debe hacer para plantearla? \_\_\_\_\_  
¿cuál sería dicha razón? \_\_\_\_\_
4. Si cada profesor debe cuidar la misma cantidad de estudiantes, represente por medio de una razón la cantidad de estudiantes que le corresponde a cada profesor \_\_\_\_\_
5. El profesor de Juanito, le comenta que, para interpretar información, se recomienda trabajar con porcentajes, por lo cual le pregunta ¿Qué porcentaje del total de estudiantes que van al zoológico son niñas? \_\_\_\_\_
6. ¿Qué porcentaje del total de asistentes al zoológico son docentes? \_\_\_\_\_
7. En el zoológico están adecuando una de las jaulas de los monos y necesitan ubicar listones de madera para comunicar ciertos sectores de las mismas, para lo cual Roberto corta una madera en 3 pedazos del mismo largo. Le corta 2 pies a uno de los pedazos. Ahora el pedazo mide 5 pies de largo. ¿Cuánto media de largo la madera?

2). REPRESENTE LA RAZÓN EXISTENTE ENTRE LOS VENADOS COLIBLANCOS Y LOS VENADOS COLORADOS DE LAS SIGUIENTES FORMAS:

Verbal:	
Numérica:	Gráfica:

### Preparando pizzas



Debido al aislamiento obligatorio por la pandemia del COVID-19, muchas personas han buscado en internet recetas fáciles de hacer en su casa, por ejemplo, pablo consultó como hacer una pizza hawaiana para 6 personas sin utilizar horno y esta fue la receta que encontró

Ingredientes:

Media taza de piña	(250 gr)
3 tazas de harina	(500 gr)
1 taza de salsa de tomate	(200 gr)
2 cucharadas de mantequilla	(50 gr)
1 cucharada de azúcar	(20 gr)
Media cucharada de levadura	(10 gr)
1 taza de jamón en cuadritos	(150 gr)
Media cucharada de sal	(20 gr)
1 taza de agua tibia	(300 gr)

Ayuda a Pablo a saber qué porcentaje de la pizza corresponde cada ingrediente

### VALORACION

#### Nuestro planeta



#### Piensa un poco

**Responde esta actividad sin investigar usa sólo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas**

*(No se requieren datos precisos son importantes tus argumentos y creatividad para las respuestas)*

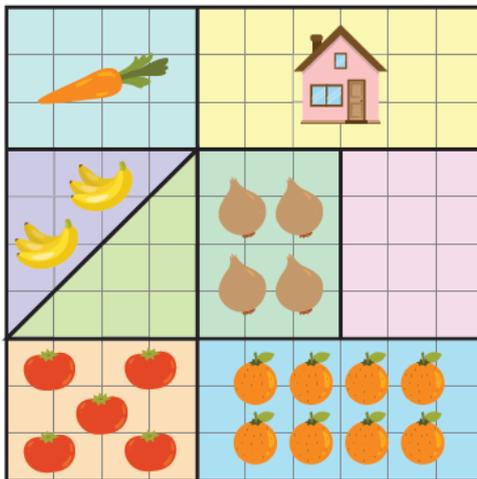
Todos afirman que en nuestro planeta hay más agua que tierra.

1. ¿Qué tanta más agua que tierra crees que hay en el planeta?
2. Ilustra tu respuesta con un dibujo.
3. ¿Qué fracción del planeta representa el agua?

4. ¿Qué porcentaje del planeta representa el agua?

### *La granja*

Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen.



Expresa la fracción del total de la finca que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las respuestas y procedimientos empleados.

- La porción de tierra que piensa utilizar Don Marcos para construir su casa.
- La porción de tierra que se utilizará para sembrar bananos.
- La porción de tierra que se utilizará para sembrar, ¿Qué porcentaje de la tierra representa?
- La porción de tierra que no se utilizará para sembrar.
- Con una gráfica representa cada porción y el porcentaje del total de la tierra que está representada.

### **CIERRE**

Va a reflexionar respecto a cómo se sintió y qué tanto aprendió en el desarrollo de esta guía. Por favor, responda en su cuaderno y sinceramente a cada pregunta y nos envía sus respuestas.

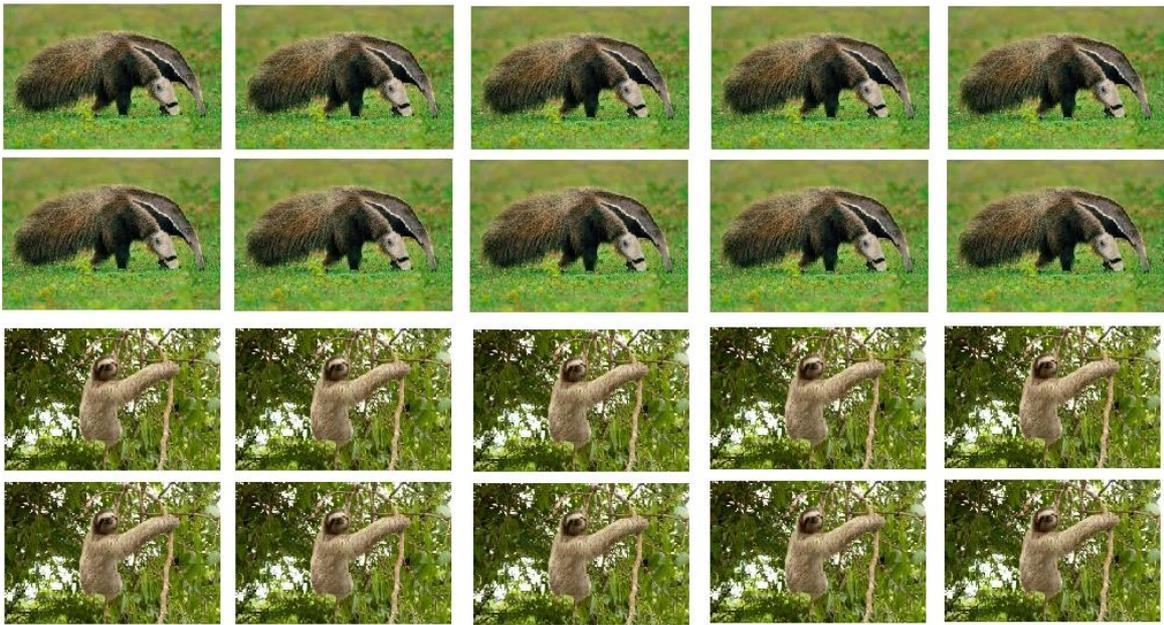
- ¿Qué fue lo que más le causó dificultades al resolver las tareas planteadas en esta guía?
- ¿Por qué cree que tuvo dificultad?
- ¿Qué fue lo que le pareció más fácil al resolver la guía?
- Con sus palabras escriba qué aprendió.
- ¿Qué cree que puede hacer en la próxima guía para que entienda mejor lo que se le propone?

### **Evidencias de aprendizaje.**

Las evidencias se deben hacer llegar al correo o al WhatsApp dado por el docente, antes del \_\_

- Foto de las operaciones y respuestas dadas las preguntas de la sección de **PRACTICA. Que ha desarrollado en su cuaderno de matemáticas**
- Foto de las operaciones y respuestas de la sección de **VALORACIÓN. Estas se deben desarrollar en el cuaderno de matemáticas**
- Foto de las respuestas a las preguntas de la actividad de **CIERRE. Estas se deben desarrollar en el cuaderno**

ANEXO



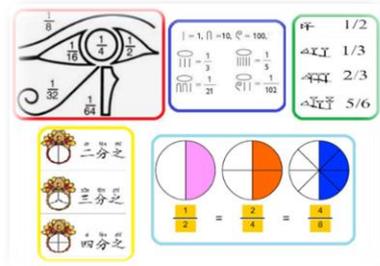
DESEMPEÑO BÁSICO DE APRENDIZAJE: Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación

EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCION
Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.	Interpreta y representa las fracciones como: razón y como porcentaje, en diferentes situaciones y contextos	Avanzado	Interpreta y representa las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos
		Satisfactorio	Reconoce y representa las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos
		Mínimo	Reconoce las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos.
		Inferior	No reconoce las fracciones como razón y como porcentaje números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos.

### 3.3.3. Actividad 3. Las fracciones en la historia.

	NOMBRE DEL DOCENTE	ÁREA	CURSO	FECHA INICIO	FECHA DE FINALIZACION
	JAVIER FONSECA CARLOS RINCON	MATEMÁTICAS	5 E		

#### LAS FRACCIONES EN LA HISTORIA



**Aprendizajes esperados.** Reconoce la fracción como una relación parte – todo, como operador, como razón y como porcentaje en sus diferentes representaciones, a partir de la solución de problemas históricos en las matemáticas.

**Presentación.** El desarrollo de la actividad “la historia de las fracciones” le ayudará a fortalecer sus habilidades para comprender, interpretar y representar fracciones, ya que va a estudiar como en las civilizaciones antiguas usaban las fracciones en su entorno, y pondrá a prueba sus habilidades para resolver problemas aplicando cálculos numéricos teniendo en cuenta la fracción como parte-todo, como operador, como razón y como porcentaje.

Para el desarrollo de esta guía necesitamos los siguientes materiales:

- Guía dada a cada estudiante
- Cuaderno de matemáticas del estudiante

#### Exploración

¿Reconoces las fracciones y sus diferentes tipos de representación? ¿Has leído o conoces algo a cerca de la historia de las fracciones? ¿Sabes cómo se representaban las fracciones en las antiguas civilizaciones? Si no es así no te preocupes lo vas a saber, verás que te va a gustar.

Responde la siguiente pregunta: ¿Cuál crees tú que es el origen de los números?

¿En qué situaciones de la vida se hace necesario el uso de los números? ¿Por qué crees eso? Puedes ilustrarlo con un dibujo.

#### Babilonia y su sistema de numeración

Al igual que los números, el origen de las fracciones se da gracias a necesidades del diario vivir, tales como contar, medir y repartir, entre otras. El origen conocido de los números fraccionarios

se remonta casi 4.000 años atrás, en la **Cultura Babilónica**. Los babilonios eran expertos en cálculos, y se considera que fueron ellos quienes por primera vez utilizaron las fracciones.

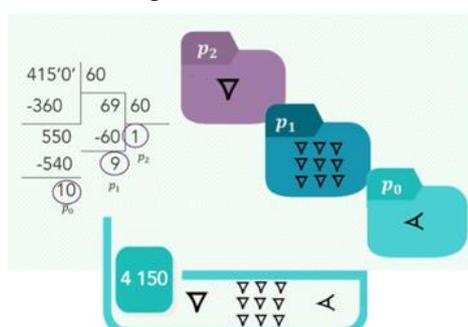


Esta civilización usaba un sistema de numeración **cuneiforme y sexagesimal**, el cual fue descifrado a mediados del siglo XIX por George Frederick Grotefend y Henry Creswicke Rawlinson. Hay alrededor de 500.000 tablillas de arcilla que constituyen las fuentes principales de la cultura babilónica, y entre ellas unas 500 son de interés para las matemáticas. Los babilónicos sólo usaron dos símbolos para representar los números, los cuales llamaron el clavo que representaba la unidad (1), y la espiga que representaba la decena (10)

La siguiente imagen muestra como los babilónicos escribían los números del 1 hasta el 59

1	∟	11	∟∟	21	∟∟∟	31	∟∟∟∟	41	∟∟∟∟∟	51	∟∟∟∟∟∟
2	∟∟	12	∟∟∟	22	∟∟∟∟	32	∟∟∟∟∟	42	∟∟∟∟∟∟	52	∟∟∟∟∟∟∟
3	∟∟∟	13	∟∟∟∟	23	∟∟∟∟∟	33	∟∟∟∟∟∟	43	∟∟∟∟∟∟∟	53	∟∟∟∟∟∟∟∟
4	∟∟∟∟	14	∟∟∟∟∟	24	∟∟∟∟∟∟	34	∟∟∟∟∟∟∟	44	∟∟∟∟∟∟∟∟	54	∟∟∟∟∟∟∟∟∟
5	∟∟∟∟∟	15	∟∟∟∟∟∟	25	∟∟∟∟∟∟∟	35	∟∟∟∟∟∟∟∟	45	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	55	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
6	∟∟∟∟∟∟	16	∟∟∟∟∟∟∟	26	∟∟∟∟∟∟∟∟	36	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	46	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	56	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
7	∟∟∟∟∟∟∟	17	∟∟∟∟∟∟∟∟	27	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	37	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	47	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	57	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
8	∟∟∟∟∟∟∟∟	18	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	28	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	38	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	48	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	58	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
9	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	19	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	29	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	39	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	49	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	59	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
10	∟	20	∟∟∟	30	∟∟∟∟	40	∟∟∟∟∟	50	∟∟∟∟∟∟		

Los babilónicos usaban el símbolo de la unidad para representar los números hasta el 9, y para los números de 11 al 59 combinaban la espiga y el clavo. Para cifras mayores, usaban los mismos símbolos y formaban grupos u órdenes separados por un espacio. En el siguiente ejemplo le mostramos como hacían para escribir el número 4150 de nuestro sistema actual, al sistema cuneiforme sexagesimal



$$\begin{aligned}
 &1 \times 60^2 + 9 \times 60^1 + 10 \times 60^0 \\
 &1 \times 3600 + 9 \times 60 + 10 \times 1 \\
 &3600 + 540 + 10 \\
 &4150
 \end{aligned}$$

**En su cuaderno de matemáticas, escriba en sistema cuneiforme los números 75, 186 y 4850**

## Los egipcios y su sistema de numeración

Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. El papiro de Rhind o también conocido como papiro de Ahmes, debe su nombre a Henry Rhind, egiptólogo escocés que en 1858 adquirió una colección de papiros entre los que se encontraba éste. Su contenido es puramente matemático con 87 problemas planteados y resueltos.

En las inscripciones jeroglíficas egipcias se encuentra una notación especial para las fracciones unitarias, es decir para las fracciones que tienen como numerador la unidad.

1 =		10 =	∩	100 =	⊙	1000 =	⊕
2 =		20 =	∩∩	200 =	⊙⊙	2000 =	⊕⊕
3 =		30 =	∩∩∩	300 =	⊙⊙⊙	3000 =	⊕⊕⊕
4 =		40 =	∩∩∩∩	400 =	⊙⊙⊙⊙	4000 =	⊕⊕⊕⊕
5 =		50 =	∩∩∩∩∩	500 =	⊙⊙⊙⊙⊙	5000 =	⊕⊕⊕⊕⊕



Por ejemplo, los egipcios escribían los números 521 y 2354 de la siguiente manera:



*Ahora, en su cuaderno represente con escritura egipcia, los números 15, 239, 4376*

## La cultura china y su sistema de numeración

La cultura china inventó su propio sistema de numeración hacia el año 1.500 a. c. y se conoce con el nombre de las varillas de numeración, el cual fue usado por más de 2000 años, hasta que inventaron el Abaco. En el sistema chino, representaban la unidad por una varilla y el número cinco por la varilla puesta en forma perpendicular, en general, empleaban varillas verticales para las posiciones de las unidades, centenas, miríadas, etc., mientras que las horizontales se emplean para las decenas, los millares, los centenares de millar, etc. Entendían claramente el concepto de número negativo y del cero, el cual lo representaban dejando un espacio en blanco.

					⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥	⊥	⊥
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Números positivos (forma tradicional)		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vertical	○						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥	
Horizontal	○	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥	⊥	⊥	
Números negativos (forma tradicional)		-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
Vertical	⊗	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	

Veamos dos ejemplos de cómo escribían los números usando este sistema de varillas



*Usando el sistema de varillas, escriba en su cuaderno los números 53, 135, y 2028* \_\_\_\_\_



Te has dado cuenta de que a lo largo de la historia existieron diferentes sistemas de numeración, que incluso aún se siguen utilizando en algunas civilizaciones, sin embargo, nosotros solo conocíamos un único sistema de numeración, el sistema de numeración decimal. “Averigua sobre el si no lo recuerdas”

**Ahora responde.**

*¿Qué opinas del sistema de numeración de los babilónicos?*

*¿Qué diferencias encuentra con nuestro sistema de numeración actual?*

*¿Qué opinas del sistema de numeración de los egipcios?*

*¿Qué diferencias encuentra con nuestro sistema de numeración actual?*

*¿Cuál te parece más sencillo, el sistema de numeración de los babilónicos o el sistema de los egipcios? ¿por qué?*

### **Estructuración**

En el transcurso de la historia y a lo largo de los años, las diferentes culturas han hecho aportes importantes a la matemática, por medio del desarrollo de situaciones del diario vivir, por ejemplo, los egipcios dejaron cierta cantidad de problemas plasmados en papiros, uno de los cuales se llama el papiro de Rhin y tiene 87 problemas, estos problemas los desarrollaron aplicando conceptos de fracciones.

Los egipcios trabajaban las fracciones con situaciones de la vida cotidiana. Por ejemplo, uno de los problemas característicos es: **“Repartir 2 panes entre 5 esclavos de tal manera que reciban la misma cantidad”**.

*¿Cómo resolverías este problema?:*

*Ilustra gráficamente la solución.*



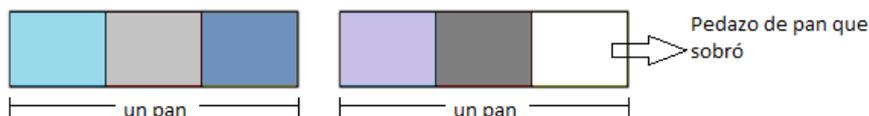
### **Veamos cómo resolvieron los egipcios este problema**

En la antigüedad los egipcios tomaban los dos panes y los repartían en las partes más grandes que se pudieran dar a los esclavos, teniendo en cuenta que cada uno recibiera una parte de igual tamaño, si sobraba pan, volvían a repartir ese sobrante en partes iguales, teniendo en cuenta que no quedara ni faltara algún pedazo o esclavo por recibir.

Primero: cada pan lo dividieron en tres partes iguales, teniendo así, 6 pedazos de pan. En su cuaderno haga el dibujo de este primer paso, ¿cómo le quedó?, si le quedo similar a la siguiente representación, muy bien.



Segundo: Le dieron un pedazo a cada esclavo, es decir, repartieron 5 pedazos y sobró una parte



¿Represente de manera verbal, numérica la fracción de pan que se le ha dado hasta el momento a cada esclavo?

¿Qué fracción del pan sobró? \_\_\_\_\_

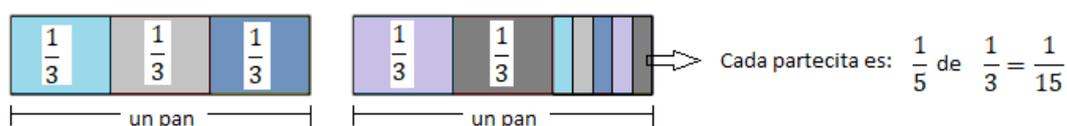
Tercero: El pedazo de pan que sobró, lo dividieron en 5 partes iguales, para darle una a cada esclavo. En su cuaderno haga el dibujo de este primer paso, ¿cómo le quedó?, si le quedo similar a la siguiente representación, muy bien



Escriba en forma verbal y numérica la fracción de pan que corresponde a cada uno de estos pedacitos: \_\_\_\_\_

De esa manera repartieron los 2 panes entre los 5 esclavos teniendo en cuenta que cada uno recibiera la misma cantidad.

Pero ¿Cuánto pan recibió cada uno? \_\_\_\_\_



Entonces, cada esclavo recibió:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$  lo cual los egipcios lo representan de manera gráfica así:

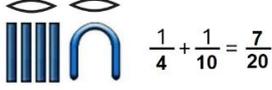


Los egipcios representaban las fracciones unitarias utilizando una expresión que designaba a este número con un signo oval alargado, que indicaba una ro (una unidad de volumen). También tenía un significado asociado que corresponde a una boca abierta e indicaba la cantidad de grano que podía contener un bocado, una parte, una fracción. Bajo el ovalo colocaban un número escrito en notación jeroglífica; por ejemplo, la fracción  $\frac{1}{5}$  estaría representada por y  $\frac{1}{23}$  se

escribía en jeroglífico como .

Al estudiar los papiros de la cultura egipcia, se han encontrado diferentes Interpretaciones de cómo ellos llegaban a usar las fracciones unitarias. Una de esas interpretaciones permite

representar fracciones comunes, usando fracciones unitarias y para ello tiene en cuenta las siguientes características: el máximo número de fracciones unitarias con las que se puede representar una fracción común, es 4, pero se prefiere trabajar con dos o tres fracciones unitarias, además una fracción unitaria no se puede repetir dentro de la misma representación, y los denominadores de éstas deben ir de menor a mayor y se prefiere trabajar los denominadores con números pares en lugar de impares.

Por ejemplo, la fracción común  $\frac{7}{20}$  se representa así:   $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} = \frac{7}{20}$

Hagamos la operación para verificar que es cierto:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} = \frac{5+2}{20} = \frac{7}{20}$

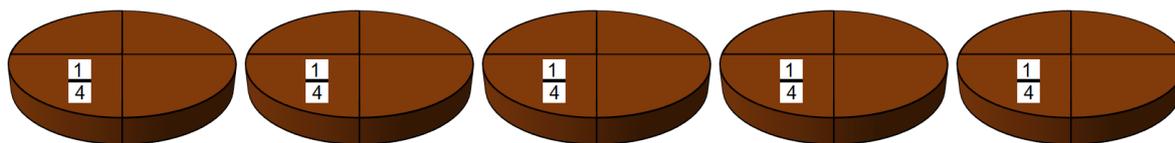
Pero si tenemos  $\frac{7}{20}$  ¿cómo encontraríamos las fracciones unitarias equivalentes? No se preocupe vamos a encontrar la solución utilizando uno de los diferentes métodos que los matemáticos han encontrado en el transcurso de sus investigaciones en la historia.

Primero obtenemos los divisores del denominador, en este caso el 20, que son 1, 2, 4, 5, 10, 20.

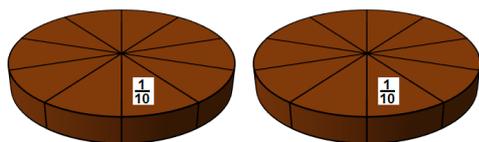
Luego, con esos divisores, buscamos dos números que sumados nos den el numerador de la fracción, es decir 7, esto sería 5 y 2. Ahora se deben escribir dos fracciones, donde los numeradores, son los dos divisores seleccionados, colocando primero el número mayor, y el denominador de las fracciones es el mismo 20.

Planteemos las nuevas fracciones  $\frac{5}{20} + \frac{2}{20}$  ahora simplifiquemos las fracciones  $\frac{5}{20} + \frac{2}{20} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$  **y estas serían las fracciones unitarias equivalentes a  $\frac{7}{20}$ .**

**¿Pero, este método para qué lo usaban los egipcios en la vida cotidiana?, bueno, para resolver situaciones como la siguiente: repartir 7 panes entre 20 personas, lo cual ellos lo planteaban como  $\frac{7}{20}$**



5 panes lo repartían entre las 20 personas, dividían cada pan en 4 partes iguales, entonces a cada persona le tocaba  $\frac{1}{4}$  pero sobraban 2 panes. Entonces los dos panes que sobraban lo dividían en las 20 personas, de donde cada pan se dividía en 10 pedazos iguales, por lo tanto, a cada persona le tocaba  $\frac{1}{10}$  de pan más.



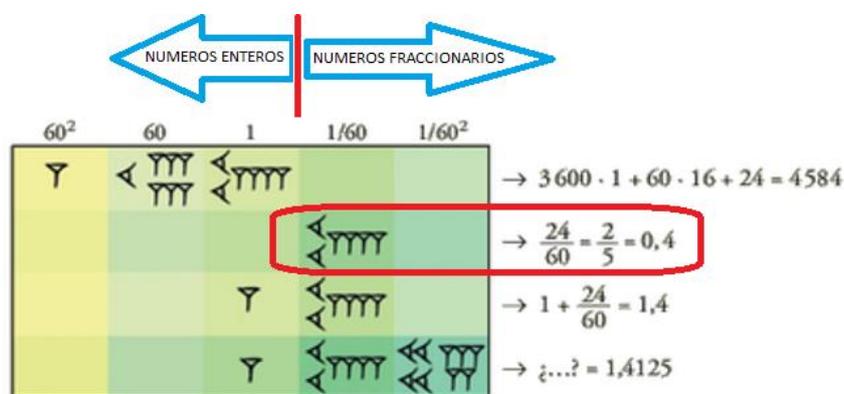
Al hacer esta repartición se logró que todas las personas comieran la misma cantidad de pan, es decir,  $\frac{1}{4}$  **de un pan** +  $\frac{1}{10}$  **de un pan**

Observemos gráficamente que  $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} = \frac{7}{20}$



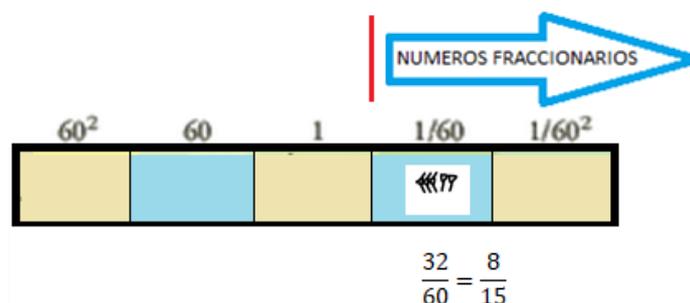
Las diferentes culturas desarrollaron aspectos y formas diferentes de representar las fracciones, ya sea de forma verbal, numérica o gráfica, con el fin de dar solución a los problemas y necesidades de su diario vivir.

La cultura babilónica, usaba las fracciones para hacer cálculos y divisiones más exactas, ellos representaban gráficamente las fracciones teniendo en cuenta que su sistema de numeración era sexagesimal (base 60) y lo hacían en una tabla como se muestra en la siguiente imagen

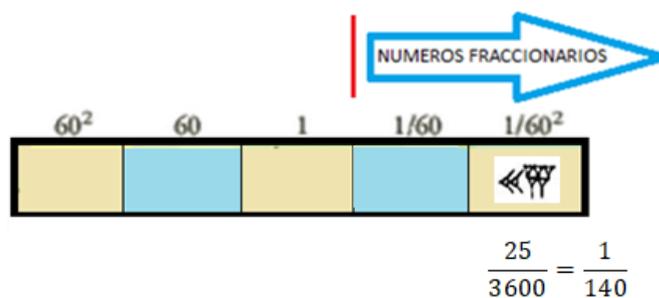


En la tabla se ve que del número 1 hacia la izquierda era usado para escribir los números enteros, y del 1 hacia la derecha se usa para escribir las fracciones. En la imagen anterior, en la sección enmarcada en color rojo, se observa que el número 24 está escrito en la columna correspondiente a  $\frac{1}{60}$ , lo cual para los babilónicos representaba la fracción  $\frac{24}{60}$ , que, en nuestro actual sistema, corresponde a la fracción  $\frac{2}{5}$ . Esta fracción,  $\frac{24}{60}$ , indica que se tomaban 24 partes iguales de un total de 60.

A continuación, se representa la fracción  $\frac{32}{60}$ , la cual corresponde a la fracción actual  $\frac{8}{15}$



Veamos ahora otro ejemplo de representación de número fraccionario según los babilónicos.



El número graficado es el 25, y está ubicado en la columna de  $\frac{1}{60^2}$ , lo cual indica que es la fracción  $\frac{25}{3600}$  que corresponde a la fracción actual de  $\frac{25}{3600}$ .

**Encuentre y represente las fracciones babilónicas correspondientes a las fracciones actuales de  $5/12$ ,  $1/90$  y  $1/150$ .**

Como el sistema de numeración babilónico era sexagesimal, fracciones como  $1/7$ ,  $1/11$ ,  $1/13$  y muchas más, no se podían representar de manera exacta.

Con el pasar del tiempo, se siguen creando problemas representativos que nos enseñan el uso de las fracciones, por ejemplo, el problema llamado “los toneles” fue planteado por (SABRÁS; AGUAYO, 1922, p. 9), y se ha transmitido en la enseñanza de las matemáticas con el fin de aportar en el aprendizaje sobre estos problemas con fracciones por medio de sus lecturas, sus reglas, fórmulas y métodos de resolución. Este problema se encuentra publicado en el texto Problemas Descriptivos de Fracciones de Bernardo Gómez Alfonso, María teresa Sanz García e Irene Huerta Gabarda.

**“LOS TONELES. En dos toneles existen 520 litros de vino y uno de ellos contiene la cuarta parte que el otro. ¿Cuántos litros hay en cada tonel?”**

**Escribe en tu cuaderno, ¿cómo lo resolvería?** \_\_\_\_\_

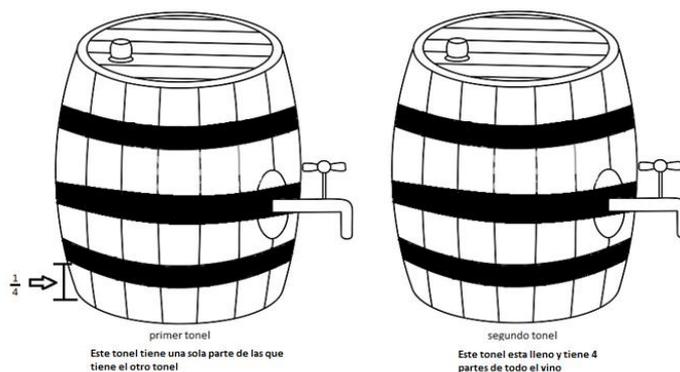
Cómo ayuda para resolver la situación, responda a las siguientes preguntas

- ¿Cuántos litros hay en total en los dos toneles?
- ¿Cómo lo representaría gráficamente?
- ¿Qué significa la cuarta parte?
- ¿Qué método o forma usaría usted para resolverlo?

Veamos cómo lo resolvieron en la antigüedad:

Habiendo en el tonel primero la cuarta parte de lo que contiene el segundo, resulta que la cantidad contenida en aquél será la quinta parte de la cantidad total de vino, o sea:  $520:5=104$  litros. En el segundo habrá  $104 \times 4=416$  litros (SABRÁS; AGUAYO, 1922, p. 9).

El autor determina que el número de partes del todo equivale la relación entre las partes dadas, para hacer así un reparto proporcional. Para ello deshace la fracción, teniendo en cuenta que un tonel contiene una cuarta del otro, se puede entender que, en total, hay cinco partes y que en un tonel hay  $4/5$  y en el otro  $1/5$ . Ahora hay varias alternativas, una es aplicar estas fracciones a la cantidad dada 520 para hallar la solución, pero en este ejemplo, el autor prefiere hallar la fracción unitaria  $1/5$  de 520 y luego multiplicarla por 4 y por 1.



Comparando la cantidad de partes del vino que hay en cada tonel, se obtiene la fracción  $\frac{1}{4}$  número de partes del vino en el primer tonel / número de partes del vino en el segundo tonel. De lo anterior se deduce que el total de vino se divide en 5 partes iguales

Lo cual indica que en el primer tonel hay 1 sola parte de las 5, es decir,  $\frac{1}{5}$  del vino. Y en el segundo tonel hay 4 partes de las 5, es decir,  $\frac{4}{5}$  del vino

$$\frac{1}{5} \times 520 = \frac{1 \times 520}{5} = \frac{520}{5} = 104 \quad \text{y} \quad \frac{4}{5} \times 520 = \frac{4 \times 520}{5} = \frac{2080}{5} = 416$$

Ahora, se necesita saber qué porcentaje del vino hay en cada tonel. Escriba en su cuaderno, cómo lo haría usted \_\_\_\_\_

Cómo ayuda para resolver la situación, responda a la siguiente pregunta:

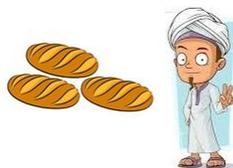
¿Cuál sería la razón que permite expresar la cantidad de vino de cada tonel con el total del vino? Veamos, para el primer tonel la razón es  $\frac{104}{520}$ , la cual se obtiene al comparar la cantidad de vino del tonel, con el total del vino.

Para el segundo tonel, la razón es  $\frac{416}{520}$ . Ahora, para hallar el porcentaje de vino de cada tonel, se debe multiplicar la razón por 100, obteniendo:

$$\text{Primer tonel: } \frac{104}{520} \times 100 = \frac{10400}{520} = 20\% \quad \text{y para el segundo tonel } \frac{416}{520} \times 100 = \frac{41600}{520} = 80\%$$

### Practica lo aprendido

Los primeros problemas del papiro del Rhind (1 al 6) consisten en repartir distintos números de panes (1,2,6,7,8,9) entre diez hombres. Señalando así una de las actividades principales que dio origen al uso de las fracciones y la base decimal es considerada fundamental para estos repartos.



**Situación 1. Reparto de panes:** Se trata de repartir tres panes entre diez personas.

¿Cómo harías para repartir los tres panes entre las diez personas?

¿Cómo los repartirías si deben salir a partes iguales?

Haz una representación gráfica de tu solución.

¿Cómo crees que lo resolvieron los egipcios?

## Situación 2. Un problema antiguo

Este es el problema 26 que aparece en el papiro del Rhind: “Una cantidad y su cuarto se convierten en 15, Cuál es la cantidad”.

- ¿Qué indica un cuarto de una cantidad?
- Represente de manera gráfica un cuarto de 20 y explique el proceso realizado y halle el valor
- Teniendo en cuenta lo anterior, resuelva el problema y escriba el proceso llevado a cabo para desarrollarlo.

## Valoración

Demuestra lo aprendido a lo largo del desarrollo de esta guía resolviendo la siguiente situación.

### La granja



En una granja tienen patos, gallinas, pavos y gansos. El dueño de la granja no sabe cuántos animales hay de cada tipo, sólo sabe que en total tiene 60 animales, además conoce que entre gallinas y patos hay 28, entre patos y pavos hay 40 y entre gansos y pavos hay 32.

Estando en un corral, se da cuenta que con los animales que hay, forma 4 grupos con igual cantidad de patos y gallinas en cada uno de ellos. ¿cómo podría agrupar dichos animales para que cumplan la condición? Explique su proceso.

Además, observó que en el corral del lado por cada 2 gansos hay 3 gallinas. ¿Cuántos grupos puede formar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de gansos y de pavos?, Explique su proceso.

**¿Qué porcentaje de los animales, son las gallinas? Escriba el proceso.**

## Cierre

Va a reflexionar respecto a cómo se sintió y qué tanto aprendió en el desarrollo de esta guía. Por favor, responda en su cuaderno y sinceramente a cada pregunta y nos envía sus respuestas.

1. ¿Qué fue lo que más le causó dificultades al resolver las tareas planteadas en esta guía?
2. ¿Por qué cree que tuvo dificultad?
3. ¿Qué fue lo que le más te gustó al resolver la guía?
4. Con sus palabras escriba qué aprendió.
5. ¿Cómo es más fácil trabajar las fracciones, como los antiguos o como en la actualidad?

## Evidencias de aprendizaje.

Las evidencias se deben hacer llegar al correo o al WhatsApp dado por el docente, antes del \_\_\_\_\_.

DESEMPEÑO BÁSICO DE APRENDIZAJE: Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación			
EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCIÓN
Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas	Comprende la fracción como una relación parte – todo, como operador, como razón y como porcentaje en sus diferentes representaciones, a partir de la solución de problemas	Avanzado	Comprende y utiliza el concepto de fracción en sus diferentes representaciones para resolver problemas de diferentes contextos
		Satisfactorio	Reconoce y usa el concepto de fracción en sus diferentes representaciones para resolver problemas en determinados contextos
		Mínimo	Identifica de manera parcial el concepto de fracción y lo usa para resolver problemas en determinados contextos
		Inferior	No Identifica el concepto de fracción en alguna de sus representaciones para resolver problemas en contextos determinados.

## CAPÍTULO IV. RESULTADOS, ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Al realizar la intervención de la propuesta sobre el tema de la resolución de problemas y la historia de la matemática para la comprensión robusta del concepto de fracciones, con el objetivo general de desarrollar una unidad didáctica basada en la resolución de problemas y la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de quinto grado del Instituto Técnico Empresarial el Yopal., las cuales fueron evaluadas de acuerdo a la rúbrica descrita anteriormente.

Estos datos fueron organizados en una rejilla de seguimiento en el programa Microsoft Excel, para llevar a cabo los cálculos correspondientes a la frecuencia y porcentaje de los niveles de desempeño alcanzados por el grupo intervenido en cada una de las actividades, los cuales fueron tabulados y graficados a fin de analizar e interpretar los resultados obtenidos para luego contrastarlos con las teorías que sustentan la investigación.

### 4.1. Resultados de la actividad 1: Los diseños del Rey

Se inició con la actividad 1, denominada: Los diseños del Rey, en que se plantea el aprendizaje esperado de reconocer la fracción como una relación parte - todo y como operador en sus diferentes representaciones, estos temas se evaluaron a través de una rúbrica que se planteó en una matriz de valoración con una serie de indicadores específicos para determinar el desempeño de los estudiantes en cada uno de los planteamientos asignados, los cuales se muestran a continuación:

**Tabla 12**

*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 1, Los diseños del Rey*

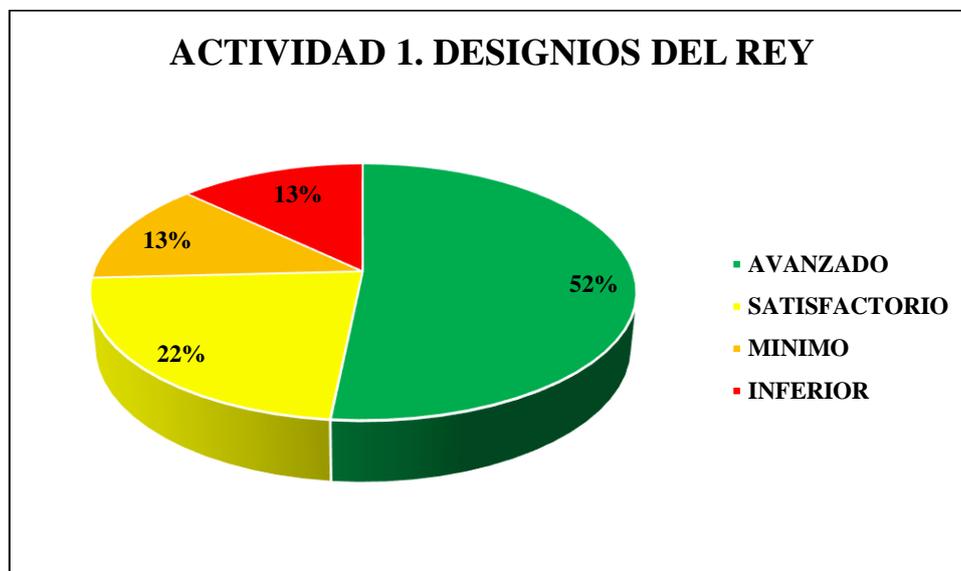
Niveles de Desempeño	Número de estudiantes	%
AVANZADO	16	52
SATISFACTORIO	8	22
MINIMO	4	13

INFERIOR	4	13
Total	32	100

Fuente: Elaboración propia

### Figura 24

*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 1, Los diseños del Rey*



Fuente: Elaboración propia.

En los datos registrados en la tabla y gráfica anteriores, sobre la actividad “Los Designios Del Rey”, se observa que el nivel avanzado se encuentra el 52% de los estudiantes, los cuales son capaces de interpretar y representar las fracciones como relación parte-todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos.

Para el siguiente nivel, el 22% de los estudiantes se encuentra en nivel satisfactorio, lo que indica que estos estudiantes reconocen y representan las fracciones como relación parte-todo, y como operador entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos, mientras que el 13% de los estudiantes sólo reconoce las fracciones como relación parte-todo, y como operador entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos y otro 13% no reconoce las fracciones como relación parte-todo, ni como operador entre números enteros positivos.

Con base a éstos resultados, se evidencia que la mayoría de los estudiantes alcanzaron el más alto nivel de desempeño, al responder adecuadamente a las actividades propuestas, en este sentido, se confirma los planteamientos de Rodríguez (2019), quien concluyó en sus investigaciones que el aprendizaje más significativo se logró con la ayuda de una unidad didáctica contextualizada con un material manipulativo concreto, lo que sin duda permitió que los estudiantes mostraran motivación e interés en el trabajo de estos conceptos para reconocer a las fracciones como relación parte-todo, y como operador entre números enteros positivos.

En este punto cabe resaltar que las estrategias didácticas utilizadas en la planificación de actividades se relacionan estrechamente con el enfoque de la resolución de problemas de Pólya, y al respecto, Gaviria (2016), en sus estudios afirma que bajo enfoque la mayoría de los niños aprenden a diferenciar las funciones del numerador y del denominador de una fracción y resuelven de manera correcta el problema propuesto, mejorando notablemente las competencias trabajadas en contextos diferentes.

En relación a los estudiantes que presentaron bajos niveles de desempeño, estos concuerdan con los planteamientos de Rodríguez (2012) quien señala que el tema sobre las fracciones es complejo y en general se hace difícil de aprender en la primaria, es por ello que algunos casos logran aprenderlo, mientras que otros necesitan mayor tiempo de estudio y ejercitación para tener claro el concepto de fracción como parte de un todo, o como una nueva cantidad que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte, así como también vista como operador que produce una transformación sobre una cantidad de magnitud. (Obando, *et al* 2006).

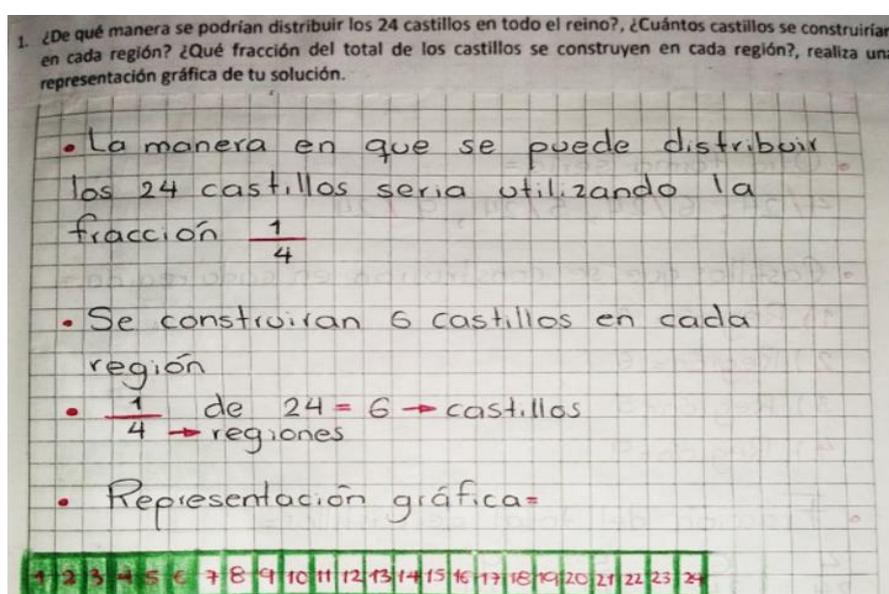
Por consiguiente, se concluye que la intervención al grupo con las actividades desarrolladas en los Designios del Rey, permitieron que los estudiantes efectivamente demostraran capacidades en la comprensión y representación de las fracciones como relación

parte-todo y como operador en los números positivos, al trabajar adecuadamente los ejercicios para agregar, reunir, segregar, separar, además de reiterar y hacer partes iguales de los números fraccionarios, con la ayuda del material de estudio remoto proporcionado conjuntamente con las asesorías individuales y grupales que los docentes dispusieron para guiar el proceso.

A continuación, se presenta el análisis del desarrollo de la actividad realizada por los estudiantes y que permiten ver el nivel de desempeño, empezando por el avanzado.

### Figura 25

*Actividad resuelta por el estudiante E12*



Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E12 a la situación problema planteada. ¿De qué manera se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región? ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución

¿De qué otra forma se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino, de modo que en cada región haya un número distinto de castillos?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.

- Otra forma sería =  
 $4/24, 6/24, 5/24, 9/24$
- Castillos que se construirían en cada región =  
 1) Región = 4  
 2) Región = 6  
 3) Región = 5  
 4) Región = 9
- Fracción del total de castillos =  
 $\frac{4}{24} \quad \frac{6}{24} \quad \frac{5}{24} \quad \frac{9}{24}$
- Representación gráfica =

Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E12 a la situación problema planteada. ¿De qué otra forma se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino, de modo que en cada región haya un número distinto de castillos?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.

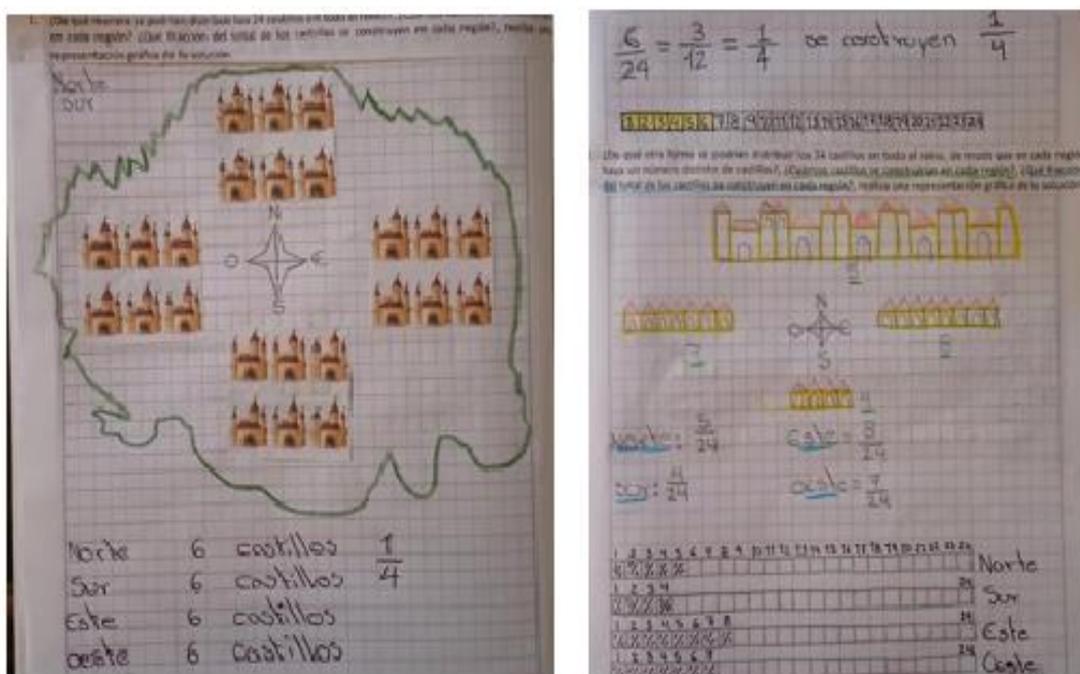
En esta situación el estudiante estipula la fracción  $\frac{1}{4}$ , como la fracción que se usa para distribuir los 24 castillos en las regiones dadas. Luego escribe que en cada región quedan 6 castillos, lo cual lo evidencia por medio de la operación de la fracción  $\frac{1}{4}$  como operador de 24, y a continuación hizo la gráfica que representa la cantidad de castillos que se construyen en cada región. En la siguiente parte, escribió la fracción que le corresponde a cada punto cardinal, partiendo de las condiciones dadas, determinando el número de castillos a construir en cada parte y termina haciendo la gráfica que representa a cada una de éstas.

Se observa que el estudiante comprende la relación parte todo ya que identifica la información suministrada “distribuir los 24 castillos en todo el reino” teniendo en cuenta que se debían distribuir o construir en 4 puntos diferentes del reino, bajo unas condiciones dadas para cada literal. Tanto en la parte uno como en la dos, el estudiante hizo el diagrama por medio

del cual muestra la totalidad de castillos que se deben construir en cada punto del reino, además, especifica cuántos castillos se deben construir y establece la relación parte del todo por medio de la fracción que le corresponde a cada punto cardinal del reino, evidencia que también interpreta la fracción como operador. Lo anterior es una muestra de que el estudiante interpreta y representa las fracciones como relación parte todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos (Nivel de desempeño avanzado).

**Figura 26**

*Actividad resuelta por el estudiante E27*



Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E27 a la situación problema planteada ¿De qué manera se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución

El estudiante hace un dibujo que representa un mapa y en él ubica 6 castillos en cada punto cardinal, debajo del mapa escribe los nombres de los puntos cardinales y al frente de ellos escribió el número de castillos que corresponde a cada región, al frente escribe la fracción  $\frac{1}{4}$  que corresponde a la fracción de castillos que corresponden a cada una de estas regiones. Luego

hace una simplificación de fracciones empezando con  $\frac{6}{24}$  y llegando a  $\frac{1}{4}$ . A continuación, hace una representación donde ubica 24 cuadritos de los cuales colorea 6. Luego hace otro gráfico por medio del cual responde a la segunda pregunta, dibuja la cantidad de castillos que deja en cada región, debajo escribe la región y al frente la fracción de los castillos que corresponde a cada una de éstas y termina haciendo una representación gráfica, donde ubica 24 cuadritos y selecciona los que corresponden a cada región.

Se observa que el estudiante reconoce la relación parte todo ya que distribuye los 24 castillos en todo el reino teniendo en cuenta que se debían construir en 4 puntos diferentes del mismo, bajo unas condiciones dadas para cada literal. Tanto en la parte uno como en la dos, el estudiante dibujó un mapa en el cual muestra la cantidad de castillos que se deben construir en cada parte del reino, además, escribe cuántos castillos se deben construir y establece la relación parte del todo por medio de la fracción que le corresponde a cada punto cardinal del reino. Por lo anterior se afirma que el estudiante reconoce y representa las fracciones como relación parte todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos. (Nivel de desempeño satisfactorio)

## Figura 27

Actividad resuelta por el estudiante E1

valoración

De qué manera se podrían distribuir 24 castillos en todo el reino? Se distribuyen de 4 regiones 6 por cada una que fracción del total de los castillos se construyen en cada región?  $\frac{4}{6}$  de 24

De qué otra forma se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino, de modo que en cada región haya un número distinto de castillos?

1. Región 5
2. Región 4
3. Región 8
4. Región 7

¿qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?

- 1  $24 \div 5 = 4.8$
- 2  $24 \div 4 = 6$
- 3  $24 \div 8 = 3$
- 4  $24 \div 7 = 3.428$

*Nota:* la figura representa la solución realizada por el estudiante E1 a la situación problema ¿De qué manera se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región? ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.

En esta actividad el estudiante hace una división y luego escribe que en cada región deben de quedar 6 castillos, a continuación comenta que la fracción construida y correspondiente a cada región es  $\frac{4}{6}$  de 24, en seguida, elabora un diagrama donde la unidad está dividida en 24 partes y a coloreado con 4 colores diferentes cuatro grupos de a seis cuadritos cada uno, a continuación escribe el número de castillos que le hace corresponder a cada región, teniendo en cuenta la condición dada y termina haciendo unas divisiones, donde reparte los 24 castillos en el número que menciono anteriormente como total de castillos de cada región.

Se observa que el estudiante reconoce la información suministrada “distribuir los 24 castillos en todo el reino” teniendo en cuenta que se debían distribuir en 4 puntos diferentes del reino, bajo unas condiciones dadas para cada literal, evidenciando que reconoce la relación

parte todo, pero presenta dificultad al momento de responder ¿qué fracción del total se debe construir en cada región?

Por lo tanto, se observa que el estudiante reconoce las fracciones como relación parte todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos. (Nivel de desempeño mínimo)

### Figura 28

Actividad resuelta por el estudiante E2

The image shows two pages of handwritten work on grid paper. The left page contains the following text:

- 1. ¿de que manera se podrian distribuir los 24 castillos en cada reino?
  - En region norte
  - En region sur
  - En region oeste
  - en la regio este
- 2. ¿Cuántos castillos se construirían en cada region?
  - Se puede construir 24 castillos por cada region
- 3. ¿que fracion total de los castillos se construyeron en cada region?
  - la fracion es  $\frac{24}{4}$
- 4. Representa grafica de tu solucio
  - Two circles are drawn: one empty and one divided into 24 equal sectors.

The right page contains the following text:

- 2. ¿de que otra forma se podrian distribuir los 24 castillos en todo el reino?
  - Se podrian distribuir de otros castillos.
- 3. ¿Cuántos castillos se construirían en cada region?
  - 24 - castillos
- 4. Representa una grafica de tu solucio.
  - A line graph is drawn with a vertical axis from 0 to 24 and a horizontal axis from 0 to 4. A straight line passes through the points (0,0), (1,6), (2,12), (3,18), and (4,24).
- 5. ¿es posible hacer una distribucion de los castillos de modo que en la region norte se construyan 5 castillos y en la region sur un sexto del total de ellos?
  - no podria ser por que da 18 y 4 no se puede repartir

Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E2 a la situación problema ¿De qué manera se podrían distribuir los 24 castillos en todo el reino?, ¿Cuántos castillos se construirían en cada región?, ¿Qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región?, realiza una representación gráfica de tu solución.

En esta actividad el estudiante escribió que los castillos se debían distribuir en la región norte, la región sur, la región oeste y la región este, luego escribió que se podían construir 24 castillos en cada región, y a la pregunta de ¿qué fracción del total de los castillos se construyen en cada región, el estudiante escribió que  $24/4$ , luego dibujo dos círculos, uno que está en blanco

y el otro dividido en un número de partes que no se pueden ver bien, de las cuales sombreo algunos. En la segunda parte, respondió que podía distribuir de a seis castillos, además volvió a responder que se podían construir 24 castillos en cada región, y finalizó haciendo un diagrama en el plano cartesiano, donde resalta el número 6 del eje x con la intersección del número 24 del eje y.

Se nota que el estudiante no comprende la situación planteada, ya que no identifica que debe “distribuir los 24 castillos en todo el reino” teniendo en cuenta que se debían construir en 4 puntos diferentes del reino, bajo unas condiciones dadas en cada literal. No realizó algún análisis u operación que evidencie que pensaba repartir o dividir el total de castillos dados (24) en las regiones mencionadas, Además realizó dos diagramas que no evidencian lo que se solicitaba hacer.

Lo anterior nos indica que el estudiante no reconoce las fracciones como relación parte todo y como operador entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos. (Nivel de desempeño inferior).

#### **4.2. Resultados de la actividad 2: Visita al zoológico**

Seguidamente se analizaron los resultados obtenidos en la actividad 2, denominada: Visita al zoológico, en la cual el estudiante evidencia que puede interpretar la fracción como razón y como porcentaje basándose en la resolución de problemas matemáticos. a estos se calcularon las frecuencias y porcentajes representados en la siguiente tabla y gráfico:

**Tabla 13**

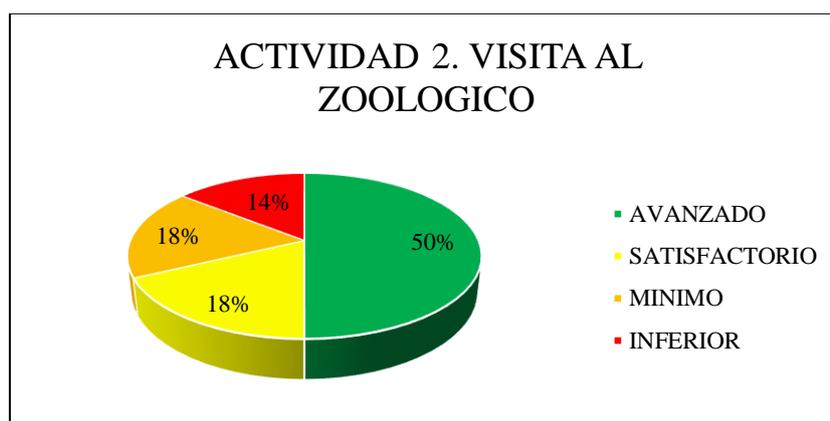
*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 2, Visita al zoológico*

Niveles de Desempeño	Número de estudiantes	%
AVANZADO	16	50
SATISFACTORIO	5	18
MINIMO	6	18
INFERIOR	5	14
Total	32	100

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 29**

*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 2, Visita al zoológico*



Fuente: Elaboración propia.

Según los resultados se observa que en la actividad “La visita al zoológico”, se refleja que el 68 % de los estudiantes encuentran en los niveles satisfactorio y avanzado interpretan, reconocen y representan las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos, un 18% reconoce las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos y el 14% de los estudiantes no reconoce las fracciones como razón y como porcentaje números enteros positivos.

En correspondencia a los datos cuantitativos presentados, se consideró la fracción como razón, mediante la cual se permite comparar cantidades de magnitudes diferentes, es decir, la relación entre dos magnitudes diferenciando el numerador y el denominador, (Fandiño, 2009), mientras que la interpretación parte-todo en un contexto de medida, en base a esto se establecieron los ejercicios planteados en esta segunda actividad. Así los resultados obtenidos se soportaron con la investigación de Salinas (2013), quien indica que la comprensión del concepto de fracciones se logra al trazar varios pasos con múltiples interacciones e interpretaciones que se logran con objetivos cortos y a largo plazos con un material concreto.

Este señalamiento, se relaciona con la teoría expuesta por Godino (2002), cuando afirma que el pensamiento numérico es una acción inherente al desarrollo del pensamiento humano, por lo que requiere de atención y estrategias definidas para abordar las actividades planificadas que conlleven al aprendizaje esperado. De aquí que se observa coincidencia con el trabajo de Quijá (2019), donde hace referencia sobre el uso de una guía didáctica evaluada a través de una rúbrica para la intervención educativa en el área de las fracciones, a través de la cual se logra fortalecer en el docente la capacidad de interactuar con los estudiantes en cada una de sus necesidades e intereses, convirtiéndose en un accionar pedagógico y didáctico, que da valor a la investigación.

Hechas estas consideraciones, se evidencia la efectividad del material concreto diseñado para reconocer las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, a través de ejercicios de fracciones equivalentes, fracciones propias, porcentajes, y equivalencias. Aunado a ello, se pudo notar que los estudiantes prestaron mayor disposición para el trabajo y mejor actitud hacia las tareas de matemáticas.

A continuación, se presenta el análisis del desarrollo de la actividad realizada por los estudiantes y que permiten ver el nivel de desempeño, empezando por el avanzado

Figura 30

Actividad resuelta por el estudiante E6

**Valoración.**  
**NUUESTRO PLANETA**

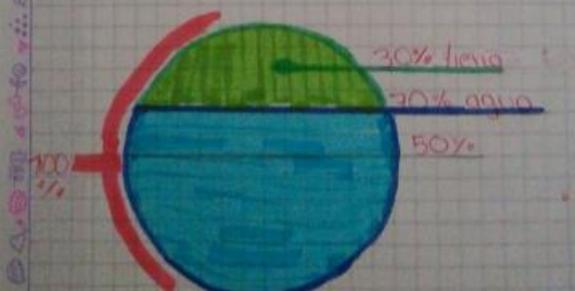
Todos afirman que que en nuestro planeta hay mas agua que tierra.

1. ¿Que tanta mas agua que tierra crees que hay en el planeta?

Rta: YO creo que hay un 70% de agua (correcto)

Planeta: 100%  
Agua: 70%  
TIERRA: 30%  
 $70 + 30 = 100\%$

2. Ilustra tu respuesta en un dibujo



3. ¿Que fracción representa el agua?

Rta:  $\frac{70}{100}$  -> porcentaje de agua  
porcentaje de la tierra

4. ¿Que porcentaje del planeta representa agua?

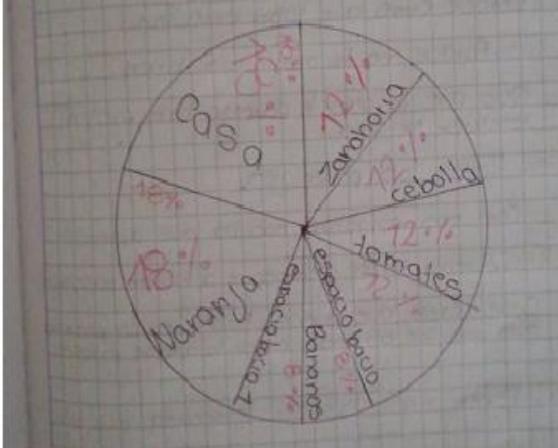
Rta: (correcto)

$$\frac{70}{100} \times 100 = \frac{7.000}{100} = 70.000 \div 100 = 70\%$$

Rta: Representa un 70 por ciento

E. Con una grafica representa cada porción y el porcentaje del total de la tierra que está representada.

**Gráfico**



A. La porción de tierra que piensa utilizar Don Marcos para construir su casa.

-Rta:  $\frac{18}{100}$  va a utilizar para su casa

B. La porción de tierra que se utilizara para sembrar bananos.

-Rta:  $\frac{8}{100}$  se utilizara para los bananos

C. La porción de tierra que se utilizara para sembrar ¿que porcentaje de la tierra representa?

-Rta:  $\frac{20}{100}$  se utilizara para sembrar

Proceso  $\frac{20}{100} \times 100 = \frac{2.000}{100} = 2.000 \div 100 = 20\%$

Rta: El 20% es lo que se usara para sembrar

Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E6 a las situaciones problema planteadas. Responde esta actividad sin investigar, usa sólo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas.

El estudiante escribe que el 70% del planeta está compuesto de agua y el 30% de tierra, hace una suma para mostrar que esos dos porcentajes dan el 100%. Elabora una gráfica en un círculo, traza una línea que divide en dos partes iguales la gráfica para representar el 50%, luego ubica el 70% que representa la parte que corresponde al agua y lo pinta de azul, luego pinta la parte sobrante de verde y la representa con el 30%. Escribe la fracción  $\frac{70}{100}$  especificando que el 70 corresponde a la parte del agua y el 100 a todo el planeta, para hallar el porcentaje toma esta fracción y la multiplica por 100, realiza la operación multiplicando 70 por 100 y luego lo divide en 100 obteniendo el 70%.

En la siguiente situación el estudiante tomó como numerador el número de cuadros que correspondía a la casa y como denominador el total de cuadros que corresponde al total de la finca. de igual manera lo realizó para el cultivo de bananos, para la porción de tierra que no se sembró colocó el número de cuadros que estaban en blanco en el numerador (20) y en el denominador el total de cuadros de la finca (100), después de plantear la razón la multiplico por 100 para hallar el porcentaje.

Para realizar la gráfica primero calculó los porcentajes de cada cultivo tomando el número de cuadros que le correspondía a cada cultivo y en el denominador coloco los 100 cuadros que corresponde al número de total de cuadros de la finca, por último, lo multiplico cada uno pro 100 para hallar el porcentaje multiplicó el numerador por 100 y este resultado lo divide en el numerador que es 100. luego realizó un gráfico circular con los valores obtenidos.

El estudiante al realizar la comparación entre el número de cuadros que le corresponde a cada cultivo con el total de cuadros que le corresponde a la finca está interpretando y representando el concepto de fracción como razón lo cual significa que logró el aprendizaje esperado, también al realizar los proceso correspondientes para hallar los porcentajes y luego graficarlos en un diagrama circular se observa que el estudiante entendió la situación y de esta manera interpreta y representa la fracción como porcentaje logrando el aprendizaje esperado.

Lo anterior indica que el estudiante interpreta y representa las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en diferentes situaciones y contextos. (Nivel de desempeño avanzado)

**Figura 31**

Actividad resuelta por el estudiante E10

**valoración**



Piensa un poco  
Responde esta actividad sin investigar usa solo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas

**1** ¿qué tanta más agua que tierra crees que hay en el planeta?

40 agua del 100% es el planeta el  
30 tierra 30% es agua y el 30% es tierra.

$$\frac{40}{100} \times 100\% = 100 \div 100 = 1 \times 40 = 40\%$$

**2** ilustra tu respuesta con un dibujo.



**3** ¿Qué fracción del planeta representa el agua?

$\frac{70}{100}$  esta es la fracción que representa el agua del planeta tierra.

**4** ¿qué porcentaje del planeta representa el agua?

$$\frac{70}{100} \times 100\% = 100 \div 100 = 1 \times 70 = 70\%$$

e) porcentaje que representa el agua es el 70%

**a)** la porción de tierra que piensa utilizar DON marcos para construir su casa

**RTA:**  $\frac{18}{100} \times 100 = 18000 \div 100 = 18\%$

**b)** la porción de tierra que se utilizara para sembrar bananos

**RTA:**  $\frac{8}{100} \times 100 = 8000 \div 100 = 8\%$

**c)** la porción de tierra que se utiliza para sembrar, ¿qué porcentaje de la tierra representa?

**RTA:**  $\frac{62}{100} \times 100 = 6200 \div 100 = 62\%$

**d)** la porción de la tierra que no utiliza para sembrar

**RTA:**  $\frac{20}{100} \times 100 = 2000 \div 100 = 20\%$

**e)** con una gráfica representa cada porción y el porcentaje del total de la tierra que esta representa

**RTA:**



Naranja =  $\frac{360}{100} \times 18\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 18 = 65^\circ$

Casa =  $\frac{360}{100} \times 18\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 18 = 65^\circ$

Zanahoria =  $\frac{360}{100} \times 12\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 12 = 43^\circ$

Tomate =  $\frac{360}{100} \times 12\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 12 = 43^\circ$

Bananos =  $\frac{360}{100} \times 8\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 8 = 28^\circ$

Cereales =  $\frac{360}{100} \times 12\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 12 = 43^\circ$

Maíz =  $\frac{360}{100} \times 20\% = 360 \div 100 = 3,6 \times 20 = 72^\circ$

*Nota:* la figura representa la solución realizada por el estudiante E10 a las situaciones problema planteadas. Responde esta actividad sin investigar usa sólo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas.

El estudiante escribe que del 100% del planeta tierra, el 70% es agua y el 30% tierra, realiza una fracción donde el numerador es el 70 que representa el porcentaje de agua y de denominador el 100 que representa el planeta tierra, luego lo multiplica por 100 para obtener el porcentaje total de agua que hay en la Tierra, en la Gráfica dibuja el planeta tierra escribiendo 70% a la zona azul y 30% a la zona verde. Para representar la fracción que indica la cantidad del agua en el planeta tierra, toma el 70 en el numerador que representa el porcentaje de agua y el 100 el denominador que representa el planeta Tierra y concluye diciendo que es la fracción que representa el agua del planeta Tierra. Para calcular el porcentaje realiza el proceso anteriormente descrito. Para la siguiente situación el estudiante primero sacó el número de cuadros que representa a cada parte de la granja, casas 18, zanahorias 12, naranjas 18, tomates 12, bananos 8, café 12, sólo 20 y total sembrado 62, seguidamente responde las preguntas comparando el número de cuadros que corresponde a la casa con el total de cuadros que tiene la finca luego realiza el proceso para convertirlo en porcentaje, lo mismo con los bananos. Para hallar el porcentaje de la tierra que se utiliza para sembrar, comparó el número de cuadros que se utilizan para sembrar con el número total de cuadros de la finca y lo multiplicó por 100 obteniendo 62%, para la sección de que no se utiliza para sembrar tomó los cuadros que están que están vacíos y los comparó con el total de la finca y luego calculó el porcentaje correspondiente multiplicando por 100. Para realizar la gráfica comparó el número grados que tiene la circunferencia 360 con el total de cuadros que son 100 y esto lo multiplicó por cada uno de los porcentajes que representa cada una de las secciones de la finca y dividió la gráfica teniendo en cuenta los grados y las pintó diferentes colores.

El estudiante al realizar la comparación entre las secciones de la finca y el total de la

finca demuestra que reconoce y representa el concepto de fracción como razón, al multiplicar por 100 estas fracciones reconoce el concepto de porcentaje y luego al graficarlas en un diagrama circular y comparando  $360^\circ$  con el número total de cuadros y luego multiplicarla por 100 representa de manera satisfactoria la fracción como porcentaje

Lo anterior muestra que el joven que reconoce y representa las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos. (Nivel de desempeño satisfactorio).

### Figura 32

Actividad resuelta por el estudiante El

**NUESTRO PLANETA**

¿QUE tanta más agua que tierra crees que hay en el planeta?

AGUA = 80.000.000 LT  
TIERRA = 20.000.000 KG

Ilustra tu respuesta con un dibujo

¿QUE fracción del planeta representa el agua?

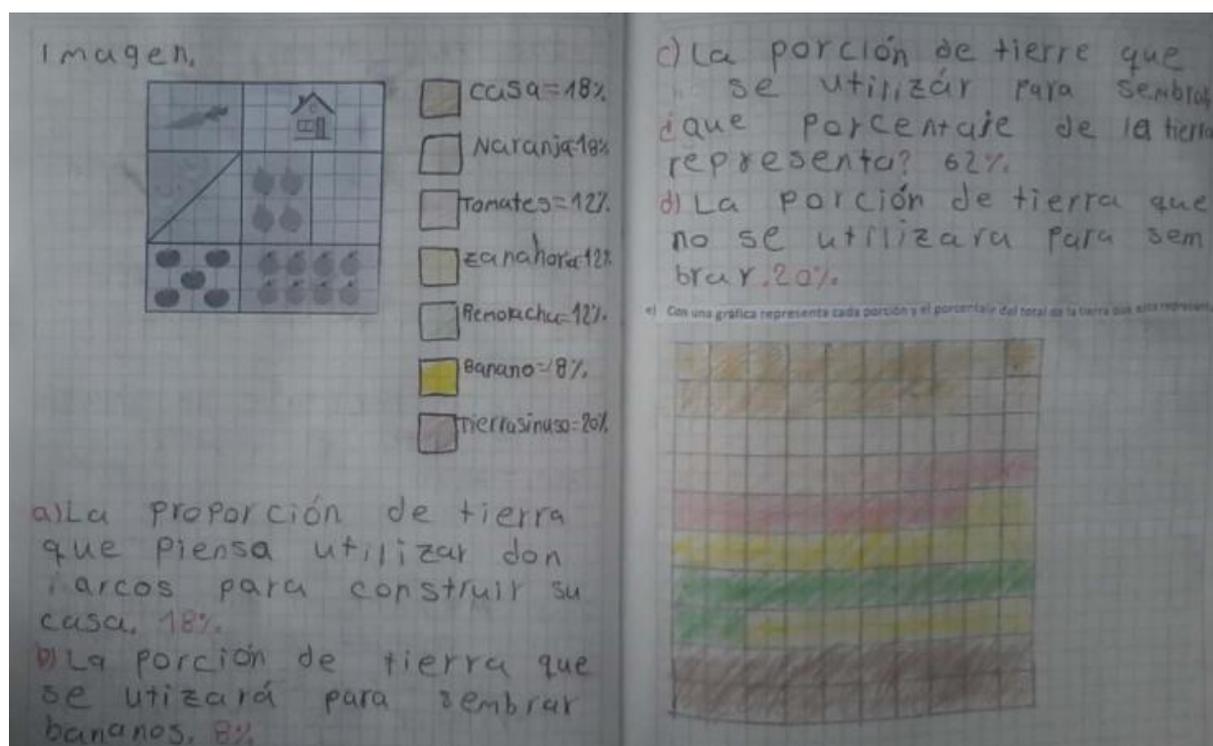
■ AGUA  $\frac{8}{10}$  AGUA  
■ TIERRA  $\frac{2}{10}$  TIERRA

¿Que porcentaje del planeta representa el agua?

80% = AGUA  
20% = TIERRA

La granja

Don Marcos el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que le muestran el la siguiente



Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E1 a las situaciones problema planteadas Responde esta actividad sin investigar usa sólo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas.

El estudiante coloca que hay 800 millones de litros de agua y de tierra 200 millones de kilogramos, realiza el dibujo del planeta tierra y luego en un pictograma divide la unidad en 5 partes, colorea cuatro partes de verde escribiéndole que es agua y una parte que es tierra y la representa con la fracción cuatro quintos agua y un quinto tierra escribe que el 80% es agua y el 20% es tierra en la segunda situación realiza un cuadro de convenciones de diferentes colores a cada uno le coloca el porcentaje de cuadros que tienen y luego empieza a contestar las preguntas escribiéndolas como porcentajes sin realizar ningún tipo de procedimientos, pero en la gráfica colorea cada porción con el número de cuadritos que le corresponde 18 para la casa, 18 para las naranjas, 12 para los tomates, 12 para las zanahorias, 12 para las remolachas, ocho para el banano y para Tierra sin uso 20.

Según las respuestas del estudiante se puede verificar que comprende el concepto de fracción cómo porcentaje ya que todas sus respuestas las da en porcentajes, pero a las preguntas

en las cuales necesitaba representar la fracción como razón no la responde, también observamos en la gráfica que comprende el concepto de fracción ya que toma 100 cuadritos que representan el total de la finca y subraya el número de cuadritos que corresponde a cada sección de la finca

Por lo tanto, el estudiante sólo reconoce las fracciones como razón y como porcentaje entre números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos. (Nivel de desempeño mínimo).

### Figura 33

Actividad resuelta por el estudiante E32

Valoración

Nuestro planeta



Todo afirman que en nuestro planeta hay mas agua que tierra.

¿Que tanta mas agua que tierra crees que hay en el planeta?

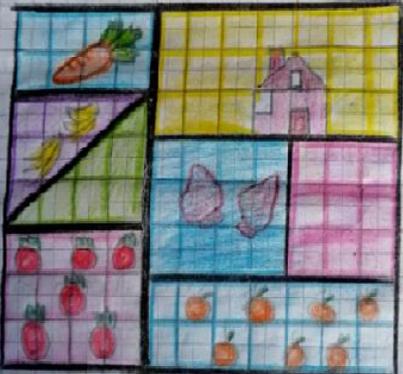
Solucion

- 1 hay mas agua que tierra
- 2



- 3 la fraccion que representa el agua es el 88.9% de agua
- 4 el porcentaje del agua es el 88.9% por que el resto esta en tierra.

**La granja**  
Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen:



Expresa la fracción del total, en la forma que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las repuestas y producidos empleados.

para construir su casa.

b.) la porción de tierra que se utiliza para sembrar bananos

c.) la porción de tierra que se utiliza para sembrar, ¿que porcentaje de la tierra representa?

d.) la porción de tierra que no se utiliza para sembrar.

e.) con una grafica representa cada porción y el porcentaje del total de la tierra que esta representa.

**SOLUCION**

a.) Es la mas grande sirve para hacer una gran casa y cerca de sus siembras.

b.) es pequeño pero caben 20 matas de bananos y pueden sembrar mas.

c.) la que esta al lado de los bananos y queda un espacio grande.

d.) la que no se sembrara y no va a haber nada es la que esta al pie de la casa y las naranjas

e.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

*Nota:* la figura representa la solución realizada por el estudiante E32 a las situaciones problema planteadas. Responde esta actividad sin investigar usa sólo tu imaginación, debes actuar como un verdadero matemático y argumentar muy bien tus respuestas.

El estudiante responde a las preguntas descriptivamente por ejemplo Hay más agua que tierra, pero no da un valor numérico, la fracción que representa el agua es el 88.9% y el porcentaje responde que es el 88.9%, en la situación 2 responde que la porción de tierra es la más grande y sirve para hacer una gran casa, también responde en la siguiente pregunta que es pequeña y caben 20 matas de banano y puede sembrar más. A la siguiente pregunta responde la que está al lado de las bananas y queda un espacio grande, seguidamente responde la que no se siembra es la que está al pie la casa y las naranjas, para la realizar la gráfica realiza 30 cuadritos y subraya de estos 26.

Aunque el estudiante es muy ordenado, no cumple con las indicaciones dadas en las situaciones presentadas, ya que se limita a describirlas en forma de tamaño, cercanía, pero no representa la fracción como razón y como porcentaje.

Lo anterior muestra que el estudiante no reconoce las fracciones como razón y como porcentaje números enteros positivos, en determinadas situaciones o contextos. (Nivel de desempeño inferior)

#### 4.3. Resultados de la actividad 3: Las fracciones en la historia

Seguidamente se analizaron los resultados obtenidos en la actividad 3, denominada: Las fracciones en la historia, para la cual se planteó como evidencia de aprendizaje, que el estudiante reconoce la fracción como una relación parte – todo, como operador, como razón y como porcentaje en sus diferentes representaciones, a partir de la solución de problemas históricos en las matemáticas, a estos se calcularon a continuación las frecuencias y porcentajes representados en la siguiente tabla y gráfico:

**Tabla 14**

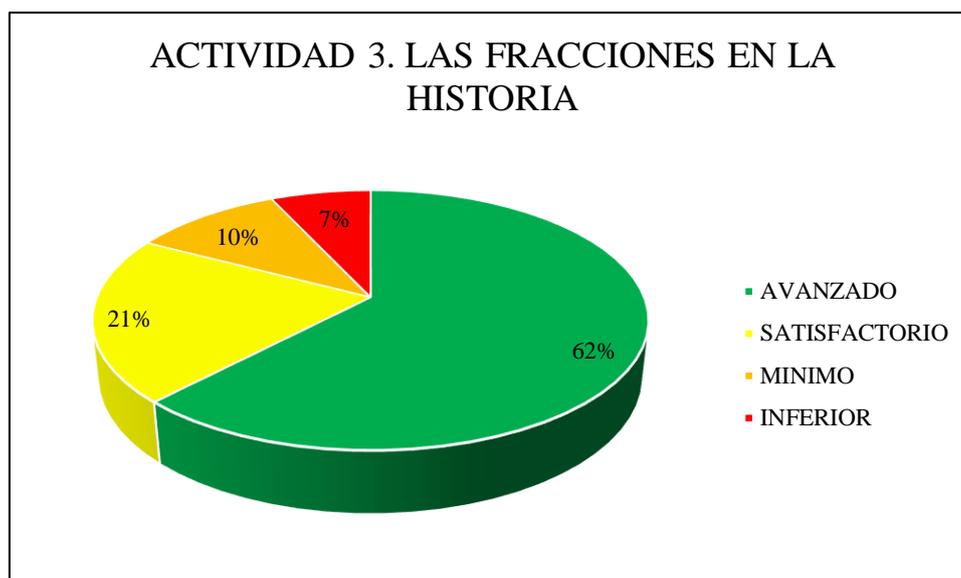
*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 3, Las fracciones en la historia*

Niveles de Desempeño	Número de estudiantes	%
AVANZADO	19	62
SATISFACTORIO	7	21
MINIMO	4	10
INFERIOR	2	7
Total	32	100

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 34**

*Resultados del Análisis de desempeños de la actividad 3, Las fracciones en la historia*



Fuente: Elaboración propia.

Los datos arrojados de la tabla y gráfico referidos anteriormente, sobre la actividad “Las fracciones en la historia”, señalan que un 83% se encuentran en los niveles satisfactorio y avanzado siendo capaces de comprender y utilizar el concepto de fracción en sus diferentes representaciones para resolver problemas de diferentes contextos, el 10% sólo son capaces de identificar de manera parcial el concepto de fracción y lo usan para resolver problemas en determinados contextos mientras que un 7% de los estudiantes no son capaces de identificar el concepto de fracción en alguna de sus representaciones para resolver problemas.

Los resultados expuestos, concretamente tienen relación con planteamientos de Lamón (2012) y estudios de Vásquez, Armenta y Romero (2019), donde se demostró que, a través de una unidad didáctica centrada en el trabajo activo, los estudiantes responden con éxito a las actividades y son capaces de contar sus experiencias que lo ayudan a mejorar el nivel aprendido desarrollado en cada una de las actividades ejecutadas a través de la guía. Este avance significativo, se sustenta en la teoría de Piaget (1971), cuando asevera que en la educación primaria el docente debe esforzarse por contextualizar didácticamente el pensamiento numérico desde situaciones reales vividas por el niño y de acuerdo con los estadios de desarrollo intelectual que este presenta.

Asimismo, los resultados se corresponden también con el estudio de Álvarez (2017) y Guerrero y Castro (2018), donde se evidencia que los proyectos de intervención favorecen el rendimiento y aprendizaje profundo de los conocimientos propuestos en la unidad didáctica dado a sus características abierta y flexible que contribuye con el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes, que en la medida que responden a las actividades van adquiriendo consciencia de su propio proceso de aprendizaje.

De manera que el aprendizaje alcanzado con éxito a través de la actividad 3, se notó en los estudiantes que concentraron un alto porcentaje en los niveles avanzado y satisfactorio, puesto que el estudiante logra comprender los planteamientos formulados y, en consecuencia, se respondió acertadamente aplicando alternativas o estrategias de solución a los problemas que la vida cotidiana le presenta.

Evidentemente, la secuencia de trabajo favoreció el dominio de la lectura de los ejercicios y por ende se consolidó la competencia cognitivas, procedimentales y actitudinales sobre los números fraccionarios mejorando la habilidad para comprender e interpretar el concepto de fracción en las diferentes representaciones para resolver problemas en los contextos propuestos. A continuación, se presenta el análisis de las actividades resueltas por los estudiantes y que permiten evidenciar cada uno de los desempeños según el desarrollo de las mismas.

Figura 35

Actividad desarrollada por el estudiante E12

**PRACTICA LO APRENDIDO**

**Fración lo aprendido**  
 Los primeros problemas del papiro del Rhind (1 al 6) consisten en repartir distintos números de panes (1,2,6,7,8,9) entre diez hombres. Señalando así una de las actividades principales que dio origen al uso de las fracciones y la base decimal es considerada fundamental para estos repartos.



**Situación 1. Reparto de panes:** Se trata de repartir tres panes entre diez personas.  
 ¿Cómo harías para repartir los tres panes entre las diez personas?

Lo que nosotros lo haríamos, es buscando la fracción de los panes y de las personas para repartir los panes en partes iguales como ya sabemos que son 3 panes y 10 personas la fracción quedaría de la siguiente forma  $\frac{3}{10}$

¿Cómo los repartirías si debían salir a partes iguales?

Lo que yo haría es graficar la fracción en un rectángulo dibujando 10 cuadros y coloreando 3 cuadros que corresponde a los panes que hay y así sucesivamente repartir en  $\frac{3}{10}$

Haz una representación gráfica de tu solución.



¿Cómo crees que lo resolvieron los egipcios?

Lo que ellos harían es dividir  $\frac{1}{4}$  y luego dividir cada parte en 5 eso quiere decir que a cada persona le correspondería  $\frac{1}{4}$  más  $\frac{1}{20}$  de pan

Para hallar el resultado lo que se hizo fue hallar la fracción  $\frac{1}{5}$  de  $\frac{1}{4}$  se multiplica los denominadores y el resultado es  $20 \cdot \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$



**La granja**

En una granja tienen patos, gallinas, pavos y gansos. El dueño de la granja no sabe cuántos animales hay de cada tipo, sólo sabe que en total tiene 60 animales, además conoce que entre gallinas y patos hay 28, entre patos y pavos hay 40 y entre gansos y pavos hay 32.

Estando en un corral, se da cuenta que con los animales que hay, forma 4 grupos con igual cantidad de patos y gallinas en cada uno de ellos. ¿cómo podría agrupar dichos animales para que cumplan la condición? Explique su proceso.

Además, observó que en el corral del lado por cada 2 gansos hay 3 gallinas. ¿Cuántos grupos puede formar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de gansos y de pavos?. Explique su proceso.

Lo tiene 60 animales en total  
 gallinas y patos = 28  
 patos y pavos = 40  
 gansos y pavos = 32

Se puede formar 4 grupos con igual cantidad de patos y gallinas

3 gallinas 4 patos	3 gallinas 4 patos	3 gallinas 4 patos	3 gallinas 4 patos
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

$28 \div 4 = 7$

12 gallinas 16 patos
-------------------------

El proceso que se hizo para los grupos es como ya sabíamos que el total de gallinas y patos es 28 y nos pide un grupo de 4 entonces es dividir  $28 \div 4$  el resultado es 7

$$\begin{array}{r} -28 \overline{)4} \\ \underline{-28} \phantom{0} \\ 00 \end{array}$$

• 2. Por cada 2 gansos hay 3 gallinas.  
Para este proceso lo que se hizo fue amplificar entonces como ya sabemos que hay 2 gansos y 3 gallinas se hizo la operación.

$$\frac{2 \text{ gansos} \times 4}{3 \text{ gallinas} \times 4} = \frac{8 \text{ gansos}}{12 \text{ gallinas}}$$

Por último verificamos si el proceso está bien =

• Entre gansos y pavos = 32  
gansos = 8  
pavos = 24

• Entre patos y pavos = 40  
patos = 16  
pavos = 24

Se suman todos los animales de la granja

8 gansos  
12 gallinas  
16 patos  
24 pavos

= 60 animales en la granja

Qué porcentaje de los animales, son las gallinas? Escriba el proceso

Para hallar el porcentaje de las gallinas es verificar con los anteriores procedimientos que se hizo como ya sabemos que el total de gallinas es 12 y el total de animales es 60.

$$\frac{12}{60} \rightarrow \text{gallinas}$$

$$60 \rightarrow \text{Animales}$$

Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E12 al problema de la granja planteado en la parte de valoración de la actividad 3

El estudiante plantea la razón, donde compara la cantidad de panes a repartir entre el total de personas existentes, de donde sale la fracción  $3/10$ , hace la gráfica, donde indica que cada pan fue dividido en 10 partes iguales, obteniendo en total 30 pedazos, de los cuales le da 3 a cada persona. Enseguida lo resolvió aplicando el método de los egipcios, donde cada pan se divide en 4 partes iguales, luego reparte una de esas partes a cada persona, sobrándole dos partes de pan, las cuales las dividió en 5 partes iguales cada una para poder obtener 10 pedazos iguales, y poderle dar uno a cada persona. Esto lo interpreta como fracción de un número planteando como  $1/5$  de  $1/4$ . lo cual le da  $1/20$ , que sería la segunda parte del pan que le toca a cada individuo. El estudiante especifica que cada persona recibe  $1/4$  de pan más  $1/20$  de pan.

En la siguiente situación tiene en cuenta la condición dada, “tiene 28 animales entre gallinas y patos, para formar 4 grupos con igual cantidad de animales de cada tipo en cada grupo” y plantea una división la cual le permite establecer que se pueden armar 7 grupos,

formado cada uno por 3 gallinas y 4 patos.

Luego hace uso de la condición “por 2 gansos hay 3 gallinas”, establece la razón, la cual amplifica para poder determinar el número de gansos y gallinas que hay en la granja. A continuación, verifica cual es el total de animales de cada especie y que la suma de éstos sea igual a 60.

Por último, establece la razón entre la cantidad de gallinas y el total de animales de la granja, lo cual utiliza para plantear y determinar el porcentaje de gallinas que hay en la granja, esto lo hace multiplicando 12 (número de gallinas) por el 100% y el resultado obtenido lo dividió entre 60 (que es el total de animales), obteniendo como resultado, que en la granja el 20% de los animales son gallinas.

Se observa que el estudiante comprende la situación ya que identifica la información suministrada “distribuir 3 panes entre 10 personas” teniendo en cuenta que cada uno debía recibir la misma cantidad de pan. Desarrolla la situación de dos formas diferentes, una como él lo haría y la otra como lo harían los egipcios en la antigüedad, elabora la gráfica que muestra dichas soluciones y responde de manera puntual y correcta, qué fracción del pan le corresponde a cada persona.

En la segunda situación, al igual que en la primera, el alumno comprende toda la información dada para poder dar solución a la misma, a pesar de no haberla dado toda en un sólo párrafo, ya que se dio por partes y acompañada de interrogantes. El estudiante escribe su análisis y hace las operaciones pertinentes y de forma correcta para lograr dar solución al problema.

Por lo anterior se observa que el estudiante comprende y utiliza el concepto de fracción en sus diferentes representaciones para resolver problemas de diferentes contextos. (Nivel de desempeño avanzado).



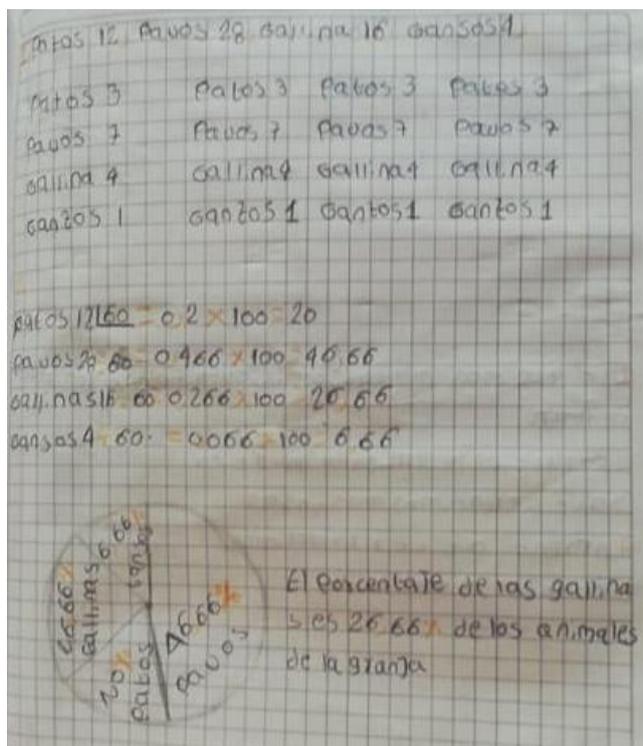
Se observa que el estudiante comprende la situación ya que identifica la información suministrada “distribuir 3 panes entre 10 personas” teniendo en cuenta que cada uno debía recibir la misma cantidad de pan. Sólo desarrolla la situación como él lo haría, faltando la forma en como lo harían los egipcios en la antigüedad, elabora la gráfica que muestra la solución planteada por él y responde de manera puntual y correcta, qué fracción del pan le corresponde a cada persona.

En la segunda situación, el estudiante reconoce la información dada “hay 28 animales entre gallinas y patos para formar cuatro grupos con igual cantidad de animales de cada tipo”, la establece como punto de partida para hacer su análisis y poder determinar la cantidad de animales de cada especie, además, correlaciona la información dada en los siguientes apartados para poder llegar a la solución correcta del problema y determinar la cantidad exacta de animales de cada especie. Comete un error al plantear la razón para poder hallar el porcentaje de gallinas que hay en la granja.

Teniendo en cuenta la información anterior, se muestra que el estudiante reconoce y usa el concepto de fracción en sus diferentes representaciones para resolver problemas en determinados contextos. (Nivel de desempeño satisfactorio)

**Figura 37**

Actividad desarrollada por el estudiante E4



*Nota:* la figura representa la solución realizada por el estudiante E4 al problema de la granja planteado en la parte de valoración de la actividad 3

El estudiante escribe la cantidad que corresponde a cada tipo de animal, luego escribe en cuatro columnas el número de animales que deben haber de cada especie en cada grupo. Hace unas divisiones y unas multiplicaciones y expresa el porcentaje de cada especie. Elabora un círculo y lo divide acorde a los porcentajes encontrados.

El estudiante presenta el número de animales que él supone hay de cada tipo dentro de la granja, luego, según ese pensar, los distribuye en 4 grupos, de tal manera que, en cada uno, quede igual número de animales de cada tipo. Luego elabora las divisiones de estas cantidades entre el total de animales y cada resultado obtenido lo multiplica por 100, con el fin de determinar el porcentaje que le corresponde a cada tipo de animal dentro de la granja.

Finalmente elabora un diagrama circular en el que ubica y muestra los porcentajes hallados anteriormente.

La descripción anterior muestra que el joven identifica de manera parcial el concepto de fracción y lo usa para resolver problemas en determinados contextos. (Nivel de desempeño mínimo)

### Figura 38

Actividad desarrollada por el estudiante E18

¿Cómo harías para repartir los tres panes entre las diez personas?

Para cada persona  $\frac{7}{10}$

¿Cómo los repartirías si deben salir a partes iguales?

Para cada persona  $\frac{7}{10}$

Haz una representación gráfica de tu solución.

The student's work is on a grid background. The first problem asks how to divide three breads among ten people. The student draws three circles representing breads, each divided into 10 equal horizontal segments. Below this, they write 'Para cada persona' followed by the fraction  $\frac{7}{10}$ . The second problem asks how to divide the breads if they must be equal parts. The student draws the same three breads, but each is divided into 7 equal segments. An equals sign follows, and then two circles, each divided into 7 equal segments. Below this, they write 'Para cada persona' followed by the fraction  $\frac{7}{10}$ . At the bottom, there is a prompt to create a graphical representation of the solution, with a large empty grid box drawn below it.

Está en un corral, se da cuenta que con los animales que hay, forma 4 grupos con igual cantidad de patos y gallinas en cada uno de ellos. ¿Cómo podría agrupar dichos animales para que cumplan la condición? Explique su proceso.

son = 28 animales entre gallinas y patos

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 4} \\ 0 \end{array}$$

Rta: Debemos dividir los 28 en 4 el cual nos da 7 entonces para los cuatro grupos hay 7 animales entre patos y gallinas.

Además, observó que en el corral del lado por cada 2 gansos hay 3 gallinas. ¿Cuántos grupos puede formar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de gansos y de pavos?, Explique su proceso.

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 14 \\ \hline 26 \\ \downarrow \\ \text{pavos} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ - 26 \\ \hline 06 \\ \downarrow \\ \text{gansos} \end{array}$$

Se pueden crear 2 Grupos de 13 pavos y 3 Gansos.

¿Qué porcentaje de los animales, son las gallinas? Escriba el proceso.

$$\begin{array}{r} 60 \longrightarrow 100\% \\ x \longleftarrow 74\% \\ \hline 60 \\ \times 974 \\ \hline 40 \\ + 80 \\ \hline 840 \quad 700 \\ 0400 \quad 8,4 \\ 000 \end{array}$$

Rta: El porcentaje de los 74 gallinas es de 8,4%

Nota: la figura representa la solución realizada por el estudiante E18 al problema de la granja planteado en la parte de valoración de la actividad 3

El alumno dibuja dos círculos, cada uno dividido en 5 partes iguales y sin colorear o marcar alguna de estas. coloca un igual y a la derecha de éste, dibuja tres círculos. Luego, debajo de esto, dibuja tres círculos, dos de ellos los divide en 4 franjas horizontales no iguales y el tercero lo divide por la mitad, pero no colorea ni marca alguna de las partes, debajo de estos escribe que a cada persona le corresponde  $1/10$ . A la pregunta de ¿cómo los repartirías si deben salir a partes iguales? el estudiante dibujó tres círculos, el primero lo dividió en 4 franjas horizontales no iguales y las colorea todas, el segundo está dividido en 5 franjas horizontales no iguales y las colorea todas, y el tercero lo dividió en 4 franjas horizontales no iguales, de las

cuales coloreó 2, en seguida, colocó un igual y al lado derecho dibujó dos círculos, cada uno dividido en 5 partes, las cuales coloreo en su totalidad y debajo de estos dibujos escribió que “para cada persona  $1/10$ ”.

A continuación, trazó 3 rectángulos de igual tamaño, cada uno dividido en 4 partes iguales, dejándolas sin marcar o colorear. En la siguiente situación el estudiante el estudiante de una vez asume que hay 14 gallinas y 14 patos, ya que la información suministrada decía “hay 28 animales entre gallinas y patos” luego hace una sustracción “ $40-14$ ”, obteniendo como resultado “26” que para él ese es el número de pavos, en seguida resta 26 de 32 obteniendo 6 que es el número de gansos. Finalmente plantea una regla de tres para calcular el porcentaje de las gallinas dentro de la granja, hace la multiplicación y la división para dar la respuesta.

Se observa que el estudiante no comprende la información, ya que dibuja dos círculos divididos en 5 partes cada uno y al lado, otros tres círculos sin división alguna, además en la segunda parte al dividir los círculos obtiene 13 partes y no 10 como se solicitaba, luego al pedirle que haga la distribución en partes iguales, hace un gráfico donde dibuja tres rectángulos de igual tamaño los cuales los divide en 4 partes iguales cada uno, obteniendo en total 12 pedazos y no 10 como se solicitaba, además no colorea o selecciona alguna parte de éstas. En la otra situación tampoco comprende la información dada “tiene 28 animales entre gallinas y patos, para formar 4 grupos con igual cantidad de animales de cada tipo en cada grupo”, el estudiante asume que hay igual cantidad de gallinas que de patos “14”, luego hace unas restas para así poder determinar el número de animales que hay de las otras especies.

Plantea una regla de tres simple directa con el fin de determinar el porcentaje de gallinas que hay en la granja, la cual está mal planteada y con datos que no corresponden como es el 14

Por lo visto en la descripción anterior, el estudiante no identifica el concepto de fracción en alguna de sus representaciones para resolver problemas en contextos determinados. (Nivel de desempeño inferior)

#### 4.4. Resultados del Test de salida

El test de salida se planteó con 20 preguntas de selección múltiple con única respuesta tomadas de las pruebas saber 5° liberadas por el Ministerios de Educación Nacional y las cuales evalúan al aprendizaje de resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón, aprendizaje que hace parte del pensamiento numérico.

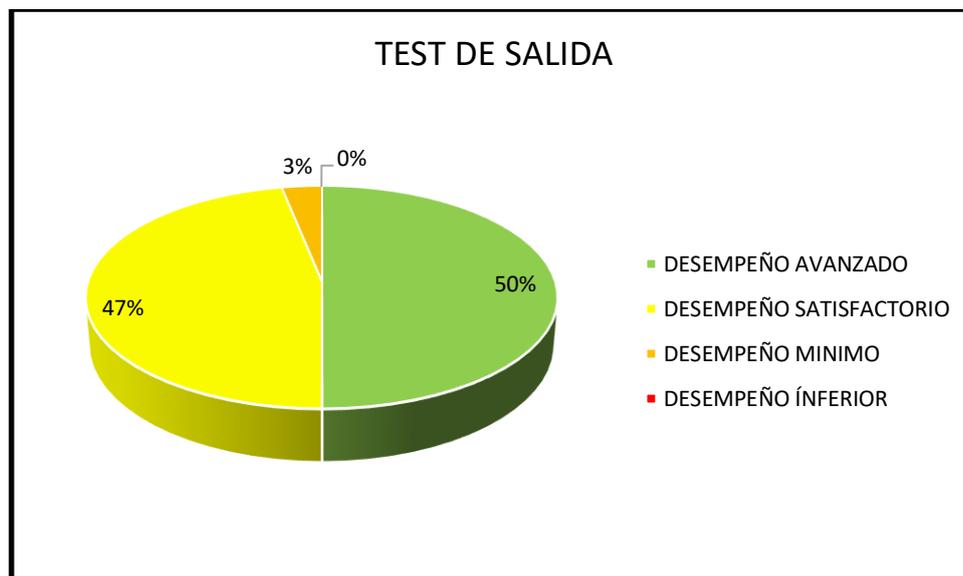
Debido a la situación actual por la que se atraviesa por consecuencia del COVID-19, la aplicación del presente test se dio de dos formas, una fue por medio de Google forms, en tiempo asincrónico, y aplicado por 28 estudiantes, el cual lo desarrollaron en un tiempo de dos horas, y la otra forma fue aplicada a un grupo de 5 estudiantes que por no contar con los implementos necesarios para desarrollar el test en línea, se les imprimió y se les dio la prueba, teniendo el mismo tiempo en el mismo horario para poder realizar la prueba, éstos estudiantes enviaron sus respuestas por medio de fotos en el WhatsApp.

**Tabla 15**

*Resultados del Test de salida*

Niveles de Desempeño	Número de estudiantes	%
DESEMPEÑO AVANZADO	16	50
DESEMPEÑO SATISFACTORIO	15	47
DESEMPEÑO MÍNIMO	1	3
DESEMPEÑO INFERIOR	0	0
Total	32	100

Fuente: Elaboración propia

**Figura 39***Resultados del Test de salida*

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos muestran que el 50% de los estudiantes evaluados usan la fracción como parte todo, como cociente, como razón y como porcentaje para resolver y formular problemas en diferentes contextos, alcanzado el nivel de desempeño avanzado, el 47% logró el desempeño satisfactorio y 3% en desempeño mínimo, lo que significa que los estudiantes de este último segmento de la muestra identifican de manera parcial las fracciones como parte todo, como cociente y razón para resolver problemas cotidianos.

Estos resultados manifiestan un avance altamente significativo de mejora en el aprendizaje de las fracciones, ya que, por medio de las actividades de la unidad didáctica, los estudiantes pudieron mejorar sus competencias en las habilidades de identificar y graficar fracciones, en las cuales había una falencia notoria, realizando particiones correctas y con exhaustividad, evidenciando la comprensión de la definición del numerador y del denominador, lo que les permitió aplicar el concepto de fracción como una relación entre parte-todo para desarrollar situaciones en diferentes contextos.

De igual manera y gracias al uso del material manipulativo, avanzaron en la comprensión e interpretación del concepto de fracción como operador, como razón y como porcentaje, logrando habilidad para hacer las operaciones necesarias consiguiendo las transformaciones correctas para dar soluciones a situaciones de diferentes contextos.

Esta habilidad se alcanzó cuando los estudiantes establecían las comparaciones entre magnitudes, donde ellos pudieron, agrupar, desagrupar y volver a reunir, logrando diferenciar y comprender que indica la cantidad que representaba el numerador y la cantidad que representa el denominador, llegando a establecer de manera correcta la razón y su correspondiente porcentaje, consiguiendo así la comprensión robusta del concepto de fracción en diferentes situaciones y contextos.

En efecto, se evidencia que la mayoría de los estudiantes participantes de la intervención lograron elevar sus niveles de desempeño, encontrando coincidencias positivas con la investigación de Ospina y García (2019), la cual estuvo fundamentada en Pólya (1989) y arrojó resultados con una buena perspectiva que a través de estrategias didácticas mejoraron el aprendizaje de las fracciones en un alto porcentaje de estudiantes.

Por su parte en el estudio de Valdovinos (2014), también evidenció a través de la intervención pedagógica con resolución de problemas que los niños capaces de comprender y solucionar problemas de fracciones, e inclusive consiguen establecer relacionadas de las actividades cotidianas por medio de la manipulación de objetos y las tecnologías, de modo que se complementan para mejorar la comprensión de los problemas.

Atendiendo esto, la unidad didáctica planificada bajo un proceso de enseñanza-aprendizaje basada bajo la resolución de problemas confirió un proceso de aprendizaje como en un objetivo en sí mismo, (Poyla,1980), así como una técnica para lograr el objetivo general de la unidad en desarrollar un conjunto de actividades fundamentadas en el uso de la historia

que involucren la interpretación y uso de los números racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas en diferentes contextos.

En este mismo orden de ideas, la unidad didáctica se convirtió en un elemento de interacción para el proceso en forma remota, desarrollando contenidos y actividades que por su naturaleza visual y sencilla aportan consistencia y significatividad a los procedimientos realizados por los estudiantes en su trabajo desde sus casas.

En relación al minoritario porcentaje de estudiantes que no alcanzaron altos niveles de rendimiento, estos resultados coinciden con el trabajo de Reséndiz y González (2018), quienes comentan que sus estudios se encontraron que los estudiantes siguen teniendo dificultades al momento de operar con fracciones, optando en ocasiones en realizar la conversión de fracciones a número decimal, en este particular, en se puede decir que estos problemas tienen relación con la falta de comprensión o claridad conceptual sobre las fracciones y sus operaciones básicas.

Por otro lado, Ruíz y Lemos (2018), indican que las intervenciones directas de los docentes desarrollan mejor clima de trabajo, con mayor motivación e interés en el desarrollo oportuno y adecuado de las actividades. Del mismo modo, López, Rentería y Vergara (2016) aseguran que al favorecer la motivación mejora la autoconfianza de los estudiantes, permitiendo elevar las potencialidades del pensamiento matemático en los estudiantes.

En este punto, vale destacar que las prácticas empleadas por los docentes en el proceso de enseñanza de la resolución de problemas con fracciones, incide en cierto grado en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante, quien tiende a seguir o imitar los pasos que el docente realiza, muestra, expone y utiliza en su quehacer pedagógico. (Murillo Moreno & Ceballos Urrego, 2013).

Considerando además las observaciones realizadas en el diagnóstico se notó que a nivel actitudinal existían comportamiento desfavorable, apatía y desmotivación hacia las matemáticas, y una vez implementadas las guías, se pudo manejar la negatividad, el miedo a

equivocarse, a realizar las tareas en menor tiempo y resolver los problemas de fracciones de forma correcta.

De todo lo anterior, se concluye que sólo un reducido porcentaje de estudiantes se ubicaron en los niveles bajos de desempeño, evidenciando efectivamente mayor competencia en las capacidades de comprensión y entendimiento del concepto de fracciones, al leer los planteamiento con el lenguaje cotidiano, para comprenderlos y encontrar una solución correcta, por lo que la aplicación de la unidad didáctica basada en la historia de la matemática para la comprensión robusta del concepto de fracción, es favorable en los 32 estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa ITEY perteneciente al sector oficial de Yopal-Casanare.

## CONCLUSIONES

Luego de la implementación de la unidad didáctica basada en la resolución de problemas y el uso de la historia de la matemática para favorecer la comprensión robusta del concepto de fracción en los estudiantes de grado quinto del instituto Técnico Empresarial el Yopal, se derivan las siguientes conclusiones.

Se puede afirmar que a través del desarrollo de la intervención se corrobora que los elementos de la historia pueden favorecer el aprendizaje de las matemáticas, con recursos históricos (Barbin, 2002; Fauvel, 2002), los cuales favorecieron el aprendizaje desde situaciones históricas diversas que activaron la curiosidad y la motivación de los estudiantes, que contribuyó a la comprensión, interpretación y usos de los números racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas en diferentes contextos.

El diseño de la unidad didáctica orientada con la estrategia de resolución del problema con razonamiento inductivo y analogías propuesta con el enfoque del Pólya, permitió que las actividades basadas en la historia favorecieran el aprendizaje de las fracciones. Este propósito se logró a través de instrucciones detalladas y ejemplos cotidianos que reflejaban puntualmente la aplicación de las fracciones, las cuales fueron desarrolladas en los ejercicios donde el estudiante pudo interpretar la relación parte - todo y adquirir habilidades de cálculo mental en las operaciones sencillas con números naturales y racionales.

En cuanto a la valoración de la unidad didáctica y la metodología de trabajo, se concluye que la estructura determinada requirió de una profunda reflexión didáctica para establecer las fases de exploración, estructuración, práctica y valoración, estas permitieron consolidar conocimientos, habilidades y actitudes que propiciaron la comprensión robusta del concepto de fracción.

En este proceso de trabajo didáctico se observó un avance progresivo en el nivel de desempeño de los estudiantes, encontrando que en la medida que se desarrollaban los

contenidos se notaba mayor interés y motivación al realizar las actividades propuestas en las guías. Así mismo, el cumplimiento responsable en la entrega de actividades fue mejorando notablemente, a pesar de las vicisitudes producto de la pandemia del SARS-Cov-2, por la que se dio un tratamiento flexible para realizar adaptaciones de las metodologías que permitiera cumplir con la planificación prevista en la unidad didáctica.

Con respecto a la percepción y valoración de los estudiantes, se evidenció un trabajo interesado, consecuente y responsable en la participación de las actividades, situación reflejada en las actitudes de los estudiantes al abordar cada una de las guías, pues se observó una gran motivación y manifestaban expectativas sobre el contenido de los temas y procedimientos para realizar los ejercicios propuestos.

Por consiguiente, en las opiniones de los estudiantes expresaron complacencia con la experiencia académica en los diferentes momentos que permitieron abordar los aprendizajes esperados, en este sentido, se notó ánimo e interés en los elementos visuales los cuales combinaban ilustraciones y gráficos llamativos, además de las actividades a desarrollar con la ayuda de material manipulativo, lo que brindó consistencia y significatividad a los procesos sistemáticos que facilitaron la resolución de los problemas.

## RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos después de la valoración en la aplicación de la unidad didáctica, lograron cumplir el objetivo general trazado, permitiendo que a través de la experiencia adquirida en este proyecto de intervención se establecieran las siguientes recomendaciones a los docentes del área de matemáticas:

- Realizar planificaciones con profunda reflexión didáctica que permitan diseñar actividades conjugadas con acciones lúdicas y planteamientos históricos adaptados al contexto donde se desenvuelven los estudiantes. De esta manera, se logra propiciar el aprendizaje de la matemática y la cultura general.
- Se sugiere que, en condiciones de estudio remoto, se requiere diagnosticar a profundidad las competencias de los estudiantes, para determinar los recursos, contenidos y actividades necesarias para adecuar los mecanismos convenientes que desarrollen el pensamiento matemático en la resolución de problemas relacionados al tema de fracciones.
- Se aconseja que para facilitar los aprendizajes de las fracciones matemáticas se requiere de competencias no sólo tecnologías, a través de plataforma o medio de comunicación, sino de dedicación y disposición para las asesorías y acompañamientos oportunos en el desarrollo de las actividades designadas.
- Es importante mantener la comunicación con los familiares o representantes de los estudiantes ante los centros educativos, con el fin de realizar un mayor seguimiento y control del proceso de formación de cada uno de los estudiantes.
- Se invita a realizar revisiones constantes de las actividades de la unidad didáctica para detectar irregularidades que puedan crear confusiones, evitando guías recargadas de actividades que pueden generar desinterés o desmotivación de los estudiantes, afectando el proceso de aprendizaje.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ambròs, A. (2009). La programación de unidades didácticas. Aula de Innovación Educativa. Programar y evaluar competencias, 26-32.
- Angulo, I. y Escobar, J. (2019). Enseñanza de las fracciones en la escuela primaria. Universidad Santiago de Cali. Colombia. Recuperado de: <https://repository.usc.edu.co/bitstream/20.500.12421/4289/3/ENSE%C3%91ANZA%20DE%20LAS%20FRACCIONES>
- Arteaga, B. y Macías, J. (2016). Didáctica de las Matemáticas en la Educación infantil. Editorial Universidad Internacional de La Rioja, S. A. Primera Edición. España.
- Ausubel, D. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Barcelona: Ed. Paidós
- Álvarez, J. (2017). Diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje cooperativo de números racionales en 2º de la ESO. Trabajo de Máster. Repositorio de la Universidad de La Rioja. <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/4723/ALVAREZ%20DE%20EULATE%20EZQUERRO%2C%20JUDIT.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ander-Egg, E. (2003). *Repensando la investigación acción participativa*. Buenos aires: Lumen Hvmanitas.
- Ander-Egg, E. (Cuarta edición:). *Repensando la Investigación-Acción*. Grupo editorial.
- Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. Revista Educación Matemática, vol. 31, núm. 2, agosto de 2019. México. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/334852841\\_Significados\\_representaciones\\_y\\_lenguaje\\_las\\_fracciones\\_en\\_tres\\_generaciones\\_de\\_libros\\_de\\_texto\\_para\\_primaria](https://www.researchgate.net/publication/334852841_Significados_representaciones_y_lenguaje_las_fracciones_en_tres_generaciones_de_libros_de_texto_para_primaria)
- Balcázar, F. E. (2003). Investigación Acción Participativa, aspectos conceptuales y dificultades en su implementación. Fundamentos en Humanidades, 59-77

- Berciano, A. A. (2007). Matemáticas en el Antiguo Egipto, En M. Macho y R. Ibáñez (eds.), Un paseo por la geometría (pp. 116-137). Leioa: UPV/EHU.
- Betancourt, B. (2012). Nivel de desarrollo de las competencias matemáticas a partir del modelo de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en estudiantes de 9° grado Universidad Tecvirtual. Manizales, Colombia. Recuperado de: [https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/571891/DocsTec\\_12836.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/571891/DocsTec_12836.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Boyer, Carl (1968). A History of Mathematics. USA: Wiley International Edition.
- Briales, M.E, Carriazo, R. A., Chacón, R.T., Real, <J. P. & Romero, J. A. (2001). Colección de guías docentes para la titulación licenciatura en matemáticas. Actas de Encuentro de Matemáticas Andaluces. Volumen 1. Conferencias, plenarias, semblanzas. Colección abierta N.º 52. Recuperado de <https://docplayer.es/192383717-Actas-del-encuentro-de-matematicos-andaluces-volumen-i-conferencias-plenarias-y-semblanzas-1-coleccion-actas-pdf-descargar-leer.html>
- Bruner, J. (1998). Actos de significado: más allá de la revolución cognitiva. Madrid: Alianza
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. Horizontes Pedagógicos, 33-45.
- Cáceres, B.; Caraballo, K. y Pefaur, J. (2016). La sistematización de la unidad didáctica en educación ambiental: una aproximación desde una experiencia en la ruralidad. Revista EDUCERE - Artículos Arbitrados – Año 1 - N 66 - mayo - Agosto <https://www.redalyc.org/pdf/356/35649692006.pdf>
- Calderón, D. y Quiróz, K. (2018). Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento. magister en educación con énfasis en didáctica de la matemática. Repositorio de la Universidad de Medellín. [https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/4977/T\\_ME\\_282.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/4977/T_ME_282.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

- Cano, F. (2014). Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria estudio de caso: Institución Educativa Supia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Repositorio de la Universidad Nacional de Colombia, <https://core.ac.uk/download/pdf/77273118.pdf>
- Cantoral, R. (2005). Pensamiento Matemático. México: Trillas SA de CV.
- Carr, W. y Kemis, S. (1988). Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado. Barcelona, España: Martínez Roca
- Carrillo, Y., y Milagros, E. (2012). Universidad Pontificia católica del Perú. Obtenido de <http://tesis.pucp.edu.pe/>
- Castro, E. (2015). Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros. Tesis Doctoral de la Universidad de Granada., España, recuperado de: <http://hdl.handle.net/10481/40316>
- Castro, M, y Quiroz, K. (2015). Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento. Trabajo de maestría para optar al grado de magister en educación con énfasis en didáctica de la matemática. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de la Matemática. Repositorio de la Universidad de Granada. [https://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis\\_dir/ver\\_detalle/8284/descargar/](https://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis_dir/ver_detalle/8284/descargar/)
- Castaño, N. y García, L. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5342626.pdf>
- Cuenca, S. (2016). Características de tareas sobre fracciones y proporcionalidad en textos oficiales de primer grado de secundaria. Maestría en ciencias matemáticas y su didáctica. instituto de ciencias básicas e ingeniería área académica de matemáticas y

física. Recuperado de: <https://maestriacmd.files.wordpress.com/2017/10/cuenca-contreras-2016.pdf>

- Díaz, J.E. (2017). Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 11 (1), 48-63. DOI: org/10.18359/reds.2011
- Elliot, J. (2010). *La investigación-acción en educación* (4ª ed.). Madrid, España: Morata.
- Kemmis, S. & McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la Investigación-Acción*. Barcelona, España: Laertes.
- Fals Borda, O., Bonilla, V., & Castillo, G. (1972). *Causa popular, ciencia popular*. Bogotá: Publicaciones de La Rosca.
- Frazer, J. (1982). Resolviendo problemas químicos. *Chemical Society Reviews*, 171-190.
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Belmar, M., & Figueroa, E. (2008). Propuestas didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones. *Horizontes Educativos*. vol. 13, núm. 2, pp. 87-98.
- Fuentes, R. (2010). Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 169-82.
- Gamboa, M., & Fonseca, J. (2014). Las unidades didácticas contextualizadas como alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Revista Órbita Pedagógica*, 1-28.
- Gairín, J. (2001). *Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación*. (Tesis de doctorado). España: Universidad de Zaragoza
- Garret, R. (1988). Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 224-230.
- Gaviria, U. G. (2016). Estrategia didáctica para trabajar el concepto de fracción como relación Parte-Todo en grado quinto, teniendo en cuenta su origen histórico. *Maestría en*

Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia  
Bogotá D.C., Colombia. Recuperado de

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57702/germanalfonsogavirauribe.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Guerrero, H. y Castro, A. (2018). Incidencia de dos estrategias, ejercitación y práctica e hipertexto en el aprendizaje de resolución de problemas sobre producto de fracciones.

Maestría en Tecnologías de la Información Aplicadas a la Educación. Universidad Nacional Pedagógica. Colombia. Recuperado de:

<http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/10232>

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: Laertes.

Kerlinger, F. (2002) *Enfoque conceptual de la Investigación del comportamiento.*, p.83.

Latorre, A. (2007). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona, España: Graó.

Loc, N.P., Tong, D.H., y Chau, P.T. (2017). Identificar el concepto "fracción" de la escuela primaria estudiantes: La investigación en Vietnam. Título original: Identifying concept fraction of primary school students: the investigation in Vietnam. *Educational Research and Reviews*, 12(8), 531-539. [https://translate.googleusercontent.com/translate\\_c?depth=1&hl=es&prev=search&pto=aue&rurl=translate.google.com&sl=en&sp=nmt4&u=https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1139874.pdf&usg=ALkJrhgzBUUZRa2pbg1VpS1kGNwfRc3GhQ](https://translate.googleusercontent.com/translate_c?depth=1&hl=es&prev=search&pto=aue&rurl=translate.google.com&sl=en&sp=nmt4&u=https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1139874.pdf&usg=ALkJrhgzBUUZRa2pbg1VpS1kGNwfRc3GhQ)

López, F., Rentería, L. y Vergara, F. (2016). El aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en educación primaria, mediado por ambientes virtuales de aprendizaje: el caso de la i.e pascual Correa Flórez del Municipio de Amagá, I.E San Luis del Municipio de San Luis y Centro Educativo Rural El Edén del Municipio De Granada. Universidad Pontificia Bolivariana Maestría En Ciencias Naturales y Matemáticas.

Recuperado

de:

<https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/2601/Trabajo%20de%20grado-%20L%C3%B3pez%20Flor-%20Renteria%20Lucero-%20Vergara%20Fabi%C3%A1n.pdf?sequence=1>

Lozada, J. A. D., & Fuentes, R. D. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema*, 32(60), 57-74

Lucio-Villegas, E. (2004): Educación bancaria y educación liberadora o la actualidad del pensamiento de Paulo Freire, en Lucio-Villegas, (ed.) *Investigación y práctica en la educación de personas adultas*. Valencia: Culturals Valencianes, p. 171-185.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES. (2017). Saber 3. Guía de Orientación. <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1353827/Guia+de+orientacion+ saber+3+2017.pdf/88661c7d-f31a-b31c-afca-8e38532d7e4f>

Martínez, M. (2000). La investigación acción en el aula. *Agenda académica*, 27.

Medina, A. & Mata, S. (2009). *Didáctica General*. Editorial Pearson Educación, segunda edición. Madrid

Ministerio de Educación, MEN. (2015). Puntaje PISA, rango 62/69, 2015. Obtenido de 384 Puntaje PISA, rango 62/69, 2015.

Ministerio de Educación, MEN. (2006). Estándares básicos de competencia en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)

Montaña, A. Y., Pérez, A., & Torres, N. Y. (2016). Aproximaciones teóricas sobre el desarrollo del pensamiento numérico en educación primaria. *Educación y Ciencia*, 19, 107-125).

- Murillo, A., & Ceballos, L. (2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones. *Educación científica y tecnológica*, 253-257.
- Obando, G., & Vásquez, N. (2008,). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.
- Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos: Modulo 1. Universidad de Antioquia.
- Olgún, E. y Álvarez, M. (2012). El reparto con fracciones mediante escenarios didácticos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. <http://www.clame.org.mx/acta.htm>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, UNESCO (2019). Informe de los objetivos de desarrollo sostenible. [https://observatorioeducacion.org/sites/default/files/informe\\_de\\_los\\_objetivos\\_de\\_desarrollo\\_sostenible\\_2019.pdf](https://observatorioeducacion.org/sites/default/files/informe_de_los_objetivos_de_desarrollo_sostenible_2019.pdf)
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, OCDE. (2018). El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. Resultados PISA 2018. [https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018\\_CN\\_COL\\_ESP.pdf](https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf)
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, OCDE. (2017). PISA Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo lectura, matemáticas y ciencias. Versión preliminar. [https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework\\_PRELIMINARY%20version\\_SPANISH.pdf](https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework_PRELIMINARY%20version_SPANISH.pdf)
- Pazos, L. (2019). Las fracciones son un problema. *Quehacer Educativo*, 40-45.
- Pazos, S. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 1 N.º 1.
- Pereza, P., & Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 29-61.

- Quijia, J. (2019). Guía didáctica para el aprendizaje de fracciones para sexto año de educación general básica mediante herramientas de autor. Tesis de Maestría en Educación, Mención: Gestión del Aprendizaje Mediado por TIC. Universidad Tecnológica Israel, Quito, Ecuador. Recuperado de: <http://157.100.241.244/bitstream/47000/2343/1/UISRAEL-EC-MASTER-EDUC-378.242-2019-074.pdf>
- Quintanilla, M; Merino, C y Daza, S (2011). Unidades Didácticas en Biología y Educación Ambiental Su contribución a la promoción de competencias de pensamiento científico. Santiago de Chile: Universidad Católica de Chile.
- Restrepo, B. (2003). Aportes de la investigación-acción educativa a la hipótesis del maestro investigador. *Pedagogía y Saberes*, (18), 65-69: [http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab18\\_09arti.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab18_09arti.pdf). <https://doi.org/10.17227/01212494.18pys65.69>
- Reséndiz, E. y González, C. (2018) Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: análisis del discurso y prácticas pedagógicas. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades. SOCIOTAM*, vol. XXVIII, núm. 1, 2018. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/jatsRepo/654/65457048006/html/index.html>
- Rodríguez, M. (2019). Identificación de dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones y la resolución de problemas en Educación Primaria. Universitat Jaume. Maestría de Didácticas específicas. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10234/184791>
- Rodríguez, P. (2019). El conocimiento del profesor como variable explicativa del aprendizaje del alumno en la conceptualización de las fracciones. Tesis doctoral de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile. Recuperado de: [http://opac.pucv.cl/pucv\\_txt/Txt-7500/UCC7869\\_01.pdf](http://opac.pucv.cl/pucv_txt/Txt-7500/UCC7869_01.pdf)

- Ruíz, A. y Lemos, D. (2018). Recursos didácticos para la enseñanza de resolución de problemas de suma – resta. La experiencia de primero de Primaria de la Institución Educativa Simón Bolívar de Torno Rojo - Puerto Libertador – Córdoba. Tesis de Maestría de la Universidad Santo Tomás. Recuperado de: <https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/12537/RuizAlfredo20181.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Salinas, D. (2013). Estrategias didácticas para la enseñanza de fracciones en el tercer ciclo de la educación primaria. Universidad Pedagógica Nacional, México. Recuperado de: <http://200.23.113.51/pdf/29998.pdf>
- Sanmartí, N. (2011). Criterios para el diseño de unidades didácticas contextualizadas: aplicación al aprendizaje de un modelo teórico para la estructura atómica. Educación química. 26 (4). 267-274.
- Silva, A. (2017). Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del Colegio Miguel Antonio Caro I.E.D J.M. a través de la teoría de las situaciones didácticas. Facultad de ciencias de la educación Instituto de postgrados Maestría en Ciencias de la Educación. Énfasis en Orientación Educativa. Repositorio de la Universidad libre: <https://repository.unilibre.edu.co/handle/10901/10270>
- Smith, D. (1953). History of mathematics, Vol. II. Dover Publications, New York
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica (1 edición) Colombia: Uniandes. p.472.
- Solís, Y. (2004). Propuesta Didáctica para el desarrollo de estrategias de aprendizaje con el apoyo de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Tesis de Doctorado no publicada, CREA. La Habana, Cuba.

- Tann, Sarah C. (1990). *Diseño y Desarrollo de Unidades Didácticas en las Escuelas Primarias*. Madrid: Morata.
- Tamayo, O. (2013). Las unidades didácticas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Educación Ambiental y Pensamiento Lógico Matemático. *Itinerario Educativo*, 115-135.
- Torres, R. (2017). Análisis organización de las matemáticas relacionada a las creencias. *Sigma*
- Uribe, J. (2005). La investigación documental y el estado del arte como estrategias de investigación en ciencias sociales en la investigación en ciencias sociales. *Estrategias de investigación*. Bogotá: Ediciones Universidad Piloto de Colombia.
- Valdovinos, S. (2014). Desarrollo de habilidades para el aprendizaje de las fracciones por medio de la manipulación de objetos y las tecnologías en los alumnos de quinto grado de primaria. Maestría en Educación. Repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional Unidad 161 Morelia Michoacan. <http://bibliotecaupn161.com.mx/tesis/221PROYECTODETITULACION.pdf>
- Vásquez, E., Armenta, M. y Romero, C. (2019). La fracción como medida y como operador: una experiencia de diseño de actividades didácticas. *Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. CLAME. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. VOL 32, NÚMERO 2, AÑO 2019. Universidad de Sonora, México. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/14129/1/Vasquez2019La.pdf>*
- Vygotsky, L. (1987). *Pensamiento y lenguaje: Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Buenos Aires: La Pléyade.
- Vygotsky, L. (1989). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

## ANEXOS

**UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION**  
**MAESTRIA EN EDUCACION- ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS**

**TEST DE CARACTERIZACIÓN DE HABILIDADES MATEMÁTICAS GRADO 5**

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

**Tarea 1: Identificar fracciones**

¿Qué fracción de la figura representa la parte de color negro en los siguientes ejemplos?

a)  

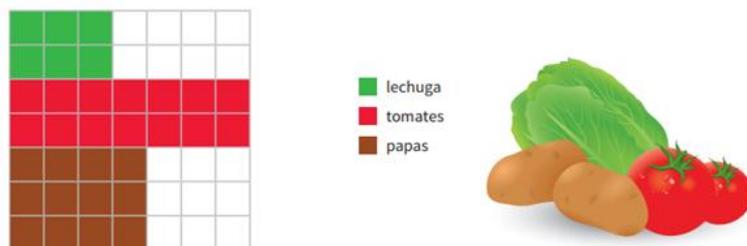
b)  

c)  

d)  

**Tarea 2: Identificar fracciones**

El siguiente dibujo muestra la huerta de Carlos.

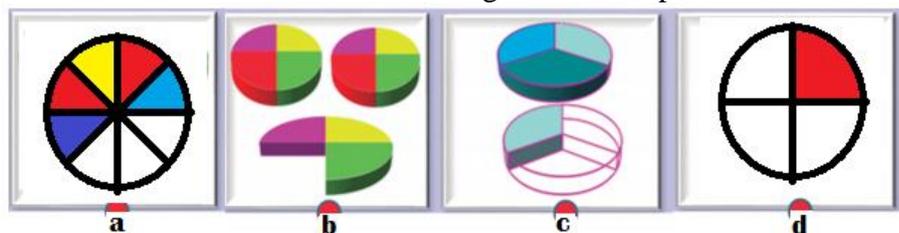


Carlos tiene problemas para distribuir correctamente los cultivos en la huerta. Ayudémosle a resolver el problema indicándole el área que debe usar para cada uno de sus productos.

- La fracción  $\frac{14}{49}$  corresponde al área cultivada con \_\_\_\_\_
- ¿qué fracción corresponde al área cultivada de papas? \_\_\_\_\_
- ¿qué fracción corresponde al área cultivada con lechugas? \_\_\_\_\_
- ¿Del total del área de la huerta, la fracción no cultivada es? \_\_\_\_\_

**Tarea 3: Representación de fracciones**

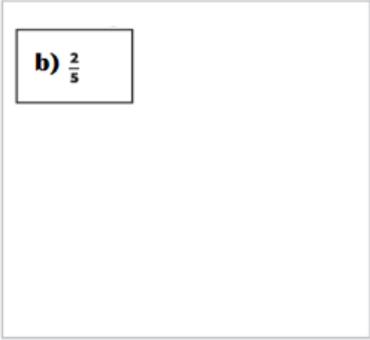
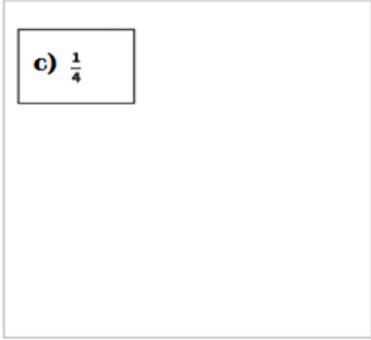
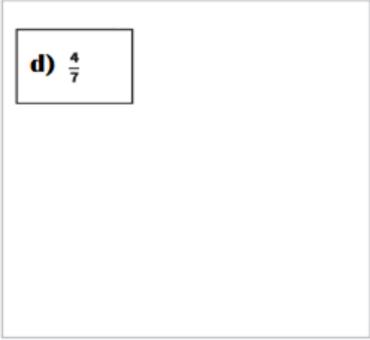
Unir con una línea la fracción con su gráfica correspondiente



$1\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
----------------	---------------	----------------	---------------

**Tarea 4: Representación de fracciones**

Represente con dibujos las siguientes fracciones

<p>a) <math>\frac{1}{2}</math></p> 	<p>b) <math>\frac{2}{5}</math></p> 
<p>c) <math>\frac{1}{4}</math></p> 	<p>d) <math>\frac{4}{7}</math></p> 

**Tarea 5: Solución de operaciones básicas**

Resuelva las siguientes operaciones

a)  $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} =$

b)  $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} =$

c)  $\frac{7}{3} - \frac{5}{12} =$

d)  $\frac{5}{3} + \frac{1}{2} =$

**Tarea 6: Solución de operaciones básicas**

Resuelva las siguientes operaciones

a)  $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} =$

b)  $\frac{5}{9} \div \frac{3}{2} =$

c)  $\frac{3}{4} \times \frac{\square}{\square} = \frac{6}{12}$

d)  $\frac{9}{5} \div \frac{3}{7} =$

**Tarea 7: Usar las operaciones básicas en contexto**

A continuación, encontrará unos problemas que debe resolver utilizando cualquier procedimiento. (Dibujos, gráficos u operaciones)

Sara y Diego están comiendo de la misma torta. Sara come  $\frac{2}{4}$  y Diego  $\frac{3}{8}$

a) ¿Qué fracción de la torta comieron entre los dos?

b) ¿Quién comió más torta?

c) ¿Qué fracción de la torta quedó?

d) ¿Qué porcentaje de la torta comió Sara?

### Tarea 8: Solución de problemas

Ayer Sebastián leyó  $\frac{3}{10}$  del total de las páginas de un libro y hoy leyó  $\frac{2}{10}$

a) ¿Qué fracción del libro ha leído hasta ahora?

b) ¿Qué fracción del libro le falta leer?

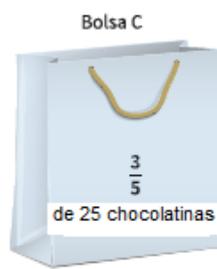
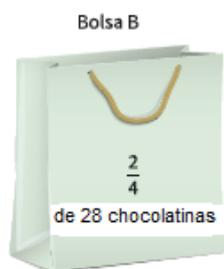
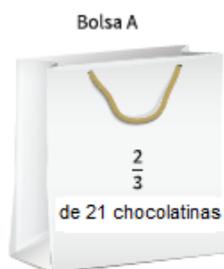
c) Si el libro tiene 50 páginas, ¿Cuántas páginas leyó Sebastián ayer?

d) ¿Cuántas páginas leyó Sebastián hoy?

### Tarea 9: Usar la fracción como operador

¡Día de las Matemáticas!

Alejandra ganó el Rally matemático, y como uno de los premios le dejaron escoger la bolsa que desee dentro de las siguientes opciones: por supuesto Alejandra quiere el premio más grande.



Escriba su procedimiento

Si estuviera en el lugar de Alejandra, qué bolsa elegiría \_\_\_\_\_  
 Porque: \_\_\_\_\_

### Tarea 10: Fracción como operador

Aquí hay unas cantidades y las debe representar de acuerdo a la ficha indicada, utilizando material manipulativo.



$\frac{1}{8}$ de 24 bolas	$\frac{1}{3}$ de 27 bolas
$\frac{2}{3}$ de 12 bolas	$\frac{2}{6}$ de 24 bolas
$\frac{1}{4}$ de 36 bolas	$\frac{2}{4}$ de 16 bolas
$\frac{2}{5}$ de 25 bolas	$\frac{3}{5}$ de 30 bolas
$\frac{3}{4}$ de 24 bolas	$\frac{3}{3}$ de 30 bolas

**UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION**  
**MAESTRIA EN EDUCACION- ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS**

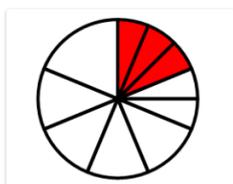
**TEST DE CARACTERIZACIÓN DE HABILIDADES MATEMÁTICAS GRADO 5**  
**TEST DE SALIDA**

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

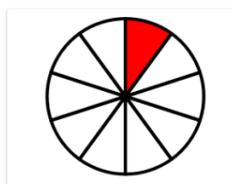
**Lea muy bien cada pregunta, y frente a ella, escriba el análisis o proceso para su desarrollo, las operaciones necesarias y seleccione la respuesta correcta**

1. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales. Valeria de comió  $\frac{3}{10}$  de su torta de cumpleaños.

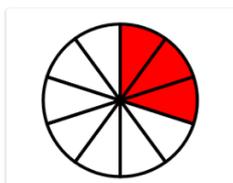
¿En cuál de las siguientes gráficas se representa las porciones de torta que se comió Valeria?



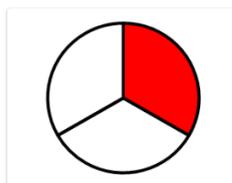
a.



b.

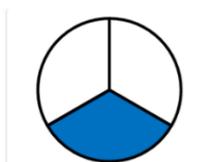


c.

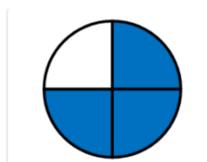


d.

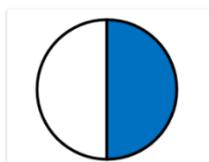
2. Las  $\frac{3}{4}$  partes de la superficie del planeta tierra están cubiertas por agua. ¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta tierra cubierta por agua?



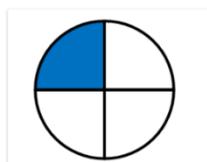
a.



b.



c.



d.

3. Observa el número de canicas que tienen Daniela, Juan y Rosita



DANIELA



JUAN



ROSITA

¿Qué fracción del total de las canicas tiene Daniela?

- A.  $\frac{2}{3}$
- B.  $\frac{2}{4}$
- C.  $\frac{4}{2}$
- D.  $\frac{1}{4}$

4. A un evento deportivo asistieron niños y adultos. Por cada 7 niños había 2 adultos. Si en total había 28 niños, ¿Cuántos adultos asistieron?

- A. 19
- B. 9
- C. 8
- D. 7



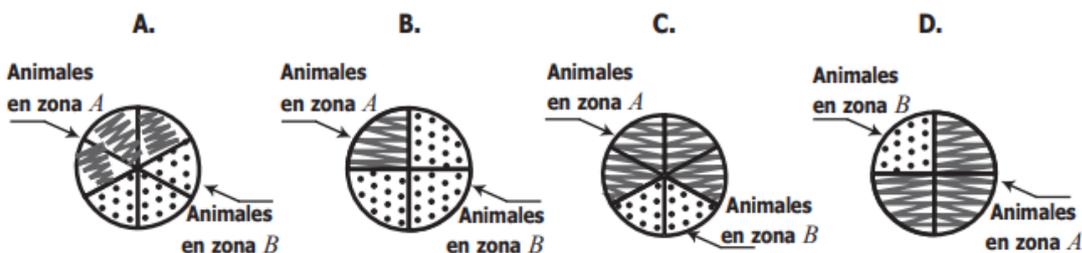
5. En un noticiero se mencionó que el 48% de las personas en una ciudad son hombres. Otra forma de expresar este porcentaje es

- A. 48 de cada 100 personas son hombres.
- B. 48 de cada 10 personas son hombres.
- C. 1 de cada 48 personas es hombre.
- D. 100 de cada 48 personas son hombres.

### RESPONDA LAS PREGUNTAS 6 Y 7 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas zona A y zona B. de los 600 animales,  $\frac{4}{6}$  está en la zona A y el resto de los animales está en la zona B.

6. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



7. Si  $\frac{1}{4}$  de los animales que estaba en la zona A pasó a la zona B, ¿Cuántos animales están ahora en la zona B?

- A. 100
- B. 150
- C. 300
- D. 400

8. Carolina leyó en su libro de historia que hace muchos años, en Colombia, **nueve de cada diez** personas no sabían leer ni escribir.

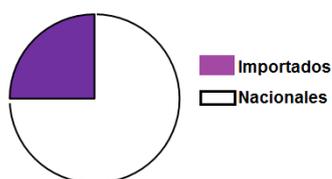
¿Cuál es el número que representa correctamente la información sobre la cantidad de personas que no saben leer ni escribir?

- A.  $\frac{9}{10}$   
 B.  $\frac{10}{9}$   
 C. 109  
 D. 910



9. La profesora María tiene un curso de 35 estudiantes. Ella desea organizar el curso en grupos de igual número de estudiantes. ¿Cuántos estudiantes en total puede haber en cada grupo?
- A. 3 estudiantes.  
 B. 4 estudiantes.  
 C. 5 estudiantes.  
 D. 6 estudiantes.

10. La siguiente gráfica presenta la información sobre los productos nacionales e importados que se ofrecen en una feria



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A.  $\frac{1}{4}$  de los productos son importados.  
 B.  $\frac{1}{3}$  de los productos son nacionales.  
 C.  $\frac{4}{4}$  de los productos son nacionales.  
 D.  $\frac{4}{3}$  de los productos son importados.
11. En un grupo de danza, 40 personas van a participar en un baile típico. Se necesita que por cada 3 hombres haya 2 mujeres

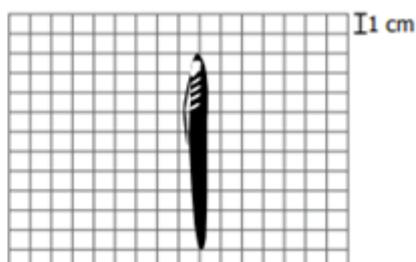


¿Cuántos hombres se necesitan en total?

- A. 5

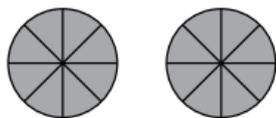
¿Cuál es la longitud de este esfero?

- A. 1 cm.  
 B. 9 cm.  
 C. 10 cm.  
 D. 13 cm.



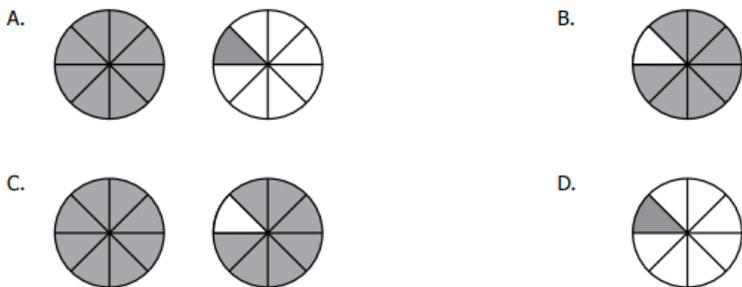
12. En la cuadrícula se dibujó un esfero.

13. Carlos compró 2 pizzas, cada una dividida en ocho partes iguales, como se muestra en la figura

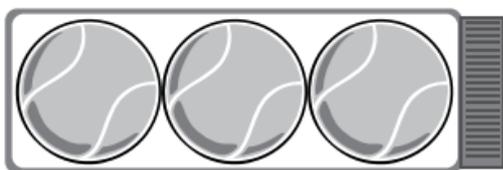


Figura

Si repartió a sus amigos  $\frac{9}{8}$  de pizza, ¿cuál de las siguientes figuras representa la pizza que se repartió?



14. En un almacén se empacas pelotas de tenis en frascos de la siguiente manera



Figura

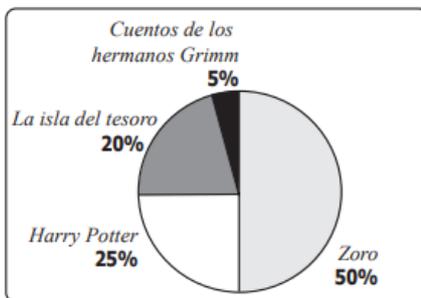
Un cliente lleva una caja que contiene 12 frascos como el anterior. ¿Cuántas pelotas se llevó?

- A. 12
- B. 15
- C. 36
- D. 48

15. La profesora Diana les preguntó a 60 estudiantes de grado cuarto cuál de los siguientes libros preferían leer:

- Zoro
- La isla del tesoro
- Harry Potter
- Cuentos de los hermanos Grimm

Con los datos obtenidos, la profesora Diana elaboró la siguiente gráfica:



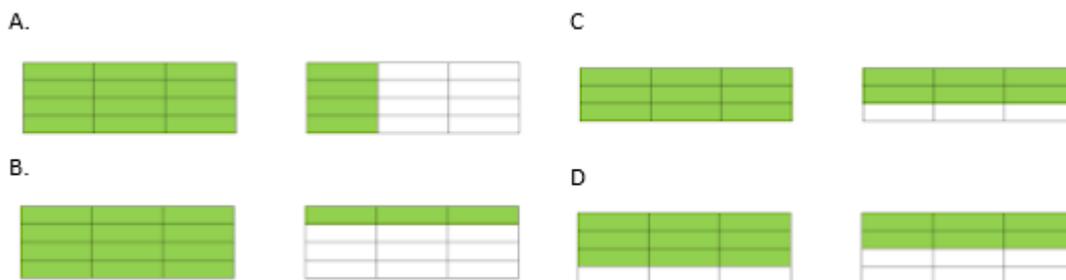
En la clase se leerán los libros escogidos por más de 10 estudiantes. ¿Cuáles son estos libros?

- A. Zoro solamente.
- B. Zoro y La isla del tesoro solamente.
- C. Zoro, Harry Potter y La isla del tesoro solamente.
- D. Zoro, Harry Potter, La isla del tesoro y Cuentos de los hermanos Grimm.

16. La siguiente representación gráfica muestra como los egipcios hacían la repartición de 7 panes entre 10 personas



- A.  $1/10 + 1/5$   
 B.  $1/2 + 4/5$   
 C.  $1/2 + 1/5$   
 D.  $1/2 + 1/10$
17. El papiro de Rhind es un documento encontrado por los antiguos egipcios, el cual contiene diversos problemas matemáticos. El problema 26 que aparece en el papiro dice: "Una cantidad y su cuarto se convierten en 15, Cuál es la cantidad". La representación gráfica de la solución de este problema es:



18. En dos tanques existen 600 litros de agua y uno de ellos contiene la quinta parte que el otro ¿Cuántos litros hay en cada tanque?

- A. 480 y 120 litros  
 B. 400 y 200 litros  
 C. 500 y 100 litros  
 D. 450 y 150 litros

19. Rafael es un constructor y está preparando la mezcla con la que construirá la fachada de su casa. Para preparar la mezcla usa dos kilogramos de cemento por cada tres kilogramos de arena. Si Rafael preparó 70 kilogramos de mezcla, ¿Cuántos kilogramos de cemento usó?



- A. 175
- B. 66
- C. 35
- D. 28

20. El padre de Mariana compró 9 camisetas y decide que,  $\frac{4}{9}$  son para Mariana,  $\frac{1}{3}$  son para Javier y  $\frac{4}{18}$  son para él. Según esta distribución, se puede afirmar que

- A. Javier se quedó con el menor número de camisetas
- B. El padre se quedó con más camisetas que sus hijos
- C. Javier se quedó con más camisetas
- D. Mariana se quedó con más camisetas