

REPÚBLICA DE COLOMBIA
UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

**DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO SOBRE
MODELACIÓN MATEMÁTICA A PARTIR DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA
LESSON STUDY**

**Proyecto de Tesis presentado como requisito para optar al título de Magister en
Enseñanza de las Matemáticas**

Víctor Enrique Valencia Espejo

Santa Marta.

2021

REPÚBLICA DE COLOMBIA
UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

**DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO SOBRE
MODELACIÓN MATEMÁTICA A PARTIR DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA
LESSON STUDY**

**Proyecto de tesis presentado como requisito para optar al título de Magister en
Enseñanza de las Matemáticas**

Víctor Enrique Valencia Espejo

Director: Dr. Jorge Mario Ortega Hernández

Codirector: Dr. Eric Hernández Sastoque

Santa Marta.

2021

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darme la fortaleza en los momentos más difíciles.

A mi familia, por acompañarme en todo momento y siempre creer en mí.

A los directivos de la I.E.D. Las Mercedes, por brindarme las condiciones necesarias para desarrollar el proyecto de intervención en la institución educativa donde laboro.

A mis compañeros profesores de la I.E.D. Las Mercedes, por comprometerse conmigo y con el proyecto para llevarlo a feliz término, a pesar de todas las dificultades que enfrentamos en medio de la pandemia.

A mis estudiantes, porque compartir con ellos todo lo aprendido en este proceso formativo, es lo que más me motiva para seguir estudiando y creciendo profesional y personalmente.

A mis compañeros y amigos de maestría, por ser un apoyo constante durante cada semestre.

Al Dr. Eric Hernández, por darme las orientaciones precisas para estructurar mi proyecto de intervención, y por demostrarme con su ejemplo, las calidades humanas que debemos tener todos los profesionales de la educación.

Al Dr. Jorge Ortega, por mostrarme la pasión que se puede llegar a sentir por la academia. Más que un director, se ha convertido en una persona que aprecio grandemente, y en un gran referente a seguir en el campo profesional.

Resumen

En este documento se presenta un informe de los resultados obtenidos al implementar un proyecto de intervención que busca describir cómo se desarrolla el Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática en un grupo de profesores que participan de la implementación de una Lesson Study. Para lograr este objetivo se empleó un diseño metodológico que contempló el uso combinado de la metodología Lesson Study y la herramienta Criterios de Idoneidad, a partir del desarrollo de 4 fases de intervención (Estudio preliminar, Diseño, Implementación y Evaluación, discusión y reflexión) que vincularon la implementación de dos ciclos LS durante 9 sesiones de trabajo con los profesores.

Los resultados obtenidos a partir de la implementación de este proyecto de intervención permitieron concluir que, desarrollar este tipo de estrategias al interior de las instituciones educativas, vinculando a docentes de matemáticas en ejercicio, permiten evidenciar un grado de desarrollo de las diferentes facetas que configuran el Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática de los profesores, y contribuye positivamente en el fomento de nuevas estructuras de trabajo en la escuela, tales como el cultivo de comunidades de aprendizaje entre docentes, y semilleros matemáticos con una participación activa de los estudiantes.

TABLA DE CONTENIDOS

Introducción	1
Contexto de intervención.....	2
Planteamiento del problema.....	5
Objetivos de la intervención.....	13
<i>Objetivo general</i>	<i>13</i>
<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>13</i>
Marco de referencia	14
<i>Referentes de investigación e intervención.....</i>	<i>14</i>
<i>Estudios que indagan por el conocimiento base del profesor de matemáticas</i>	<i>16</i>
<i>Estudios donde se desarrollan procesos formativos en modelación matemática.....</i>	<i>19</i>
<i>Referentes teóricos</i>	<i>22</i>
<i>Modelación matemática.....</i>	<i>23</i>
<i>Formación de profesores.....</i>	<i>45</i>
<i>Conocimiento pedagógico del contenido</i>	<i>46</i>
<i>Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT).....</i>	<i>48</i>
<i>Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas.....</i>	<i>51</i>
<i>Enfoque Ontosemiótico de la Educación Matemática</i>	<i>52</i>
Metodología.....	71
<i>Población</i>	<i>74</i>
<i>Técnicas e instrumentos de recolección de datos</i>	<i>76</i>

<i>Observación</i>	77
<i>Registros de Observación o Notas de Campo</i>	78
<i>Entrevistas</i>	79
<i>Grupos de Enfoque o de Discusión</i>	81
<i>Grabaciones de video</i>	81
<i>Formatos de planeación</i>	82
<i>Fases del proyecto</i>	82
<i>Fase 1: Estudio preliminar</i>	82
<i>Fase 2: Diseño</i>	91
<i>Fase 3: Implementación</i>	93
<i>Fase 4: Discusión y Evaluación</i>	100
<i>Análisis y procesamiento de la información</i>	102
<i>Transcripción del material</i>	103
<i>Selección de episodios</i>	104
<i>Codificación</i>	105
<i>Análisis didáctico</i>	114
Resultados	116
<i>Estado inicial del CDM sobre MM</i>	116
<i>Faceta Epistémica</i>	120
<i>Faceta Cognitiva</i>	137
<i>Faceta Afectiva</i>	149
<i>Faceta Interaccional</i>	160
<i>Faceta Mediacional</i>	173
<i>Faceta Ecológica</i>	182
<i>Estado final del CDM sobre MM</i>	192
<i>Faceta Epistémica</i>	198

<i>Faceta Cognitiva</i>	210
<i>Faceta Afectiva</i>	224
<i>Faceta Interaccional</i>	236
<i>Faceta Mediacional</i>	249
<i>Faceta Ecológica</i>	260
Conclusiones	271
Referencias	274
ANEXOS	296
<i>ANEXO 1. Cuestionario para entrevista semiestructurada</i>	<i>297</i>
<i>ANEXO 2. Protocolo de observación</i>	<i>300</i>
<i>ANEXO 3. Protocolo de reflexión</i>	<i>301</i>

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resultados históricos de Colombia en las pruebas PISA	6
Tabla 2. Una comparación entre resolución de problemas tradicionales y modelación matemática	26
Tabla 3. El alumno y el profesor en los casos de modelación	44
Tabla 4. Fase 1: Estudio preliminar	83
Tabla 5. Fase 2: Diseño	91
Tabla 6. Fase 3: Implementación	93
Tabla 7. Fase 4: Discusión y Evaluación	100
Tabla 8. Formato para presentación de episodios.	105
Tabla 9. Códigos de los indicadores de idoneidad didáctica.	107

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación geográfica de las instalaciones de la I.E.D. Las Mercedes en el corregimiento de la Gran Vía, en Zona Bananera, Magdalena. Búsqueda realizada en Google. (s.f.). [Mapa de Zona Bananera, Colombia en Google Maps].	2
Figura 2. Resultados pruebas SABER 11 - 2019 de la I.E.D. Las Mercedes en el índice de matemáticas según el ICFES (2020).	7
Figura 3. Esquema de modelación matemática planteado en Biembengut & Hein (1999).	31
Figura 4. El ciclo de modelación de acuerdo con Kaiser (1995) y Blum (1996). Tomado del trabajo de Perrenet & Zwaneveld (2012).	32
Figura 5. Ciclo de modelación matemática sugerido por Blum y Leiß (2007). Tomado del trabajo de Gutiérrez, Prieto y Ortiz (2017).	33
Figura 6. El ciclo de modelación sugerido por Borromeo Ferri (2010). Tomado del trabajo de Huincahue, Borromeo y Mena (2018).	34
Figura 7. Proceso de modelación propuesto por Blomhøj & Hojgaard (2003). Tomado del trabajo de Blomhøj & Hojgaard (2003).	35
Figura 8. Tipos de tareas de modelación matemática según Villa-Ochoa, et al. (2017).	42
Figura 9. La figura muestra el modelo del Conocimiento matemático para la enseñanza planteado por Ball, et al. (2008).	49
Figura 10. En esta figura se muestran las dimensiones y componentes del conocimiento didáctico-matemático planteadas en Pino-Fan & Godino (2015).	55
Figura 11. Modelo poliédrico de las facetas y niveles del conocimiento del profesor. Tomado de Godino (2009).	60
Figura 12. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica. Tomado de Godino, et al. (2016).	64
Figura 13. Modelo hexagonal que representa el grado de Idoneidad didáctica de un proceso instruccional. Tomado de Godino (2009).	67

Figura 14. Guías para la valoración de la idoneidad didáctica en procesos de formación de profesores planteadas en Godino, Batanero y Rivas (2013).	69
Figura 15. Estructura metodológica del proyecto de intervención. Elaborada por los autores.	73
Figura 16. Aplicación de la Entrevista Inicial (EI) a los profesores.	85
Figura 17. Definición del objetivo de enseñanza a largo plazo.	86
Figura 18. Reflexión sobre el desarrollo de la lección inicial.	90
Figura 19. Estudio y discusión sobre el conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas.	95
Figura 20. Discusión sobre las evidencias registradas durante el primer ciclo LS.	96
Figura 21. Rediseño de la lección.	97
Figura 22. Reflexión sobre el desarrollo de la segunda lección.	99
Figura 23. Número de episodios relacionados con cada faceta en el primer ciclo LS.	117
Figura 24. Mapa jerárquico del estado inicial del CDM sobre MM. Elaborado en NVivo.	118
Figura 25. Episodios relacionados con la faceta Epistémica durante el primer ciclo LS. Elaborado en NVivo.	122
Figura 26. Video: Historia de los números negativos. Captura del video contenido en https://www.youtube.com/watch?v=aKsgLhrbQMs.	130
Figura 27. Video: Los números enteros – Ejemplos y ejercicios. Captura del video contenido en https://www.youtube.com/watch?v=DkRXynXBJGM&ab_channel=JorgeCogollo.	131
Figura 28. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.	137
Figura 29. Episodios relacionados con la faceta Cognitiva durante el primer ciclo LS. Elaborado en NVivo.	138
Figura 30. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.	149
Figura 31. Episodios relacionados con la faceta Afectiva durante el primer ciclo LS.	150
Figura 32. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.	160
Figura 33. Episodios relacionados con la faceta Interaccional durante el primer ciclo LS. Elaborado en NVivo.	161
Figura 34. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.	172

<i>Figura 35.</i> Episodios relacionados con la faceta Mediacional durante el primer ciclo LS. Elaborado en NVivo.	174
<i>Figura 36.</i> Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Mediacional. Elaborado en NVivo.	182
<i>Figura 37.</i> Episodios relacionados con la faceta Ecológica durante el primer ciclo LS. Elaborado en NVivo.	184
<i>Figura 38.</i> Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Ecológica. Fuente: Elaborado en NVivo.	192
<i>Figura 39.</i> Contrastación de instrumentos LS1 y LS2. Elaborado en NVivo.	193
<i>Figura 40.</i> Contrastación del estado inicial y final de las facetas del CDM sobre MM. Elaborado en NVivo.	194
<i>Figura 41.</i> Mapa jerárquico del estado final del CDM sobre MM. Elaborado en NVivo.	195
<i>Figura 42.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.	200
<i>Figura 43.</i> Mapa conceptual presentado por el profesor X en PI.	207
<i>Figura 44.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.	209
<i>Figura 45.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.	211
<i>Figura 46.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.	224
<i>Figura 47.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.	225
<i>Figura 48.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.	234
<i>Figura 49.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.	237
<i>Figura 50.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.	248
<i>Figura 51.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Mediacional. Elaborado en NVivo.	250
<i>Figura 52.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Mediacional Elaborado en NVivo.	258
<i>Figura 53.</i> Contrastación del estado inicial y final de la faceta Ecológica. Elaborado en NVivo.	261
<i>Figura 54.</i> Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Ecológica. Elaborado en NVivo.	269

Introducción

La Modelación Matemática fomenta el desarrollo de prácticas de aulas que relacionan las matemáticas con la vida real, presentándose de esta manera como respuesta a la desarticulación evidenciada entre las matemáticas enseñadas en la escuela y la realidad percibida por los estudiantes. Sin embargo, la ausencia de este proceso matemático en los currículos de formación inicial de los profesores de la I.E.D. Las Mercedes, invita a considerar la necesidad de desarrollar procesos formativos que contemplen escenarios participativos y reflexivos sobre su propia práctica, que le permitan valorar a este cuerpo profesoral sus desarrollos sobre la competencia de Modelación Matemática en el marco del Conocimiento Didáctico Matemático que han podido configurar.

Como respuesta a esta necesidad, en este trabajo se propició un ejercicio de intervención desde una perspectiva exploratoria analítica-interpretativa que buscó desarrollar el CDM sobre Modelación Matemática de los profesores de la institución. Se implementaron dos ciclos de la metodología Lesson Study (diseño, planeación, desarrollo, observación y reflexión) orientados por cuatro fases. En la primera fase se identificó el estado inicial del CDM sobre Modelación Matemática en los profesores durante el primer ciclo de la Lesson Study; en la segunda se diseñó la estrategia de intervención; en la tercera se implementó la estrategia diseñada; y en la cuarta fase se busca discutir, evaluar y reflexionar sobre el aporte de este proyecto de intervención al desarrollo del CDM sobre Modelación Matemática en los profesores y al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en la IED Las Mercedes.

Contexto de intervención

Este proyecto de intervención se desarrolla en la Institución Educativa Departamental (IED) Las Mercedes, institución educativa de carácter oficial identificada con código DANE:247189000109, ubicada en la zona rural del municipio Zona Bananera, Magdalena, específicamente en el corregimiento La Gran Vía. En la institución se atiende a niños, niñas y adultos pertenecientes a población vulnerable del corregimiento de la Gran Vía y de pueblos aledaños como Santa Rosalía, Varela, San Pablo, Orihueca, El Zawadi e incluso Río Frío.

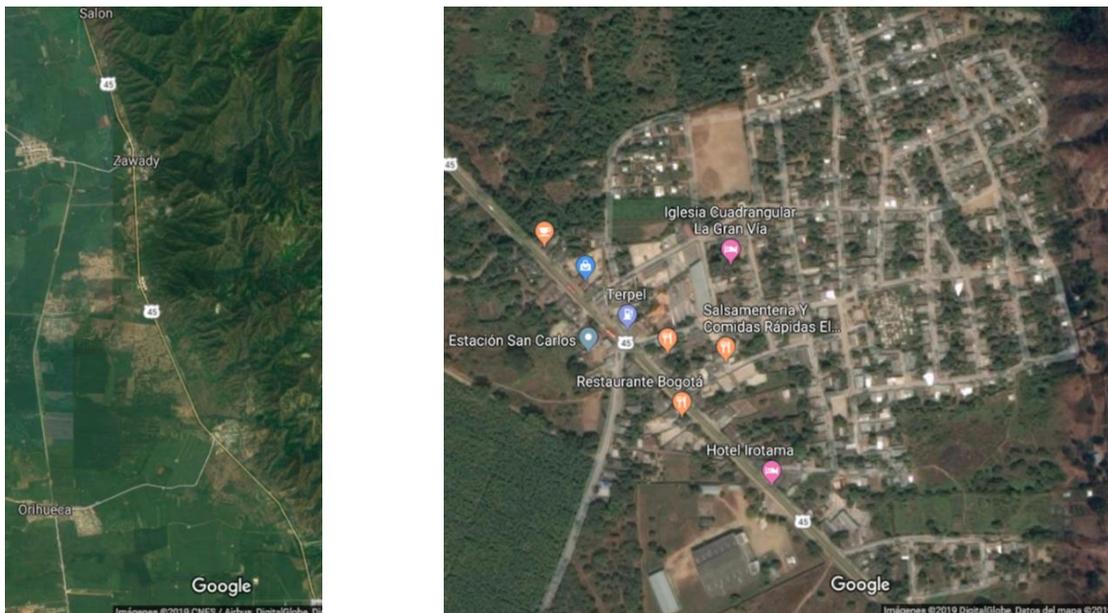


Figura 1. Ubicación geográfica de las instalaciones de la I.E.D. Las Mercedes en el corregimiento de la Gran Vía, en Zona Bananera, Magdalena. Búsqueda realizada en Google. (s.f.). [Mapa de Zona Bananera, Colombia en Google Maps].

La gran mayoría de los estudiantes de la IED Las Mercedes hacen parte de una población que tienen un alto porcentaje de sus necesidades básicas insatisfechas (DANE, 2018). Las familias en esta comunidad se desempeñan en actividades agrícolas (cultivo de banano y palma de aceite) y pecuarias (cría de ganado bovino y porcino) (Alcaldía Municipal de Zona Bananera, 2018). Los estudiantes que asisten a la institución tienen un espíritu de laboriosidad evidenciado en su activa y entusiasta participación en cada uno de los eventos y actividades a los que se les convoca.

Para su funcionamiento operativo la institución cuenta con dos sedes, la sede principal y la sede Guáimaro, ambas en el corregimiento de la Gran Vía. La sede principal se encuentra ubicada en la calle 5ª No. 7 -51 y en esta se atiende a los niños y niñas de primaria en la jornada de la mañana, a los jóvenes de básica secundaria y media académica en la jornada de la tarde y, a la población adulta en los niveles de básica primaria, básica secundaria y media académica durante los fines de semana. En la sede Guáimaro, se atiende a los niños y niñas del nivel preescolar en la jornada de la mañana.

La IED Las Mercedes, gracias a un convenio con el SENA, les brinda la oportunidad a sus estudiantes de adelantar estudios técnicos en gestión ambiental en la ciudad de Santa Marta los fines de semana. Así mismo, a la escuela visitan ocasionalmente instituciones como Cajamag y fundaciones de empresas bananeras y palmeras, ofreciendo a la comunidad educativa la posibilidad de participar de charlas y talleres de prevención contra la drogadicción y en programas de formación deportiva.

Actualmente en la institución educativa laboran 32 profesores, de los cuales 16 asisten en la jornada de la mañana atendiendo a aproximadamente 500 estudiantes de los niveles de preescolar y básica primaria y 16 asisten a la jornada de la tarde para atender a aproximadamente 410 estudiantes de los niveles de básica secundaria y media vocacional. De este total de profesores, 3 pertenecen al área de matemáticas en la jornada de la tarde y son los directamente implicados en el desarrollo de este proyecto de intervención.

Resulta relevante mencionar que, en su mayoría, los docentes que laboran en esta institución residen en Santa Marta y Ciénaga, ciudades que se encuentran ubicadas a 50,9 km y 23,6 km del corregimiento de la Gran Vía respectivamente. Los profesores de matemáticas participantes, residen en la ciudad de Santa Marta y Barranquilla, lo cual, sumado al momento histórico en que se sitúa este proyecto de intervención (Pandemia COVID-19), motivó la implementación de las sesiones de trabajo de manera virtual.

Planteamiento del problema

La educación se concibe como un factor primordial para el desarrollo humano y el crecimiento económico de cualquier país (Martínez y Amador, 2010), razón por la cual, los gobiernos pertenecientes a la Organización de Cooperación para el Desarrollo Económico (OCDE) en conjunto con diversos países asociados crearon el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). Este programa, representa un esfuerzo colaborativo que conglomerara los conocimientos científicos de los países y economías participantes para evaluar los resultados de sus sistemas educativos en lo que respecta al rendimiento de sus jóvenes, dentro de un marco común y acordado a nivel internacional (OCDE, 2017) que permite a los responsables políticos de todo el mundo, establecer objetivos de políticas contra objetivos medibles logrados por otros sistemas educativos y aprender de las medidas y prácticas aplicadas en otros lugares (OCDE, 2019).

Los resultados recientes de las pruebas PISA evidencian que Colombia mejoró su desempeño en el año 2015 en cada una de las competencias evaluadas (OCDE, 2016), sin embargo, en el año 2018 se presentó nuevamente un descenso en los resultados (ver Tabla 1), los cuales nunca han podido superar la media de los otros estados miembros. Los estudiantes colombianos evaluados desde el año 2006 hasta el 2018 siempre han obtenido un desempeño inferior a la media de los países que participan de la prueba, lo cual, indica que se debe continuar encaminando esfuerzos hacia el mejoramiento en la calidad educativa del país. Es por esto por lo que el Ministerio de Educación Nacional (MEN), considerando que la educación es un derecho consagrado en la constitución nacional (Secretaría de

Educación Departamental del Magdalena, 2010) y consciente del bajo nivel de calidad del sistema educativo colombiano, ha puesto especial atención en la educación como elemento prioritario para el mejoramiento de la prosperidad económica y social del país (OCDE, 2016).

Tabla 1. Resultados históricos de Colombia en las pruebas PISA

Año	2006		2009		2012		2015		2018	
	Col	OCDE								
Competencia										
Matemáticas	370	498	381	496	376	494	390	490	391	489
Ciencias	388	500	402	501	399	501	416	493	413	489
Lectura	385	492	413	493	403	496	425	493	412	487

Fuente: Adaptado de MEN (2019)

Un factor común en el desempeño de los estudiantes colombianos en los últimos años al presentar las pruebas PISA se evidencia en el componente de matemáticas, en el cual, Colombia presenta un rendimiento muy inferior al promedio OCDE, y en comparación con las otras competencias evaluadas presenta la tendencia de crecimiento media más baja. Por su parte, el ICFES (2019) confirma los resultados de las pruebas PISA y deja en evidencia que los estudiantes colombianos presentan los desempeños menos favorables en el índice de matemáticas. Este panorama se repite en el departamento del Magdalena, el municipio Zona Bananera y particularmente en la Institución Educativa Departamental (IED) Las Mercedes, en donde los resultados obtenidos por sus estudiantes muestran un desempeño promedio inferior a todos los niveles de agregación identificados

por el ICFES, tales como país (Colombia), ETC (Magdalena), colegios oficiales urbanos pertenecientes a la ETC, colegios oficiales rurales pertenecientes a la ETC, colegios privados pertenecientes a la ETC y grupos de comparación 1, 2 y 3 de la ETC (ver Figura 2).

Nivel de agregación	Promedio	Desviación
Establecimiento educativo (EE)	40	11
Sede 1	40 ●	11 ●
Sede 1 / Jornada 1	N.D.	N.D.
Sede 1 / Jornada 2	40 ●	11 ●
Colombia	52 ▼	12 ●
ETC	44 ●	10 ●
Oficiales urbanos ETC	45 ●	10 ●
Oficiales rurales ETC	42 ●	9 ●
Privados ETC	51 ▼	13 ●
GC 1 ETC	42 ●	9 ●
GC 2 ETC	44 ●	10 ●
GC 3 ETC	53 ▼	11 ●

Figura 2. Resultados pruebas SABER 11 - 2019 de la I.E.D. Las Mercedes en el índice de matemáticas según el ICFES (2020).

Los desfavorables resultados que la institución ha obtenido durante los últimos años en las pruebas SABER 11, particularmente en el índice de matemáticas, desde la

perspectiva de directivos y docentes de la institución, es una condición que necesariamente afecta los resultados de los estudiantes en todos los índices evaluados en las pruebas SABER, por lo que se ha planteado la necesidad de repensar la labor docente que se desarrolla en el área de matemáticas y ha motivado al grupo de profesores a reflexionar sobre aquellos factores que propician el bajo desempeño en matemáticas de los estudiantes de la institución al presentar estas pruebas. Este proceso reflexivo realizado al interior de la institución sugirió dos aspectos que pueden ser considerados clave para que se presenten estos bajos desempeños:

- Desinterés de los estudiantes por aprender conceptos matemáticos, esencialmente abstractos, alejados de lo que perciben en la vida real y en su cotidianidad, lo que conlleva a un distanciamiento entre los estudiantes y esta área del conocimiento.
- Falta de articulación de las habilidades matemáticas enseñadas a los estudiantes en el aula de clases con las competencias evaluadas en las pruebas estandarizadas que presentan.

Dado lo anterior, se entiende que para buscar el mejoramiento la calidad educativa en la IED Las Mercedes, se debe tomar como un foco de atención clave el mejoramiento de la educación matemática y en particular, los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta área del conocimiento en la escuela. En este sentido, se debe tener en cuenta que este tipo de pruebas estandarizadas, en particular las pruebas PISA, evalúan las capacidades de los estudiantes para aplicar sus conocimientos en situaciones cotidianas. Particularmente en

matemáticas, se evalúa hasta qué punto los estudiantes pueden tener un manejo adecuado de las matemáticas cuando se enfrentan con situaciones y problemas del mundo real (ICFES, 2019), resaltando de esta manera la necesidad de fomentar en la escuela el desarrollo de prácticas de enseñanza que relacionen las matemáticas con el mundo real (Blomhøj, 2004).

Entendiendo lo anteriormente planteado, la Modelación Matemática se presenta como una herramienta valiosa que permite hacer frente a la problemática evidenciada en la I.E.D. Las Mercedes con respecto a la desarticulación de las matemáticas enseñadas en el aula y la realidad percibida por los escolares, dado que permite el acercamiento de esta área del conocimiento con los estudiantes a partir del estudio y análisis de situaciones reales o contextualizadas que tengan un sentido práctico en su vida. Razón por la cual, en este proyecto se considera que resulta importante intervenir los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la IED Las Mercedes desde la perspectiva del fortalecimiento del proceso de modelación matemática.

Ahora bien, en este estudio se entiende que la calidad en la educación jamás excederá la calidad de su profesorado (Bolívar, 2013), por lo cual, se visualiza al profesor como un sujeto activo y trascendente en la escuela que tiene la capacidad de producir saberes propios que forjen y enriquezcan la actividad del enseñante (Ortega, 2017) permitiendo de esta manera contribuir desde su labor con el mejoramiento de la calidad educativa de su escuela. Así pues, se entiende que para aplicar la modelación matemática en el aula de clase es necesario que el docente esté preparado y convencido para tal acción;

sin embargo, este proceso matemático se encuentra ausente en la mayoría de los currículos de formación inicial de los docentes de matemáticas (Zaldívar, Quiroz y Medina, 2017), y particularmente en el perfil de formación de los profesores de matemáticas vinculados a la I.E.D. Las Mercedes. Esto implica que, al no desarrollar procesos de formación y desarrollo continuo, el docente no tendría éxito en la planeación y aplicación de actividades didácticas basadas en la modelación matemática (Zaldívar, Quiroz y Medina, 2017).

Es por esto por lo que resulta necesario involucrar a los profesores en programas de formación que, según Quiroz, Hitt & Rodríguez (2015) aborden escenarios que permitan al docente, a partir de la reflexión sobre su práctica, valorar los beneficios de la modelación, reconocer las dificultades de su implementación y modificar concepciones respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ligadas a procesos memorísticos y transmisión de conocimiento en la mayoría de los casos. Pese a esto, se debe tener en cuenta que la organización actual de las escuelas imposibilita que los profesores en las instituciones puedan tener espacios en donde se brinde la posibilidad de compartir e intercambiar experiencias que puedan ser útiles para el mejoramiento de sus prácticas (Bolívar, 2017), por lo cual, se evidencia la importancia de desarrollar proyectos orientados a la búsqueda de estrategias que permitan a los profesores trabajar y aprender conjuntamente para diseñar y mantener en el tiempo mejoras eficaces en los procesos de enseñanza y aprendizaje, partiendo de la reflexión sobre sus propias prácticas (Krichesky & Murillo, 2011).

En consecuencia con el planteamiento anterior, en este proyecto se considera la valoración de la idoneidad didáctica de un proceso instruccional teniendo en cuenta la

noción de Criterios de Idoneidad adscrita al modelo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM), como una herramienta valiosa que facilita la búsqueda de respuestas a las problemáticas planteadas, debido a que toma un sistema de categorías descritas en 6 facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) que componen la dimensión didáctica del conocimiento base necesario para la enseñanza de las matemáticas, como un referente que ayuda y orienta al profesor durante el diseño y planificación de una lección, la valoración de los resultados obtenidos a partir de un proceso de estudio efectuado, y la identificación de mejoras potenciales después de la reflexión sobre su propia práctica (Breda y Lima, 2016). Este proceso de esclarecimiento y trabajo sobre el CDM, complementado con la implementación de la metodología Lesson Study, invita a que el profesor durante su tránsito por un proceso de formación conformado por un conjunto de etapas cíclicas, se implique en procesos reflexivos que posibiliten el desarrollo de su Conocimiento Didáctico Matemático sobre una temática específica que surge de las necesidades propias de la comunidad educativa, la cual, en este caso es la Modelación Matemática.

Dado lo anterior, en este estudio se plantea la necesidad de implementar una estrategia metodológica basada en la orientación reflexiva que se fundamente en el uso combinado de la metodología Lesson Study y la herramienta Criterios de Idoneidad, para desarrollar el Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) sobre el proceso de Modelación Matemática (MM) en profesores de la IED Las Mercedes, mediante la cual, se podrá dar respuesta a la pregunta problematizadora:

¿Cómo se desarrolla el Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática, en función de las facetas y Criterios de Idoneidad del Enfoque Ontosemiótico, en un grupo de profesores de matemáticas que participan en una Lesson Study?

Objetivos de la intervención

Objetivo general

- Interpretar el desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática, en función de las facetas y Criterios de Idoneidad del Enfoque Ontosemiótico, en un grupo de profesores de matemáticas que participan en una Lesson Study.

Objetivos específicos

Identificar el estado inicial del CDM sobre MM de un grupo de profesores de la I.E.D. Las Mercedes, en función de las facetas y Criterios de Idoneidad del Enfoque Ontosemiótico.

Diseñar e implementar una estrategia de intervención bajo la metodología LS para la identificación, explicitación y desarrollo del CDM sobre MM en profesores de la IED Las Mercedes.

Explicitar el desarrollo del CDM sobre MM alcanzado por un grupo de profesores de la I.E.D. Las Mercedes, en función de las facetas y Criterios de Idoneidad del Enfoque Ontosemiótico, luego de su participación en una estrategia de intervención basada en la Lesson Study.

Marco de referencia

El estudio se focalizó en la IED Las Mercedes (Magdalena, Colombia) pretendiendo contribuir al mejoramiento de la calidad educativa de esta escuela desde el desarrollo del CDM sobre el proceso de MM en profesores de matemáticas. Para este propósito, se organizaron una serie de sesiones de trabajo bajo la metodología Lesson Study con el fin de generar un espacio de reflexión continua donde los docentes de matemáticas tuvieran la oportunidad de innovar, intercambiar experiencias y aprender juntos a desarrollar de mejor manera su actividad como profesor. Para Bolívar y Bolívar (2014), experiencias de esta naturaleza constituyen una condición necesaria a considerar en los establecimientos educativos para lograr una educación de calidad.

Atendiendo a la importancia y al impacto que generan este tipo de iniciativas, resulta necesario realizar una revisión detallada de estudios previos que sustenten y soporten el desarrollo de este proyecto de intervención, analizando en cada uno de ellos, sus objetivos, metodologías, resultados y las conclusiones a las que dieron lugar.

Referentes de investigación e intervención

Las reflexiones con docentes y la exploración del contexto institucional, han incidido notablemente en la identificación de las problemáticas presentes en la IED Las Mercedes. Esto ha motivado a plantear la implementación de una serie de sesiones de

trabajo en un contexto de desarrollo profesional docente mediado por la metodología Lesson Study.

Para desarrollar con éxito este tipo de proyectos dentro de la institución educativa, fue necesario indagar sobre las experiencias evidenciadas en estudios previos donde se vincula la identificación, explicitación y desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático de los profesores sobre:

- Un contenido, competencia o proceso matemático específico, (como lo puede ser la Modelación Matemática)
- El uso de las Lesson Study como estrategia metodológica para guiar el desarrollo profesional docente a partir de la orientación reflexiva.
- El uso combinado de estos cuerpos teóricos y metodológicos como alternativas viables para el mejoramiento de la calidad educativa institucional.

A continuación, se presentan estudios de investigación e intervención donde se indaga por el conocimiento base del profesor de matemática, a partir de la identificación, explicitación y/o desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático de un tópico o proceso matemático específico, haciendo especial énfasis en aquellos que consideran una metodología basada en la orientación reflexiva y el uso combinado de la herramienta Criterios de Idoneidad y la metodología Lesson Study; y estudios donde se describe el desarrollo de procesos formativos que enfatizan en el fortalecimiento del proceso de Modelación Matemática en profesores en formación o en ejercicio.

Estudios que indagan por el conocimiento base del profesor de matemáticas

En la actualidad, es de gran interés para la comunidad científica investigar sobre el conocimiento base que debe tener el profesor de matemáticas para desarrollar unos procesos de enseñanza – aprendizaje de contenidos o procesos matemáticos específicos de una forma “idónea”, razón por la cual, se han desarrollado una gran cantidad de proyectos de intervención e investigación donde se busca identificar, explicitar, evaluar y/o desarrollar los conocimientos necesarios para que los profesores de los diferentes niveles educativos puedan desarrollar procesos de instrucción matemática “idóneos”. En este sentido, este trabajo puntualiza en la búsqueda de trabajos desarrollados en Iberoamérica, escritos en español¹, que han utilizado el modelo CDM para analizar o desarrollar el CDM de un contenido o proceso matemático específico en profesores que orientan clases de matemáticas en los diferentes niveles educativos. Se denotarán aquellos trabajos que tienen como finalidad el análisis del CDM de los profesores, como proyectos con énfasis investigativo, interpretativo y/o descriptivo; y aquellos trabajos que tienen como finalidad desarrollar el CDM de los profesores, como proyectos con énfasis en la intervención o cambio en la práctica educativa.

En cuanto a los proyectos con énfasis investigativos se pueden identificar una gran cantidad de trabajos donde se estudian temas variados, entre los que se pueden mencionar:

¹ Se presenta esta condición para conformar un marco de referencia que pueda ser estudiado y discutido con facilidad por el grupo de profesores de matemáticas de la institución, los cuales, solo dominan el idioma español.

la valoración de la solución de tareas por parte de los profesores (Aké, Castro y Godino, 2011; Gonzato, Godino y Neto, 2011; Godino, et al., 2016; Giacomone, Godino, Wilhelmi y Blanco, 2016; Godino, et al., 2016; Burgos, Beltrán, Giacomone y Godino, 2018); *la valoración de la idoneidad didáctica de clases, propuestas didácticas, planes de estudio, libros de texto y las diferentes herramientas curriculares que tienen a disposición los profesores al desarrollar temáticas específicas como sumas y restas* (Godino, Font y Wilhelmi, 2006), proporcionalidad (Aroza, Godino y Beltrán, 2016), números racionales (Nardoni y Pochulu, 2013), medidas de longitud (Vanegas, Font y Pino-Fan, 2019), álgebra (Sánchez y Ramírez, 2018), logaritmos (Morales y Font, 2019), funciones (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Amaya, 2020), límites (Contreras, García y Font, 2012), derivada (Robles, Castillo y Font, 2012; Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013), entre otros; *diseños de instrumentos para la evaluación del CDM de los profesores* (Godino, Rivas y Arteaga, 2012; Godino, et al., 2015); *análisis de los criterios usados por los profesores para justificar y reflexionar sobre propuestas didácticas y su propia práctica* (Breda y Lima, 2016; Breda, 2018; Seckel, et al., 2018; Font, et al., 2018; Hummes, et al., 2019; Arceo, et al., 2019; Pino-Fan, et al., 2020; Breda, 2020; Esqué y Breda, 2021).

En definitiva, los autores que más han promovido trabajos de investigación relacionados con el modelo CDM en Iberoamérica son Juan Díaz Godino (España), Vicent Font (España), Adriana Breda (España), Belén Giacomone (España), Miguel Wilhelmi (España), Viviane Hummes (Brasil), Luis Pino-Fan (Chile), María José Seckel (Chile), Walter Castro (Colombia) y, adicionalmente, se pueden encontrar estudios a nivel de tesis doctorales en donde se analiza la idoneidad didáctica de las prácticas de los docentes y de

los materiales que usan para el desarrollo de sus clases a partir de los cuerpos teóricos del EOS aplicados en el modelo CDM (Castro, 2011; Konic, 2011; Arteaga, 2011; Contreras, 2011; Mohamed, 2012; Rubio, 2012; Crisóstomo, 2012; Rivas, 2013; Pino-Fan, 2013; Vázquez, 2014; Gómez, 2014; Rivas, 2014; Seckel, 2016; Mateus, 2017; Giacomone, 2018; Mejías, 2019; Morales, 2019).

En cuanto a los proyectos con un énfasis en el cambio de las prácticas educativas de los profesores, encontramos trabajos en donde se busca desarrollar el CDM de los profesores de matemáticas a partir de estrategias metodológicas basadas en la orientación reflexiva (Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Giacomone, et al., 2018; Morales y Araya, 2020). Adicionalmente, en la literatura también se encuentran memorias de eventos en donde se han desarrollado talleres prácticos o cursos cortos, usando los criterios de idoneidad como una guía para reflexionar sobre la práctica docente en una continua búsqueda por responder a la pregunta ¿Cómo debe ser una buena clase de matemáticas? (Font, Seckel y Breda, 2018; Breda, Font y Calle, 2019; Velásquez y Cisneros, 2013).

Finalmente podemos encontrar trabajos donde el desarrollo del CDM en profesores se efectúa puntualmente a partir del uso combinado de la metodología LS con los criterios de idoneidad establecidos en el modelo CDM (García, Contreras y García, 2017; Hummes, Font y Breda, 2018; Hummes, 2020). Los trabajos donde se presenta el uso combinado de la metodología LS con los Criterios de Idoneidad, buscan esencialmente incorporar la herramienta Criterios de Idoneidad como un elemento importante que orienta el proceso reflexivo que desarrollan los profesores cuando discuten sobre las evidencias registradas al

desarrollar las diferentes etapas de la LS. Se destaca además que inicialmente, en estos trabajos se busca que los profesores logren evidenciar que indirectamente tienen presentes estos criterios en cada momento de su práctica docente y, seguidamente, se explica de forma magistral el marco teórico referente a esta potente herramienta que ofrece el EOS.

Particularmente, el proyecto que se pretende implementar en la I.E.D. Las Mercedes, pretende apelar también al uso combinado de la metodología LS y la herramienta Criterios de Idoneidad, buscando que esta última oriente el proceso reflexivo de los profesores. Sin embargo, a diferencia de los trabajos anteriormente descritos en donde se concentran en el desarrollo del CDM de un tópico específico de las matemáticas, en este proyecto de intervención se busca desarrollar el CDM de un proceso matemático (Modelación Matemática), que les permitirá a los profesores desarrollarse profesionalmente en el uso de tareas de modelación como un medio para el fortalecimiento de competencias matemáticas en los estudiantes. Más que presentarle de forma magistral la herramienta Criterios de Idoneidad a los docentes, en este proyecto se pretende que el grupo de profesores participantes puedan estudiar y discutir esta herramienta teórica mediante un grupo de discusión.

Estudios donde se desarrollan procesos formativos en modelación matemática

La elección de la Modelación Matemática como proceso matemático específico para el desarrollo del CDM de los profesores en la institución se fundamenta principalmente en el papel que desempeña la modelación en el desarrollo de competencias matemáticas;

siendo considerada por Gallart (2016), Ferrando, Gallart y García (2017) y Gallart, Ferrando y García (2019) como un nuevo elemento de práctica docente que permite la exploración de una nueva vía hacia el mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, en donde la contextualización del pensamiento matemático se evidencia como la causa principal que contribuye a dicha mejora. Desde la comunidad científica se han desarrollado una gran variedad de proyectos de investigación que contemplan el uso de la Modelación desde la perspectiva de la Educación Matemática, regularmente entendida como un medio o herramienta para la enseñanza de las matemáticas o como un objeto de estudio que busca promover el aprendizaje sobre Modelación y desarrollar habilidades para modelar (Villa-Ochoa, 2018).

En Villa-Ochoa y Souza (2019) se pueden identificar en Colombia el desarrollo de al menos 37 proyectos de investigación en los cuales se usó la Modelación Matemática como una herramienta para: la enseñanza de las matemáticas (10 proyectos), donde la investigación se centró en la modelación como una herramienta útil para la enseñanza de un contenido y la producción de significados propios de un concepto matemático; el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas (3 proyectos), donde el propósito fue promover las capacidades de los estudiantes para la representación, abstracción, organización de datos y análisis de modelos; la resolución de problemas (5 proyectos), donde se promovió la identificación de situaciones problemas propias de un contexto particular y el uso de las matemáticas para dar solución a este problema; la formación política, crítica y democrática (10 proyectos), donde el propósito principal fue promover actitudes críticas y democráticas en ambientes escolares y extraescolares; y establecer conexiones con contextos y otras

disciplinas (9 proyectos), donde se buscó relacionar las matemáticas con contextos extra-matemático y con otras áreas del conocimiento.

Además, se usó como objeto de estudio en 8 proyectos que tenían como propósito: aprender a modelar (2 proyectos), donde el objetivo consistía en establecer las condiciones necesarias para aprender a modelar matemáticamente; relacionar la modelación con otros enfoques y teorías (2 proyectos), donde se procuró encontrar sentido a otros objetos y procesos mientras se desarrolla el proceso de modelación; y comprender las implicaciones de la modelación en la investigación y en el aula (4 proyectos), donde se buscó que los profesores desarrollen una comprensión robusta de la modelación matemática, identificando claramente sus usos y perspectivas.

Este panorama evidencia que el uso de la modelación como medio o herramienta para la enseñanza de las matemáticas es la tipología de proyectos que cuenta con mayor presencia dentro del contexto de investigaciones en Colombia, donde generalmente en estos proyectos se busca determinar el impacto que genera el uso de la Modelación Matemática en la enseñanza de un contenido, competencia o proceso matemático específico. Además, en la literatura también podemos encontrar artículos que muestran resultados de proyectos de investigación o intervención que se centran en el uso de la modelación matemática como un objeto de estudio, en donde se busca una comprensión robusta de este proceso matemático por parte de profesores en formación o en ejercicio como principio base para el mejoramiento de los procesos de enseñanza - aprendizaje en las aulas de clase.

En la literatura podemos encontrar trabajos donde se analizan experiencias de modelación matemática llevadas a cabo en procesos formativos de futuros profesores (Huincahue y Mena-Lorca, 2015; Mora y Ortiz, 2015; Huincahue, 2017; Zaldívar, Quiroz y Medina, 2017; Huincahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca, 2018; Florencia, Mántica y Gallo, 2020), profesores en ejercicio (Villa-Ochoa, 2015) y formadores de profesores (Marín, Correa y Gómez, 2015). La identificación de este tipo de proyectos, donde se promueve la formación inicial y continua de profesores en el proceso de Modelación Matemática a partir de diferentes metodologías de trabajo, pese a que se concentran en mayor medida en los estudiantes para profesores, permite prever un espacio para favorecer el desarrollo del CDM específicamente sobre el proceso de Modelación Matemáticas en profesores en ejercicio, a partir de la implementación metodologías de trabajo que promuevan el desarrollo profesional, con es el caso de las Lesson Study y su uso combinado con los Criterios de Idoneidad Didáctica descritos en el EOS.

Referentes teóricos

En los apartados anteriores se han descrito las situaciones del contexto que motivan la ejecución de una estrategia de intervención bajo el enfoque de orientación reflexiva que busque el desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático sobre el proceso de Modelación Matemática en profesores de la IED Las Mercedes. Dado lo anterior, se soporta el propósito de esta intervención, con base en las teorías que sustentan cada uno de los temas a estudiar durante el desarrollo del proyecto.

Modelación matemática.

Panorama nacional e internacional.

En las últimas décadas la modelación matemática se ha consolidado como un enfoque educativo de la educación matemática que puede ser implementado desde los niveles primarios hasta la educación superior (Erbas et al., 2014). Este enfoque ha sido incorporado por diversos países del mundo como un objetivo principal de sus currículos de egreso (Zaldívar, Quiroz y Medina, 2017), aumentando de esta manera su popularidad en las aulas de clases y en las políticas educativas nacionales e internacionales. A nivel internacional se destaca que la OCDE considera la modelación matemática como uno de los estándares evaluados en la prueba PISA, en donde, se valora hasta qué punto los estudiantes pueden tener un manejo adecuado de las matemáticas cuando se enfrentan con situaciones y problemas del mundo real (ICFES, 2019).

En **México**, la Secretaría de Educación Pública SEP (2011), por medio de la Reforma Integral de Educación Básica, ha buscado impulsar la formación integral de los estudiantes de todos los niveles educativos del país, vinculando procesos de modelación matemática que favorezcan el desarrollo de competencias para la vida. En **Argentina**, el Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación (2018) entiende que enseñar matemáticas a partir de la modelación favorece el desarrollo de capacidades y la construcción de saberes, permitiendo “resolver situaciones consideradas relevantes y reales, establecer fundamentos cognitivos sólidos para la construcción de conceptos matemáticos,

establecer puentes entre las experiencias vividas por los/las estudiantes y las matemáticas, desarrollar la creatividad y el descubrimiento e integrar los conceptos matemáticos” (p. 34). En este país, la Dirección General de Cultura y Educación (2018) espera que, a partir de procesos de modelización, los estudiantes egresados adquieran la capacidad de interpretar la realidad y tomar decisiones a partir del pensamiento matemático para la resolución de problemas.

En *Chile* el Ministerio de Educación de Chile MEC (2019) en la organización curricular de matemáticas contempla la modelación matemática como una habilidad necesaria para desarrollar los objetivos de aprendizaje establecidos en sus bases curriculares. De esta manera la modelación matemática se entiende como aquella habilidad desarrollada por los estudiantes para construir una versión simplificada y abstracta de un sistema, usualmente más complejo, capturando los patrones claves y, expresándolo mediante el lenguaje matemático. Esto permite al estudiante aprender a usar una variedad de representaciones de datos y a seleccionar y aplicar métodos matemáticos apropiados y herramientas para resolver problemas del mundo real.

Finalmente, a nivel nacional el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en *Colombia*, ubica la modelación matemática como un proceso general importante dentro de un currículo que se configura desde una visión global e integral del quehacer matemático (MEN, 1998). El proceso de modelación matemática permite detectar esquemas que se repiten en situaciones de la vida cotidiana, de las ciencias, de las diferentes áreas de

conocimiento y de las matemáticas, que pueden ser reconstruidas mentalmente (MEN, 2006).

En definitiva, la proliferación de las políticas educativas a nivel mundial en el campo educativo, donde se pondera la importancia del proceso de la modelación matemática en sus currículos, ha motivado a que investigadores y académicos se interesen en este campo de estudio, de las cuales se pueden destacar publicaciones internacionales de alto impacto como la serie de libros que surgen de la conferencia organizada por la Comisión Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas (ICMI por sus siglas en inglés, International Commission on Mathematical Instruction) y su Grupo de Estudio ICTMA Comunidad Internacional de Maestros de Modelación Matemática y Aplicaciones (International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications). Estas publicaciones muestran un estado del arte que se centra en la enseñanza y el aprendizaje de la modelación matemática a nivel primario, secundario y terciario desde diferentes perspectivas teóricas.

Conceptos básicos.

Para estudiar sobre modelación matemática resulta necesario comprender los conceptos básicos y las diferentes definiciones e interpretaciones que desde la literatura se asocian con este proceso. Según Erbas, et al. (2014) las personas les dan sentido a las situaciones de la vida real y las interpretan a partir de modelos que pretenden comprender un sistema complejo presente en la naturaleza, generando una analogía entre un sistema

desconocido y un sistema familiar o previamente conocido. En este sentido, puntualmente en las matemáticas, un modelo puede ser entendido como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad por medio de esquemas que la hacen más comprensible, es decir, un sistema o estructura que es construido con la finalidad de comprender mejor una idea (MEN, 2006).

Se entiende que un modelo matemático es un producto, un resultado, un fin; por lo que necesariamente debe surgir del desarrollo de un proceso cíclico o metódico que lo origine, el cual, en este caso debe ser de naturaleza matemática. La modelación matemática se consolida como este proceso generador de modelos físicos, simbólicos o abstractos de una situación particular que consta de múltiples ciclos (Erbas, et al., 2014) y que puede desarrollarse de diferentes maneras para, inicialmente, comprender y simplificar una situación matemática o extra-matemática por medio de gráficos, gestos, símbolos algebraicos o aritméticos y, finalmente, formular y resolver problemas asociados con esta situación (MEN, 2006). Esta última definición suele generar confusiones con respecto a la asociación directa del proceso de modelación matemática con la resolución de problemas, sin embargo, Erbas, et al., (2014) presenta una serie de características que permiten identificar los distanciamientos y diferencias existentes entre estas dos perspectivas estudiadas desde la Educación Matemática (ver Tabla 2).

Tabla 2. *Una comparación entre resolución de problemas tradicionales y modelación matemática*

Resolución de Problemas Tradicionales	Modelación Matemática
Se llega a una conclusión utilizando datos.	Múltiples ciclos y diferentes interpretaciones.
El contexto del problema se da a partir de una realidad idealizada.	El contexto se desarrolla a partir de una situación real auténtica.
Se espera el uso de estructuras enseñadas como fórmulas, algoritmos, estrategias e ideas matemáticas.	Los estudiantes experimentan las etapas de desarrollo y revisión de ideas y estructuras matemáticas durante el proceso.
Una simple respuesta correcta.	Más de una solución y modelo posible.

Fuente: Adaptado de Erbas, et al. (2014)

En síntesis, teniendo claro los conceptos básicos asociados con el proceso de la modelación matemática descritos principalmente en Erbas, et al. (2014) y el MEN(1998; 2006) se puede visualizar la modelación matemática como una competencia básica que busca orientar a los estudiantes a la construcción de sistemas o estructuras mentales que le permitan comprender, simplificar, formular y resolver problemas auténticos asociados con situaciones reales y relacionados con las matemáticas u otras disciplinas.

Aproximaciones teóricas sobre modelación matemática.

Las aproximaciones teóricas a nivel nacional e internacional, desde la perspectiva de este proyecto de intervención, nos permiten entender la modelación matemática como un proceso que establece una relación dialógica entre los contenidos matemáticos y situaciones

de la vida real, en donde se permite al estudiante ser un sujeto activo que compara, decide, argumenta y participa de una forma consiente y crítica frente a las situaciones del mundo actual, haciendo uso de conocimientos matemáticos. A nivel internacional el Consorcio de Matemáticas y sus Aplicaciones (COMAP) y la Sociedad para las Matemáticas Industriales y Aplicadas (SIAM) con el apoyo y cooperación del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) afirman que:

La modelación matemática es un proceso que utiliza las matemáticas para representar, analizar, hacer predicciones o de otra manera proporcionar una visión de los fenómenos del mundo real (COMAP & SIAM, 2019, p. 8).

Esta definición es una aproximación teórica importante para entender el proceso de modelación matemática, que es complementada con los aportes brindados por expertos en la materia quienes afirman que la modelación matemática es un proceso que busca relacionar situaciones de la vida real (mundo extra-matemático) con ideas matemáticas (mundo matemático) a través de la construcción de modelos matemáticos (Blomhøj, 2004; Zaldívar, 2016). Este proceso se desarrolla a partir de un ciclo que parte de una situación real, que es entendida y representada gráficamente con el fin de simplificar un problema hasta llegar a la construcción de un *modelo real* que posteriormente conlleva a un proceso de matematización y construcción de un *modelo matemático* que ofrece *resultados matemáticos* que deben ser interpretados y validados para dar solución a la situación real (Huinchahue, Borromeo y Mena, 2018).

A nivel nacional, encontramos autores que han desarrollado procesos investigativos sobre modelación matemática y que aportan significativamente al abordaje teórico de esta temática. Es el caso de Camelo, Perilla y Mancera (2016) quienes afirman que, a partir del análisis de los documentos oficiales en Colombia, se puede deducir que “la modelación matemática, desde una mirada educativa, busca adaptar o recrear las etapas de la actividad científica en la escuela para la comprensión o construcción de un concepto matemático” (p.71) . Así mismo, Camelo & Mancera (2016) destacan dos premisas que consideran claves para la educación matemática:

Los procesos de modelación matemática en el aula de clase deberían partir por identificar disposiciones e intenciones del grupo de personas que se involucrarán en el proceso y los datos requeridos para el desarrollo de la actividad deben ser contruidos en el contexto socialmente relevante del grupo. (p. 48)

Otro referente importante en Colombia es el trabajo desarrollado por Cordero, Rosa, Villa-Ochoa y Mendoza (2019) quienes plantean que el desarrollo de la educación matemática ha considerado entender el conocimiento matemático en la escuela y fuera de ella, integrando de esta manera la modelación matemática como una herramienta para relacionar la matemática con el mundo real que permite ser usada en la vida del ciudadano y en la fuerza del trabajo. Martínez (2016) por su parte, describe la modelación matemática como un proceso capaz de sustentar una relación dialógica entre las situaciones o problemáticas asociadas a la vida real y los contenidos matemáticos presentes en el currículo que permite al estudiante tener la posibilidad de “comparar, decidir, argumentar y

participar de una forma consciente y crítica en las situaciones del devenir del mundo actual al utilizar sus conocimientos matemáticos” (p. 46).

A modo de síntesis se puede expresar que, en la literatura, según Villa-Ochoa et al. (2017), “existe una visión, en cierto modo generalizada, de la modelación como un proceso que se centra en la obtención y validación de modelos matemáticos a partir de un dominio extramatemático” (p. 222). Proceso que según Huincahue, Borromeo y Mena (2018) se debe efectuar durante un ciclo de modelación.

Ciclos de modelación matemáticas

Biembengut & Hein (1999) contribuye a la literatura con una definición muy completa de la modelación matemática, describiéndola como un proceso que vincula la realidad con las matemáticas y que representa una situación real con instrumentos matemáticos a partir de una serie de procedimientos; desde su perspectiva las matemáticas y la realidad son vistas como dos conjuntos disyuntos y, la modelación es el medio que permite vincularlos (ver Figura 3). Puede ser uno de los primeros ciclos observados que aporta la literatura, donde se presenta por medio de un esquema diferentes etapas para el desarrollo del proceso de modelación matemática. En este caso se plantean 3 etapas: i) interacción con el asunto, la cual incluye el reconocimiento de la situación problema y la familiarización con el asunto a ser modelado, ii) construcción matemática, que incluye la formulación del problema y su resolución en términos del modelo y iii) modelo matemático, que conlleva a la interpretación de la solución.

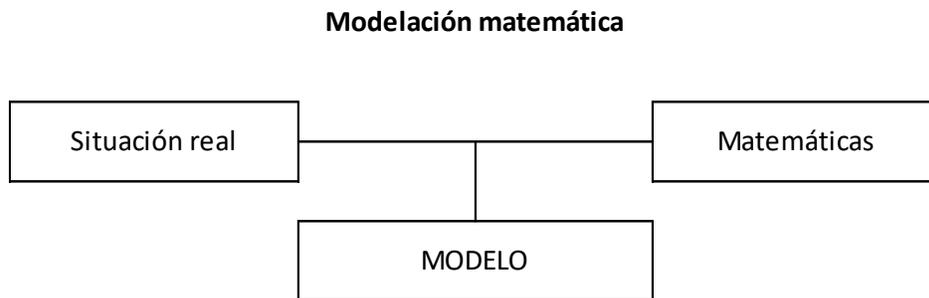


Figura 3. Esquema de modelación matemática planteado en Biembengut & Hein (1999).

En Cervantes (2015) se plantea también un modelo bastante sencillo, en el cual, la modelación matemática puede ser descrita teniendo en cuenta solo cuatro etapas principales: i) estudio de la situación real, ii) elaboración del modelo matemático, iii) solución del modelo y iv) validación del modelo.

Por su parte, Blomhøj & Hojgaard (2003) describen la modelación matemática como un proceso más complejo que logra encapsular seis sub procesos: i) Formulación de una tarea que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada, ii) selección de objetos relevantes y relaciones para hacer posible una representación matemática, iii) traducción de los objetos y relaciones al lenguaje matemático, iv) uso de métodos matemáticos para obtener resultados y conclusiones matemáticas, v) interpretación de los resultados y conclusiones de acuerdo a las características de la tarea inicial y vi) evaluación de la validez de modelo por comparación de datos y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

Además de los modelos anteriormente descritos, en la literatura podemos encontrar una gran cantidad de propuestas planteadas por diferentes autores, que, en todo caso, plantean modificaciones, extensiones y/o mejoras a los ciclos planteados por Kaiser (1995) y Blum (1996) (ver Figura 4).

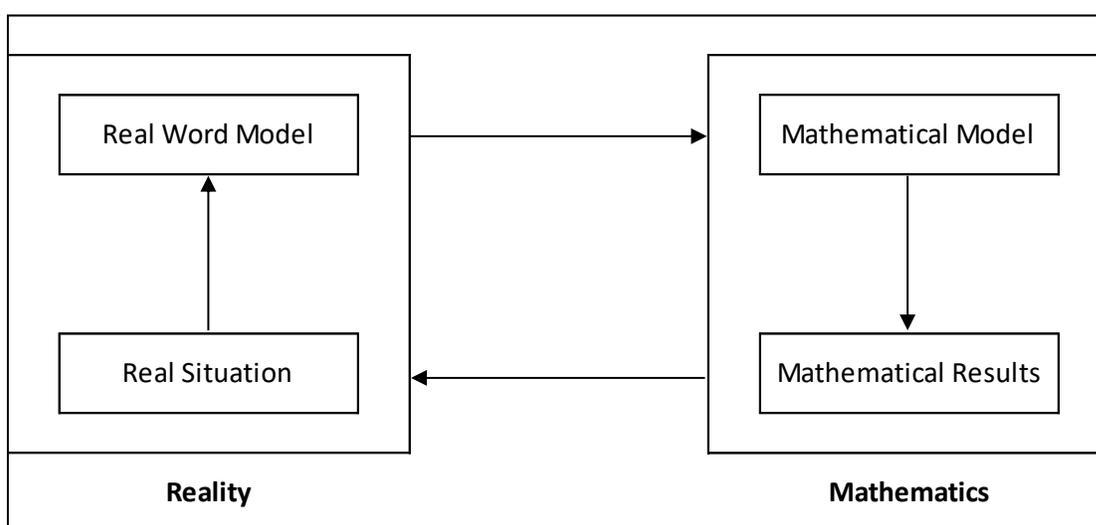


Figura 4. El ciclo de modelación de acuerdo con Kaiser (1995) y Blum (1996). Tomado del trabajo de Perrenet & Zwaneveld (2012).

Un modelo más reciente y que ha tomado gran importancia en la comunidad académica y científica es el sugerido por Blum & Leiß (2007) en donde se parte de un problema de la vida real y se llega a su solución luego de superar los procesos de comprender, simplificar o estructurar, matematizar, trabajar matemáticamente, interpretar, validar y presentar. En la siguiente figura se muestra de manera gráfica el ciclo de

modelación sugerido por estos autores, donde se relacionan los procesos y fases vinculadas al mismo.

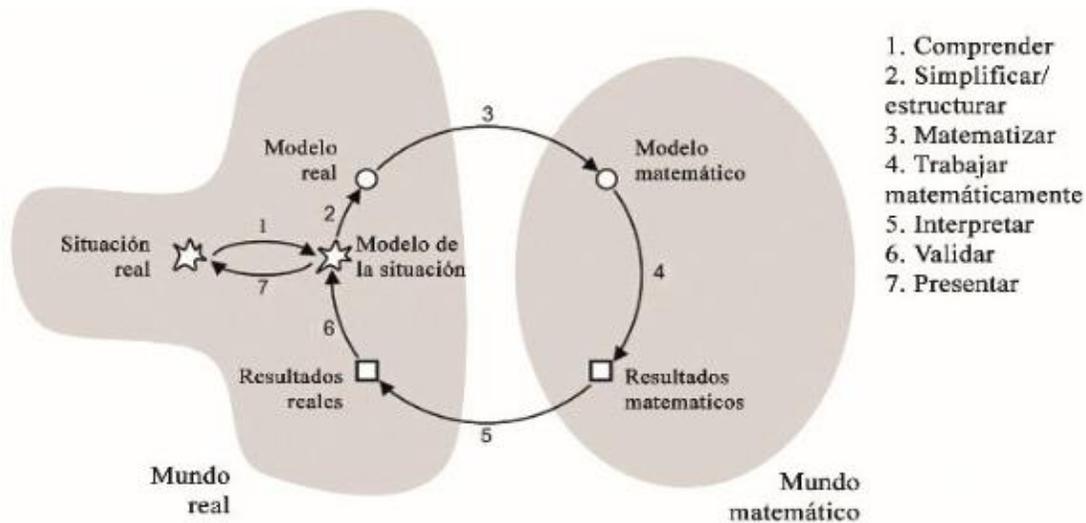


Figura 5. Ciclo de modelación matemática sugerido por Blum y Leiß (2007). Tomado del trabajo de Gutiérrez, Prieto y Ortiz (2017).

Así mismo, otro modelo que ha tomado gran trascendencia es el sugerido por Borromeo-Ferri (2010). Este modelo plantea un ciclo que contempla: Una situación real que puede ser representada por una imagen, un texto o ambos; creación de una representación mental de la situación; simplificación e idealización del problema para llegar a un modelo real; inclusión del conocimiento extra-matemático; proceso de matematización; obtención de los resultados matemáticos e interpretación en la situación de la tarea; y obtención de resultados reales, siendo validados en la representación mental de la situación o en el modelo real (ver Figura 6).

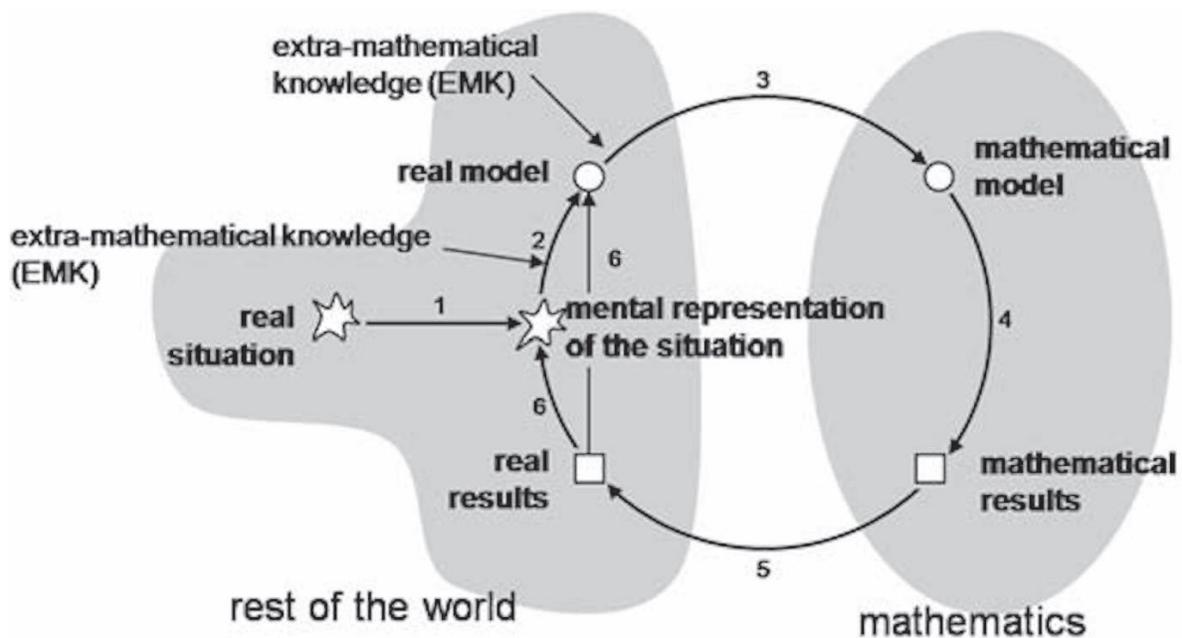


Figura 6. El ciclo de modelación sugerido por Borromeo Ferri (2010). Tomado del trabajo de Huincahue, Borromeo y Mena (2018).

Finalmente, el modelo que se tomará como referente en este proyecto es el sugerido por Blomhøj & Hojgaard (2003), el cual, a diferencia de los anteriormente descritos no considera la modelación matemática como un proceso cíclico y secuencial. Por el contrario, en este ciclo se permite cierto dinamismo en el camino a transitar durante la solución de un problema de modelación matemática. En la siguiente figura se puede visualizar como se concibe el proceso de modelación por parte de los autores.

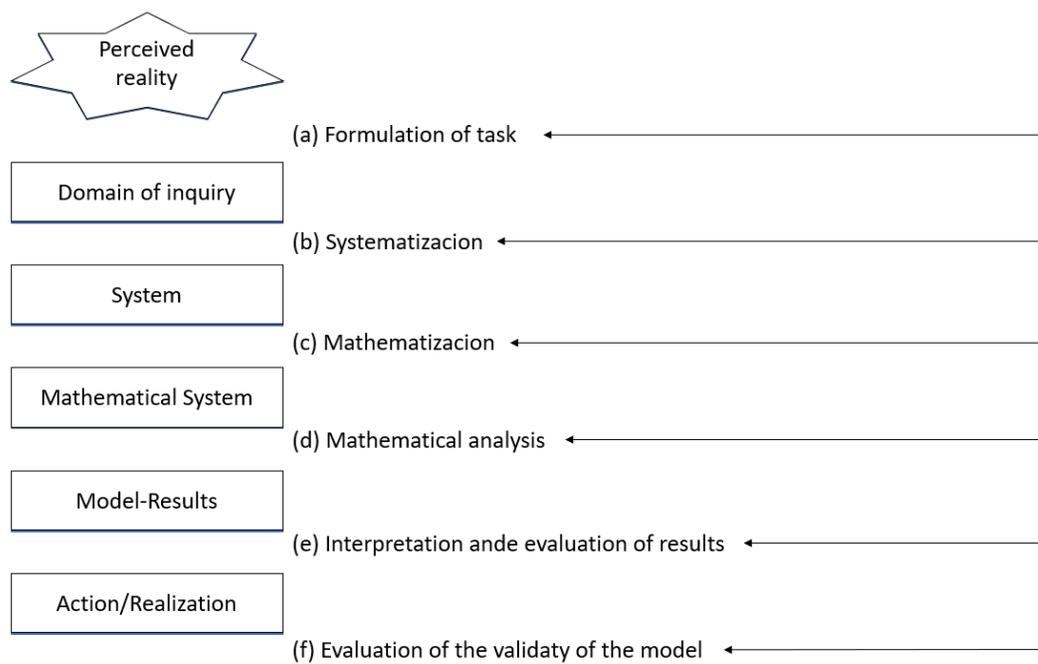


Figura 7. Proceso de modelación propuesto por Blomhøj & Hojgaard (2003). Tomado del trabajo de Blomhøj & Hojgaard (2003).

En este modelo, Blomhøj & Hojgaard (2003) plantean que el proceso de modelación matemática contempla los siguientes subprocesos:

- (a) Formulación de la tarea que guía la identificación de las características de la realidad percibida que va a ser modelada.
- (b) Selección de objetos relevantes, relaciones, etc., que resultan del dominio de consulta y organización de estos para hacer posible una representación matemática.
- (c) Traslación de los objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- (d) Uso de métodos matemáticos para lograr resultados y conclusiones matemáticas.

- (e) Interpretación de los resultados y conclusiones respecto al dominio de consulta inicial.
- (f) Evaluación de la validez del modelo, comparando datos observados con predicciones o conocimientos teóricos.

El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas

El desarrollo de conocimientos y competencias matemáticas poco sólidas en los estudiantes de secundaria puede explicarse por el distanciamiento existente entre las prácticas de enseñanza que se desarrollan día a día en las aulas de clases y los propósitos que se establecen en el currículo constructivista que se describe en la mayoría de nuestras escuelas. En estos currículos se privilegia el trabajo de contenidos y la aplicación de propiedades y algoritmos para la solución de situaciones problemas distantes de la vida real; aspectos que desmotivan a los estudiantes y opacan sus habilidades para afrontar y dar solución a situaciones en contextos reales (Martínez, 2016; Alsina y Domingo, 2007). Por esta razón, resulta necesario abordar desde las aulas de clases, ejemplos y situaciones que logren evidenciar el amplio campo de fenómenos que las matemáticas tiene la capacidad de estudiar, permitiendo de esta manera que el alumno logre valorar el papel que esta área del conocimiento tiene para la humanidad (Godino, Batanero y Font, 2004).

De esta manera surge la necesidad de establecer currículos de matemáticas que guarden una estrecha relación con el contexto propio de los estudiantes, profesores y la institución en general; una forma de lograr esta contextualización es a partir de la

presentación de situaciones problemas reales que puedan ser desarrollados matemáticamente a partir del desarrollo de modelos matemáticos (Trigueros, 2009). En este sentido, Gallart (2016), Ferrando, Gallart y Carcía (2017) y Gallart, Ferrando y García (2019) entienden el papel que la modelación desempeña en el desarrollo de las competencias matemáticas. Particularmente en el apartado de la resolución de problemas como un nuevo elemento de la práctica docente que permite la exploración de una nueva vía en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en donde la contextualización del pensamiento matemático se evidencia como la causa principal que contribuye a dicha mejora.

La idea de introducir la modelación matemática en el aula consiste en enfrentar a los alumnos con situaciones problema de su interés, que le permitan explorar formas de representar dicha situación en términos matemáticos, explorar las relaciones existentes entre estas representaciones, manipularlas y desarrollar ideas que se puedan orientar hacia las matemáticas que se desea enseñar (Lesh & English, 2005). Desde esta perspectiva surgen diversos puntos de vistas que plantean diferentes caminos para implementar la modelación matemática en el aula de clase. Estos puntos de vistas en la literatura se describen como las perspectivas de la modelación matemática.

Perspectivas de la modelación matemática

Es posible identificar diferentes enfoques y perspectivas propias de la modelación matemática que pueden ser aplicables en el ámbito educativo (Obando y Sánchez, 2014), razón por la cual, conocer cada una de sus posibilidades y limitaciones puede brindarle

herramientas a los profesores para reconocer la diversidad de opciones que sugiere la literatura para integrar la modelación matemática en el aula de clases (Villa-Ochoa, 2013). Puntualmente se pueden identificar hasta siete perspectivas que dan cuenta de los diferentes puntos de vista existentes desde la Educación Matemática para la modelación (Kaiser & Schwarz, 2010).

Perspectiva realista: Desde la perspectiva realista la modelación es percibida como un “proceso de transformación de una *situación real*, mediante interpretaciones, abstracciones y simplificaciones, en un modelo matemático a profundidad” (Obando y Sánchez, 2014, p. 39). Se enfatiza en la resolución de problemas reales que tienen un sentido práctico para los alumnos y que le ayuden a desarrollar herramientas para comprender el mundo en que viven (Trigueros, 2009).

Perspectiva contextual: Desde la perspectiva contextual se enfatiza en la resolución de problemas cotidianos y enunciados verbales, que sirven como base para la construcción de modelos que ayuden a los estudiantes a comprender una situación en particular, crear y refinar sus construcciones matemáticas y finalmente encontrar solución al problema en el contexto original (Kaiser & Sriraman, 2006). Adicionalmente, desde esta perspectiva los aspectos psicológicos son la base de las dificultades de aprendizaje relacionadas con el modelo matemático, debido a que este puede ser representado por medio del lenguaje hablado, escrito, diagramas, entre otros (Obando y Sánchez, 2014).

Perspectiva eliciting: La perspectiva eliciting surge desde la mirada de la perspectiva contextual y se caracteriza por orientar el aprendizaje de las matemáticas mediante una serie de actividades para la producción de modelos que se rigen por seis fundamentos: i) realidad, ii) construcción del modelo, iii) autoevaluación, iv) constructo de documentación, v) generalización y vi) simplicidad (Blomhøj, 2009). Además, Obando & Sánchez (2014) plantean que desde esta perspectiva la modelación matemática es definida como una actividad dada para la solución de problemas mediante principios de diseños instruccionales, en donde los estudiantes le dan sentido a situaciones donde inventan, extienden y refinan sus propias construcciones matemáticas.

Perspectiva sociocrítica: Desde la perspectiva sociocrítica la modelación matemática se concibe como un “espacio de orden democrático” en el que se propicia la participación y exposición de las ideas de todos los participantes sobre un tema de interés, promoviendo de esta manera el diálogo entre los estudiantes, la inmersión en procesos de orden reflexivo y el fortalecimiento de habilidades de trabajo en equipo para tomar decisiones y proponer transformaciones con respecto a una situación planteada (Parra, 2015; Camacho, 2016). En definitiva, desde esta perspectiva se busca promover la participación crítica de los estudiantes como ciudadanos en la sociedad, en donde tienen la capacidad de discutir y discernir sobre temas de orden político, económico, social, etc.

Perspectiva epistemológica: Desde la perspectiva epistemológica la modelación matemática es definida como un instrumento de construcción y articulación de las matemáticas que parte de situaciones problemas planteadas en el interior de una comunidad

de estudio (Obando y Sánchez, 2014). Desde esta perspectiva, la modelación matemática tiene como objetivo “comprender y describir la naturaleza de las actividades matemáticas y las reflexiones relacionadas con las tecnologías u otros soportes” (Blomhøj, 2009, p. 9).

Perspectiva cognitiva: Desde la perspectiva cognitiva se visualiza una búsqueda de habilidades cognitivas que son activadas a partir del proceso de modelado, enfatizando en el componente psicológico, es decir, esta perspectiva tiene como propósito analizar los procesos mentales a los cuales se enfrentan los individuos durante el proceso de modelación (Obando y Sánchez, 2014).

Perspectiva educativa: Desde la perspectiva educativa la modelación matemática es visualizada como un medio o como un objetivo de enseñanza que busca el aprendizaje por parte de los estudiantes de uno o varios contenidos matemáticos (Blomhøj, 2009); sirviendo en todo caso de una forma armónica con unos propósitos prácticos, científicos y matemáticos planteados (Solares, et al., 2018).

Finalmente, se puede afirmar que dados los contextos reales en que se desarrolla el proceso de modelación matemática, esta puede presentar características inherentes y transversales a diversas perspectivas. Por lo cual, los proyectos que aborden el estudio de este cuerpo teórico no deben ser necesariamente “encasillados” bajo el enfoque de alguna perspectiva en particular (Obando y Sánchez, 2014).

En el caso particular de este proyecto, se tiene en cuenta la modelación matemática como un medio de enseñanza que posibilita el aprendizaje de contenidos matemáticos (perspectiva educativa), partiendo de problemas reales (perspectiva realista) y/o cotidianos (perspectiva contextual) que tengan un significado particular para los estudiantes y que los motive a tener una participación crítica durante el proceso de enseñanza aprendizaje, donde discuten y reflexionan sobre temas de interés (perspectiva sociocrítica).

Tipos de tareas de modelación

De acuerdo con los objetivos de este proyecto de intervención es importante considerar algunos tipos de tareas que son utilizadas para la inclusión de la modelación matemática en el aula de clase. Para ello, entendemos esas tareas de modelación según Villa-Ochoa, et al. (2017): “como un conjunto de textos, enunciados, situaciones, orientaciones o indicaciones que se organizan para dar vida a la modelación en la cotidianidad escolar” (p. 222).

Consideramos que conocer sobre los diferentes tipos de tareas y formas de hacer modelación ofrecen otras posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y de la modelación misma. Por tanto, es importante tener claridad conceptual sobre diversos tipos de tareas a considerar, como: Enunciados Verbales (Word problema), construcción de representaciones gráficas, modelación a través de proyectos y, uso y análisis de modelos; puesto que se presentará una mayor riqueza en la medida en que se articulan con los propósitos del proyecto de intervención.

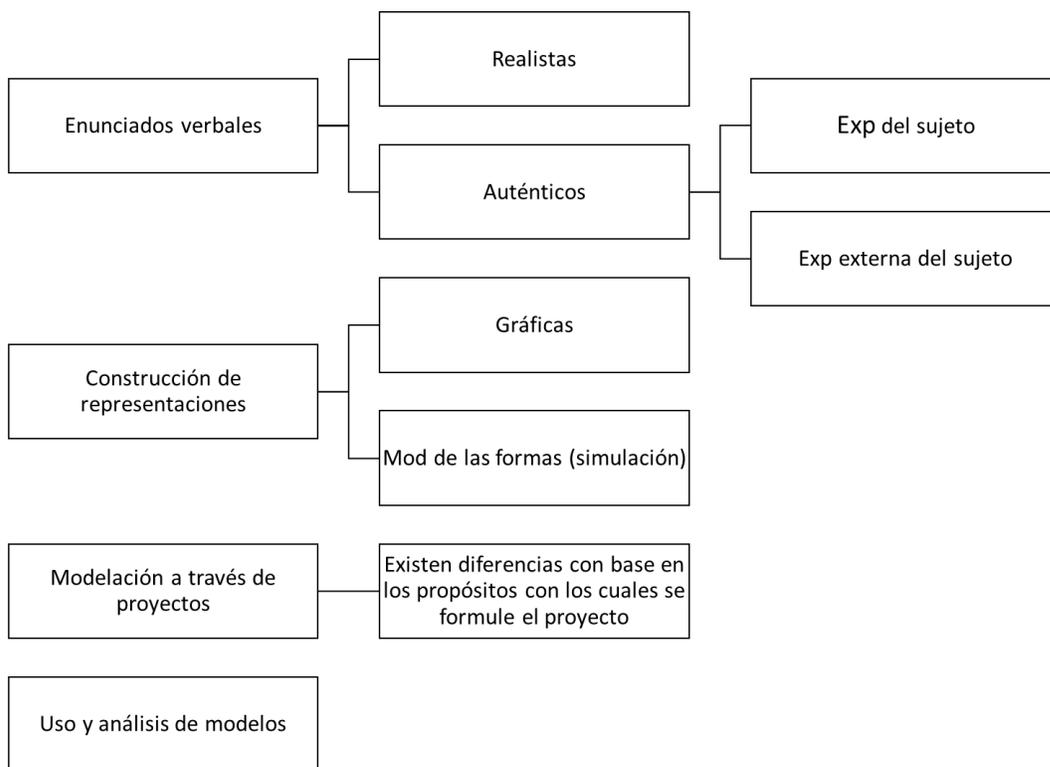


Figura 8. Tipos de tareas de modelación matemática según Villa-Ochoa, et al. (2017).

Villa-Ochoa, et al. (2017) describen cada tipo de tarea de la siguiente manera:

Los enunciados o problemas verbales: Este tipo de tareas se presentan a partir de textos que buscan describir una situación que resulte familiar para el estudiante, planteando una pregunta cuantitativa que se pueda responder a partir del uso de conceptos matemáticos específicos. Estas tareas pueden desarrollarse a partir de situaciones reales, donde se presenta muy poca información sobre el contexto o, a partir de situaciones auténticas (no idealizadas), donde se brinda una información más detallada del contexto particular en que se presenta.

En cuanto al tipo de tareas basadas en construcción de representaciones, se destacan la construcción de representaciones gráficas y la simulación del modelado de formas. Las representaciones gráficas apoyan el propósito de “aprender un contenido matemático y utilizar herramientas útiles de una manera significativa, incluso cuando las prácticas profesionales reales aún no están incorporadas de forma plena” (Villa- Ochoa, 2017, p. 230), mientras que la modelación/simulación de formas, busca que el estudiante tenga la posibilidad de construir modelos matemáticos geométricos que le permitan representar objetos o analizar geoméricamente modelos que ya han sido construidos.

Los proyectos de modelación, por su parte, se presentan a partir de tareas abiertas que buscan brindar espacios para la indagación y resolución de problemas por parte de los estudiantes. Un aspecto que se debe tener en cuenta es que este tipo de tareas pueden sobrepasar los lineamientos establecidos en currículos que poseen una estructuración rígida. Esto debido a que se necesita de espacios físicos y temporales para la recolección de datos, confrontación con expertos, análisis de la información, etc.

Por último, el uso y análisis de modelos permite que se estudie las matemáticas a partir de modelos ya construidos. En este tipo de tareas se incorpora diversas acciones que forman parte de la modelación matemática, como:

el trabajo matemático, la confrontación del modelo con datos extraídos del contexto particular del estudiante, la proyección de la manera en que fue construido e incluso (...) el reconocimiento de las limitaciones de los modelos y la elaboración de

conjeturas sobre posibles ampliaciones o extensiones del mismo (Villa- Ochoa, 2017, p. 247).

Las tareas de modelación en este proyecto también considerarán la clasificación de Barbosa (2003), en la cual se contemplan tres casos particulares: En el primero, el profesor expone un problema que contiene datos cuantitativos y cualitativos, el cual, debe ser solucionado por los estudiantes sin necesidad de salir del aula debido a que el profesor entrega toda la información necesaria para hallar la solución. En el segundo, el profesor limita su participación a la exposición de un problema inicial que obligará a los estudiantes a salir del aula para recolectar datos, tomar decisiones y solucionar el problema. En el tercero, surge la necesidad de vincular proyectos que se desarrollan a partir de temas extra matemáticos y que pueden ser propuestos por el profesor o por los estudiantes.

En todos los casos analizados anteriormente, el profesor es concebido como un “copartícipe” que dialoga con sus alumnos durante todo el proceso, sin embargo, en algunos casos el papel del profesor se encuentra más presente que en otros (Barbosa, 2001). En la tabla 3 se pueden identificar de qué manera participan el profesor y los estudiantes en cada caso durante el desarrollo de una tarea de modelación matemática.

Tabla 3. *El alumno y el profesor en los casos de modelación*

Casos	Caso 1	Caso 2	Caso 3
-------	--------	--------	--------

Elaboración de la situación problema	Profesor	Profesor	Profesor y alumno
Simplificación	Profesor	Profesor y alumno	Profesor y alumno
Datos cualitativos y cuantitativos	Profesor	Profesor y alumno	Profesor y alumno
Resolución	Profesor y alumno	Profesor y alumno	Profesor y alumno

Fuente: Traducido de Barbosa (2001)

Como se puede apreciar, cuando se avanza en la numeración de los casos, el alumno se vuelve cada vez más participe del proceso de modelación, sin embargo, es previsible decir que en cada uno de los casos planteados por Barbosa (2003) el rol del profesor nunca queda excluido. Por el contrario, el rol del profesor resulta ser determinante en la ejecución de cualquier tipo de tarea de modelación dentro del aula de clase. Es por esto, que se requiere de profesores con formación para diseñar, planear y ejecutar didácticas de modelación matemáticas que puedan ser exitosas en el ámbito escolar. De esta manera, se manifiesta la importancia de una formación, bien sea inicial o continuada, de profesores que le permita prepararse para afrontar la inclusión de la modelación matemática en el aula de clase.

Formación de profesores

La enseñanza de las matemáticas se considera una labor compleja que requiere de profesores con una profunda comprensión del contenido matemático que se espera enseñar y con una visión clara de cómo comprenden los estudiantes dichos conceptos (NTCM, 2014), por lo que se requieren de profesores que se preparen continuamente y se convenzan de la importancia de enseñar (Zaldívar, Quiroz & Medina, 2017). De esta manera, se reconoce la formación didáctica de los profesores como un campo de acción que reclama atención por parte de la Didáctica de la Matemática, quien entiende que “el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende, de manera esencial, de dicha formación” (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017, p. 91).

En este sentido por medio de la literatura se ha tratado de clarificar qué necesitan conocer los profesores para desarrollar sus prácticas de la mejor manera posible, encontrando diversos modelos de orden teórico que describen los tipos de conocimientos que deben poseer los profesores para favorecer el aprendizaje de los estudiantes (Godino, 2009).

Conocimiento pedagógico del contenido

El modelo de Shulman (1986) es uno de los pioneros y mayores referentes cuando se trata de determinar el conocimiento base requerido para la enseñanza. En este modelo se propone que además del conocimiento del contenido (CK) y del conocimiento pedagógico general, los profesores deben desarrollar un conocimiento específico, el cual, es

denominado Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) y que se refiere a cómo enseñar cada materia y sus tópicos (Bolívar, 1993).

En un trabajo posterior, Shulman (1987) propone siete categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza a saber y que consolidaron lo que hoy se conoce como el Conocimiento base para la Enseñanza:

1. Conocimiento pedagógico general.
2. Conocimiento de los estudiantes y sus características.
3. Conocimiento de los contextos educativos.
4. Conocimiento de los fines, valores y propósitos de la educación.
5. Conocimiento del contenido.
6. Conocimiento del currículo.
7. Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). (p.8)

Según Ball, Hoover & Phelps (2008) las primeras cuatro categorías abordan las dimensiones generales del conocimiento, mientras que las tres restantes, definen las dimensiones del conocimiento específico y juntas definen lo que Shulman denominó el “paradigma perdido” en la investigación sobre la enseñanza. En este sentido, el Conocimiento del Contenido incluye conocimiento de la materia y de sus estructuras; el Conocimiento del Currículo, la gama de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos en un nivel determinado; y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK),

las formas más útiles de representación y formulación de un tema, de tal forma que sea comprensible para los demás.

Se destaca la importancia del Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) puesto que identifica los conocimientos distintivos para la enseñanza, representada en la mezcla entre materia y pedagogía que ayuda a comprender cómo determinados temas y problemas, se organizan, se representan y se adaptan a los intereses y capacidades de los alumnos (Shulman, 1987). Adicionalmente, la propuesta presentada por Shulman propone cuatro fuentes de conocimiento bases para la enseñanza que guían la práctica de profesores competentes. Estas fuentes de conocimiento son: i) formación académica en la disciplina a enseñar, ii) materiales y contexto del proceso educativo institucionalizado, iii) investigación sobre fenómenos culturales que influyen en el quehacer de los profesores y iv) la sabiduría otorgada por la práctica misma.

Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)

Velásquez, Wilde y Castro (2015) manifiestan que el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) sirvió de referencia para estudiar el proceso de enseñanza en las aulas, sin embargo, según Ball, et al. (2008) no quedaba claro de qué manera se constituía el conocimiento adicional sobre matemáticas que debía tener el profesor de esta área del conocimiento. Es de esta manera que se logra introducir la noción de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), el cual, es definido según Hill, Ball & Schilling

(2008) como el conocimiento que el profesor utiliza en el aula para desarrollar una clase de matemáticas con sus alumnos.

A partir de los trabajos desarrollados por Hill, et al. (2008) se logran clasificar el conocimiento matemático para la enseñanza en dos grandes grupos: Conocimiento de la materia (MK) y Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) (ver Figura 9).

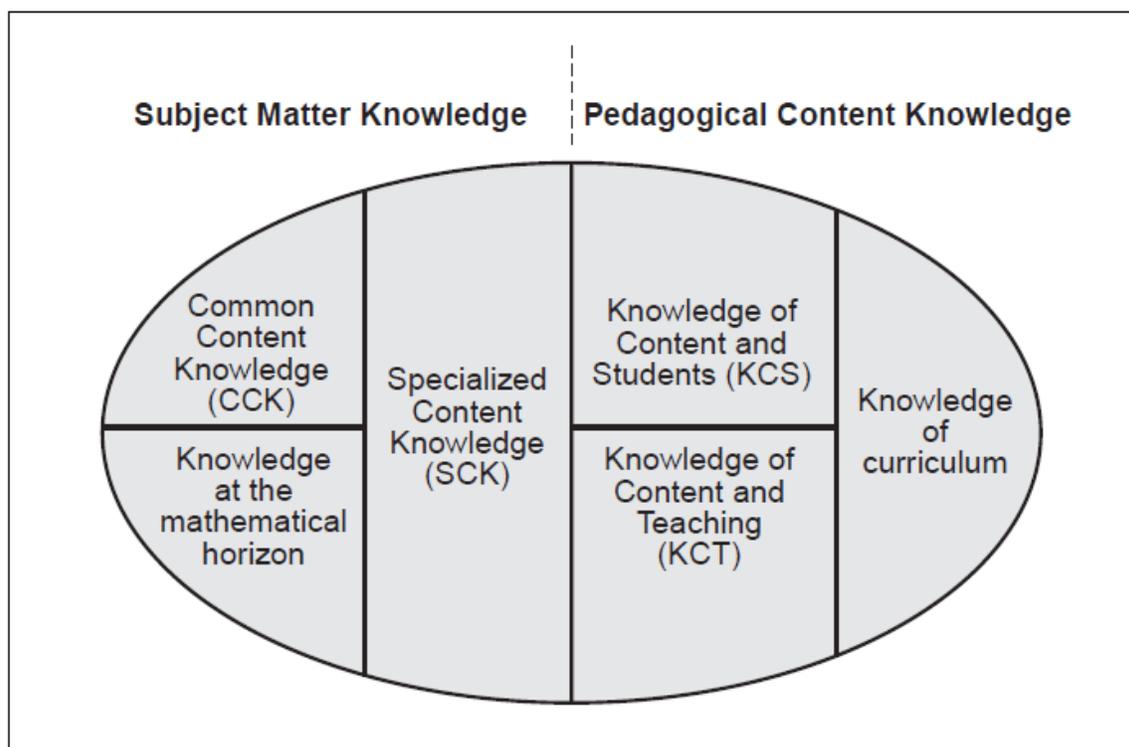


Figura 9. La figura muestra el modelo del Conocimiento matemático para la enseñanza planteado por Ball, et al. (2008).

El conocimiento común del contenido (CCK), el conocimiento especializado del contenido (SCK) y el conocimiento del horizonte matemático, son los tres dominios que un

profesor de matemáticas necesita conocer para realizar las tareas a las que se enfrenta normalmente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El primer dominio (CCK), no es exclusivo de la enseñanza de las matemáticas y representa la habilidad que requieren los maestros para resolver los problemas planteados, reconocer cuando los estudiantes dan una respuesta incorrecta e identificar cuando un libro de texto presenta una definición inexacta. El segundo dominio (SCK) es un conocimiento específico que solo es necesario para la enseñanza de las matemáticas y, por lo tanto, es considerado exclusivo del profesor de matemáticas que implica un conocimiento adicional de lo que se enseña a los estudiantes y una habilidad que le permita identificar patrones en los errores, confusiones o dificultades de los estudiantes y prever si un enfoque no estándar podría o no funcionar. El tercer dominio (Conocimiento del horizonte matemático), aporta a los profesores una perspectiva amplia para el desarrollo de su labor, que lo invita a cuestionar si lo abordado durante una clase resulta interesante, importante o si puede generar consecuencias conflictivas, desde el punto de vista matemático, en el futuro para los estudiantes (Godino, 2009).

Por otra parte, el conocimiento pedagógico del contenido aborda el conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS), conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) y conocimiento del currículo, configuran los tres dominios que un profesor de matemáticas necesita conocer para desarrollar buenas prácticas de aula enfatizando en: los estudiantes, la metodología y el currículum, respectivamente. El KCS se refiere a las acciones que debe concebir el profesor para anticipar las dificultades de sus alumnos, Hill, et al. (2008) lo define como aquel conocimiento que permite valorar la comprensión del alumno y la

evolución de su razonamiento matemático, preocupándose por la forma cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden cada contenido particular. El KCT denota el saber construir procesos pertinentes para tratar las concepciones erróneas detectadas en los estudiantes en sus procesos de razonamiento y de la selección de estrategias. El conocimiento del currículo es definido como los conocimientos curriculares necesarios para enseñar una materia.

Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas

La noción de la proficiencia en la enseñanza de las matemáticas es una extensión de la matemática escolar propuesta por Kilpatrick, Swakfford & Findell (2001), que incluye: i) comprensión conceptual, ii) fluencia procedimental, iii) competencia estratégica, iv) razonamiento adaptativo y disposición productiva. Es considerada como una referencia para entender los conocimientos y competencias que deben tener los profesores para desarrollar un proceso de enseñanza – aprendizaje de calidad (Godino, 2009). En la proficiencia se pueden distinguir siete dimensiones:

i) conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud; ii) conocer a los estudiantes como personas que piensan; iii) conocer a los estudiantes como personas que aprenden; iv) diseñar y gestionar entornos de aprendizaje; v) desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la enseñanza para la comprensión; vi) construir relaciones que apoyen el aprendizaje; y vii) reflexionar sobre la propia práctica (Schoenfield & Kilpatrick, 2008, p. 322).

En este sentido, el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) y la noción de la proficiencia de las matemáticas brindan categorías de análisis importantes para comprender y estudiar el conocimiento base que necesita un profesor de matemáticas para desarrollar prácticas de aulas de calidad. Sin embargo, estas categorías suelen ser consideradas muy generales, por lo que es necesario el desarrollo de modelos teóricos que expliquen de una forma más detallada y precisa, la amalgama de conocimientos necesarios para desarrollar procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas que sean considerados proficientes, eficaces o idóneos, que permitan orientar las prácticas educativas y, a su vez, el diseño de propuestas didácticas e instrumentos para la identificación, explicitación, evaluación y desarrollo de los conocimientos del profesor de matemáticas (Godino, 2009).

Enfoque Ontosemiótico de la Educación Matemática

El Enfoque Ontosemiótico (EOS), en palabras de Godino (2013) “es un marco teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje” (p. 114). Se puede decir que su punto de partida es la formulación de una ontología de objetos matemáticos, fundamentada en la noción de situación problémica para definir los conceptos teóricos de prácticas, objetos y significados personales e institucionales, que hacen operativo los objetos y sistemas de prácticas personales e institucionales del conocimiento matemático, junto con su interdependencia (Godino, Batanero y Font, 2007).

Tal como lo mencionan Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017), “el eje central del EOS es la modelización del conocimiento matemático” (p. 95), y en este sentido configura el modelo del Conocimiento didáctico matemático (CDM) del profesor, el cual, más allá de los conocimientos puramente matemáticos, implican el dominio de un conocimiento más profundo de las matemáticas y de su enseñanza, que trasciende al conocimiento compartido con los estudiantes en la escuela. En este estudio, tendremos en cuenta el modelo CDM para entender los factores que confluyen en las buenas prácticas de enseñanza de los profesores de matemáticas.

Conocimiento didáctico-matemático para el profesor de matemáticas

Desde el trabajo de Godino (2009) se ha buscado consolidar un modelo sobre el conocimiento didáctico que logre contemplar las categorías propuestas en los modelos Shulman (1986;1987), Ball (2008) y Schoenfeld & Kilpatrick (2008). Este modelo parte del Enfoque Onto Semiótico (EOS) y ha evolucionado en el tiempo a partir de los trabajos desarrollados por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006), Godino (2009; 2011; 2016); Font, Planas y Godino (2009); Godino, Batanero, Rivas y Arteaga (2013); Pino-Fan y Godino (2015); Pino-Fan, Assis, y Castro (2015) ; Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016); y Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017), hasta consolidar un modelo muy completo que integra tres dimensiones del conocimiento matemático, que pueden ser descritas a partir de cuatro niveles de análisis y desarrollados a partir del cumplimiento de las cuatro fases del diseño didáctico (ver Figura 10).

El diseño didáctico describe las cuatro fases del proceso metodológico, propias de las investigaciones orientadas al diseño instruccional, donde intervienen dimensiones, facetas y niveles de análisis. Estas fases se corresponden con las etapas que se ven involucradas en el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje de tópicos o procesos matemáticos concretos, tales como: Estudio preliminar, Diseño o planificación, Implementación y Evaluación, las cuales, se repiten cíclicamente, generando un bucle analítico que “pone en juego el sistema de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la resolución de problemas que el profesor de matemáticas debe conocer, comprender, saber aplicar y apreciar para una enseñanza de las matemáticas con alta idoneidad didáctica” (Pino-Fan y Godino, 2015, p. 106).

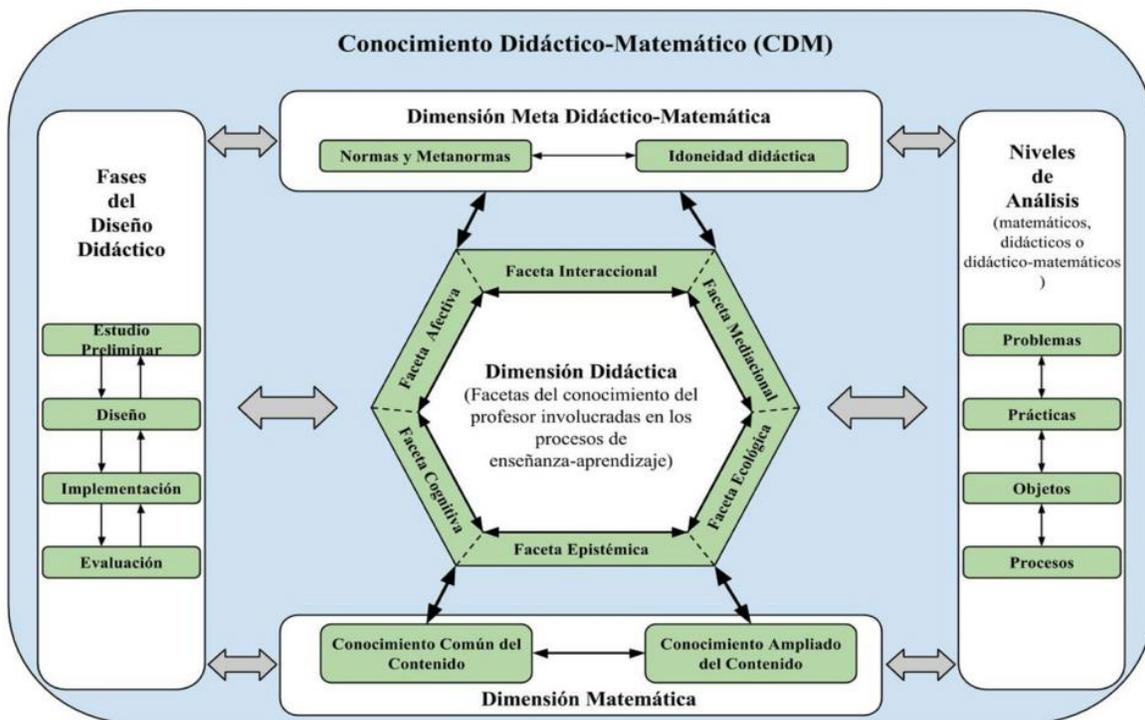


Figura 10. En esta figura se muestran las dimensiones y componentes del conocimiento didáctico-matemático planteadas en Pino-Fan & Godino (2015).

Se puede distinguir que el modelo CDM interpreta y caracteriza los conocimientos del profesor de matemáticas a partir de tres dimensiones: dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta-didáctico matemática.

En la **dimensión matemática** se incluye: el Conocimiento Común del Contenido, el cual se refiere a aquel conocimiento sobre un objeto matemático concreto que permite resolver los problemas o tareas propuestas a los estudiantes; y el Conocimiento Ampliado del Contenido, que indica cuál es el conocimiento que debe tener el profesor sobre aquellas nociones matemáticas a las que se enfrentará el estudiante en el futuro. Estos contenidos, en términos del modelo Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) de Ball, et al. (2008) pueden entenderse como el conocimiento común del contenido (CCK) y el conocimiento del horizonte matemático, respectivamente.

Es importante que el profesor presente un fuerte dominio de la dimensión matemática, debido a que posibilita a los profesores resolver problemas y tareas matemáticas e incluso reconocer una respuesta incorrecta o una definición inexacta, sin embargo, este conocimiento no es suficiente para desarrollar una buena práctica de enseñanza. Por esta razón, el profesor debe conocer los diversos factores que influyen en la planificación e implementación de dicho contenido matemático. En este sentido, el modelo

CDM sugiere la **dimensión didáctica**, la cual, según Pino-Fan & Godino (2015) incluye las siguientes subcategorías del conocimiento:

1. Conocimiento especializado de la dimensión matemática (Faceta epistémica).
2. Conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (Faceta cognitiva).
3. Conocimiento sobre los aspectos afectivos de los estudiantes (Faceta afectiva).
4. Conocimiento sobre las interacciones que suscitan en el aula (Faceta interaccional).
5. Conocimientos sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (Faceta mediacional).
6. Conocimientos sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes (Faceta ecológica) (p. 98).

La primera subcategoría del conocimiento evidenciada en la dimensión didáctica del CDM, corresponde a la faceta epistémica y pretende incluir elementos del modelo de la proficiencia de Schoenfeld & Kilpatrick (2008) sobre “conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud” y del modelo MKT de Ball, et al. (2008) sobre el SCK. En esta faceta, el profesor además de dominar la dimensión matemática tiene la capacidad de usar diferentes representaciones, procedimientos, objetos, relaciones, significados y argumentaciones para la solución de problemas y tareas matemáticas. En síntesis, a partir de esta faceta se busca describir la capacidad del profesor para identificar: i) los conocimientos necesarios para dar solución a una tarea propuesta en clases, ii) diferentes soluciones posibles para una tarea planteada y iii) la forma en que explicaría la tarea a un

estudiante que no ha podido encontrar una solución adecuada a partir de los procedimientos vistos en clase (Pino-Fan y Godino, 2015).

La segunda y tercera subcategoría corresponden a las facetas cognitiva y afectiva, las cuales, conjuntamente se relacionan con las concepciones de Shulman (1987) en el modelo del conocimiento base para la enseñanza sobre “conocimiento sobre los estudiantes y sus características”, de Schoenfeld & Kilpatrick (2008) en el modelo de la proficiencia sobre “Conocimiento de los estudiantes como personas que piensan y aprenden” y de Ball (2008) en el modelo MKT sobre el conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS). Estas facetas ayudan al profesor a comprender la forma en que los estudiantes piensan, conocen, actúan y sienten durante el desarrollo de una clase y al enfrentarse a cierto objeto matemático. Es así como, el profesor debe tener la capacidad de prever y tomar acciones, desde el punto de vista cognitivo, relacionadas con las posibles respuestas, dificultades, errores o conflictos que surjan en los estudiantes a partir de la búsqueda de una solución para la tarea planteada y, desde el punto de vista afectivo, relacionadas con los estados de ánimo, motivación e interés de los estudiantes por el desarrollo de una tarea asignada (Pino-Fan y Godino, 2015).

Seguidamente, adoptando las concepciones de Schoenfeld & Kilpatrick (2008) en el modelo de la proficiencia sobre “construir relaciones que apoyen el aprendizaje”, el modelo CDM incluye en la cuarta subcategoría del conocimiento, que se denomina la faceta interaccional. Esta faceta, contempla la habilidad que debe desarrollar un profesor para prever, implementar y evaluar secuencias de interacciones estudiante- profesor, estudiante-

estudiante, estudiante-recursos y estudiantes-recursos-profesor que contribuyan favorablemente al proceso de enseñanza – aprendizaje de un contenido matemático específico. La quinta subcategoría del conocimiento por su parte se refiere a la faceta mediacional y se relaciona con las concepciones de Ball, et al. (2008) en el modelo MKT sobre el conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT). Esta faceta contempla los conocimientos que requiere un profesor para evaluar la pertinencia del uso de los diferentes materiales que dispone para potenciar el aprendizaje de un objeto matemático específico, al igual que la habilidad para gestionar adecuadamente la distribución de los tiempos estipulados para cada acción y proceso de aprendizaje.

La sexta subcategoría del conocimiento corresponde a la faceta ecológica, y se relaciona con las concepciones de Shulman (1987) en su modelo del conocimiento base para la enseñanza sobre el “conocimiento curricular, de los contextos educativos y de los fines, propósitos y valores de la educación”. Esta faceta contempla el conocimiento que el profesor debe tener sobre el currículo de matemáticas en el que se contempla el objeto matemático a enseñar, así como su relación con diferentes aspectos que condicionan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, la **dimensión meta didáctico-matemática** da cuenta de los conocimientos sobre los Criterios de Idoneidad, las normas y meta normas, y las condiciones y restricciones contextuales que debe tener un profesor al momento de diseñar un proceso instruccional (Pino-Fan y Godino, 2015).

Niveles de análisis del CDM

El diseño y construcción de un modelo con dimensiones y facetas que definen con especificidad los conocimientos necesarios para el desarrollo de la acción formativa por parte de los profesores, en definitiva, tiene como propósito permitir la identificación de las características de los problemas o secuencias de problemas que proponen los profesores a sus estudiantes, describir las prácticas matemáticas o didácticas que los profesores y los estudiantes realizan frente a los problemas planteados, describir los objetos matemáticos inmersos en tales prácticas y estudiar los procesos que realizan estudiantes y profesores para conducir a la aparición de estos objetos matemáticos. En este sentido, el CDM se considera como un modelo poliédrico en donde se estudian y desarrollan las diferentes facetas contempladas en la dimensión didáctica a partir de cuatro niveles de análisis que vinculan a su vez el desarrollo de las dimensiones matemática y meta didáctico-matemática (ver Figura 11).



Figura 11. Modelo poliédrico de las facetas y niveles del conocimiento del profesor.

Tomado de Godino (2009).

Godino (2009) define cada uno de los niveles de análisis en el marco del modelo de conocimiento didáctico-matemático de la siguiente manera:

El primer nivel de análisis se denomina “prácticas matemáticas y didácticas” y tiene como propósito describir las prácticas personales o institucionales desarrolladas por estudiantes y profesores durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de un contenido matemático en particular que permitan establecer una relación dialéctica entre las mismas que, a su vez, permita un acoplamiento progresivo entre los significados institucionales *referenciales, evaluados e implementados* por parte del profesor y, los significados

personales, *globales, declarados y logrados* por parte del estudiante. En Godino y Batanero, (1994) y Godino, Batanero y Font (2007) se explica con mayor detalle cómo desarrollar este primer nivel de análisis del EOS.

El segundo nivel se denomina “configuración de objetos y procesos (matemáticos y no matemáticos)”, en este se describen los objetos y procesos que intervienen y emergen de la práctica de enseñanza. Aquí se describe el nivel de complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas para explicar los conflictos y la progresión del aprendizaje evidenciado. En Godino (2002); Godino y Font (2007); y Godino, Contreras y Font (2006) se explica con mayor detalle cómo desarrollar este nivel de análisis.

El tercer nivel se denomina “normas y meta-normas” y se refiere a la identificación de aquellas normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, afectando a cada faceta y sus interacciones. En Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009) y D’Amore, Font y Godino (2007) se explica cómo desarrollar este nivel de análisis. Finalmente, el cuarto nivel, denominado “idoneidad” se refiere a la identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incremente la idoneidad didáctica. En Godino, Font y Wilhelmi (2007) se encuentran detalles específicos para desarrollar el análisis y valoración didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Estos dos últimos niveles conforman la dimensión meta didáctico-matemática del modelo CDM, en donde, el estudio de las normas y meta-normas tienen gran relación con el desarrollo de la faceta interaccional evidenciada en la dimensión didáctica de este modelo.

Competencias didácticas específicas

A partir del desarrollo del modelo CDM en Godino, et al. (2016) se han descrito una serie de competencias didácticas específicas que dan cuenta de aquellos conocimientos que debe dominar un profesor de matemáticas para dominar los problemas didácticos básicos presentes en la enseñanza. Estas competencias son: Análisis de significados globales, Análisis onto semiótico de prácticas matemáticas, Análisis y gestión de configuraciones didácticas, Análisis normativo, Análisis y valoración de idoneidad didáctica y Análisis e intervención didáctica y conocimientos didácticos. Cada una de estas competencias ayudan al profesor a responderse diferentes necesidades que se presentan en el diseño e implementación de actividades matemáticas:

- La Competencia de análisis de significados globales es necesaria para identificar los diferentes significados de los objetos matemáticos en estudio y cómo se articulan entre sí.
- La Competencia de análisis onto semiótico de prácticas matemáticas es necesaria para identificar las configuraciones de objetos y procesos matemáticos que resultan implicados en la resolución de problemas o tareas matemáticas que son característicos de los significados pretendidos (configuración epistémica) y las configuraciones de objetos y procesos que emplean los estudiantes para solucionar los problemas (configuración cognitiva).
- La Competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas es necesaria para identificar las interacciones generadas entre las personas y recursos implicados en los

procesos instruccionales y determinar sus posibles consecuencias sobre el aprendizaje, lo que permite a su vez, gestionar este tipo de interacciones para asegurarse de desarrollar un proceso de enseñanza – aprendizaje efectivo.

- La competencia de análisis normativo permite identificar las normas que condicionan los procesos instruccionales, establecer quién, cómo y cuándo se establecen las normas y determinar cuáles de ellas y cómo pueden ser modificadas con la finalidad de asegurar un proceso instruccional efectivo.
- La Competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica permite identificar cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza – aprendizaje implementado, los cambios que se deben introducir en el diseño e implementación del proceso de estudio para incrementar su idoneidad didáctica y describir cuales son los conocimientos didáctico matemáticos resultados de las investigaciones e innovaciones previas.

El conjunto de competencias básicas específicas del profesor de matemáticas se puede apreciar en la Figura 12, como sub-competencias que se ubican alrededor de una competencia más amplia que las abarca a todas y que se denomina la Competencia de análisis e intervención didáctica.

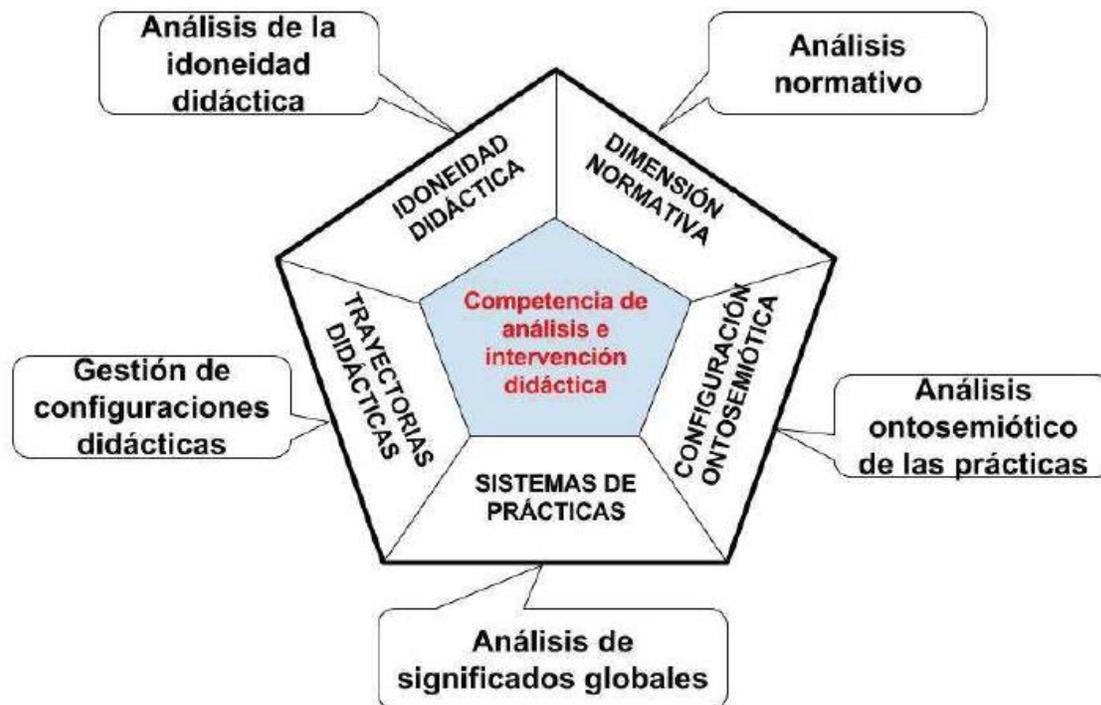


Figura 12. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica. Tomado de Godino, et al. (2016).

En Godino, et al. (2017) se consideran tres tipos de acciones formativas que se desarrollan en el marco de cursos de máster para la formación inicial de profesores de educación secundaria. Estas acciones formativas permiten la adquisición de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas, permitiendo contribuir al aprendizaje y crecimiento profesional de los profesores y al cambio en las nuevas prácticas de instrucción para la educación matemática.

La primera se centra en el desarrollo de la competencia de reconocimiento de objetos y procesos en la resolución de un problema sobre fracciones (análisis ontosemiótico de las prácticas matemáticas); la segunda en el análisis y valoración

de una experiencia de estudio de la semejanza de triángulos en secundaria, a partir de la información parcial ofrecida por una videograbación. El tercer tipo de intervención formativa está relacionado con el análisis de la idoneidad didáctica de experiencias docentes vividas por los propios profesores en formación en la fase de prácticas de enseñanza.

En este proyecto de intervención se desarrollará el proceso de formación a partir de la valoración de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza vivida por el profesor, debido a que es la acción formativa más completa de las tres presentadas en Godino, et al. (2017); pues, como lo aseguran los autores, este tipo de formación permite que “el profesor reflexione sobre el diseño, implementación y evaluación de una experiencia de enseñanza de un tema específico en un contexto educativo fijado” (p. 107). Dado lo anterior, resulta necesario explorar la noción, los criterios y los indicadores asociados al concepto de idoneidad didáctica para fundamentar teóricamente el diseño de este proceso formativo.

Idoneidad didáctica

Pino-Fan & Godino (2015) manifiestan que, a pesar de los avances evidenciados en el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza, aún se deben definir con más claridad los criterios para evaluar o medir el conocimiento matemático para la enseñanza, cómo desarrollar los distintos componentes del conocimiento matemático para la enseñanza y las relaciones entre los componentes del conocimiento matemático para la enseñanza. La

noción teórica “Idoneidad Didáctica” surge de la necesidad de indagar por estos criterios que ayuden a determinar en qué medida un proceso de estudio o de instrucción matemática reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles (Santos y Acuña, 2017), por lo que, la idoneidad se concibe como la apropiación de las distintas facetas vinculadas a la dimensión didáctica del modelo CDM.

Adicionalmente, Godino, et al. (2006), Godino, Batanero y Font (2007) y Godino (2009) definen la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción como la articulación coherente y sistémica de las idoneidades epistémica (evalúa la calidad de las matemáticas que se enseñan), cognitiva (evalúa la proximidad entre los significados personales esperados y logrados), interaccional (evalúa la gestión dada a los potenciales conflictos semióticos producidos durante la instrucción), afectiva (evalúa el grado de implicación de los estudiantes en el proceso), mediacional (evalúa el grado de efectividad de los recursos utilizados en el proceso de instrucción) y ecológica (evalúa la adaptabilidad del proceso instruccional con los documentos institucionales). El grado de idoneidad didáctica pretendido (a priori) en un proceso instruccional se representa gráficamente con un hexágono regular, en el que cada vértice, representa el grado máximo de cada idoneidad; así mismo, el grado de idoneidad alcanzado (a posteriori) se representa como un hexágono irregular inscrito en este (ver Figura 13).

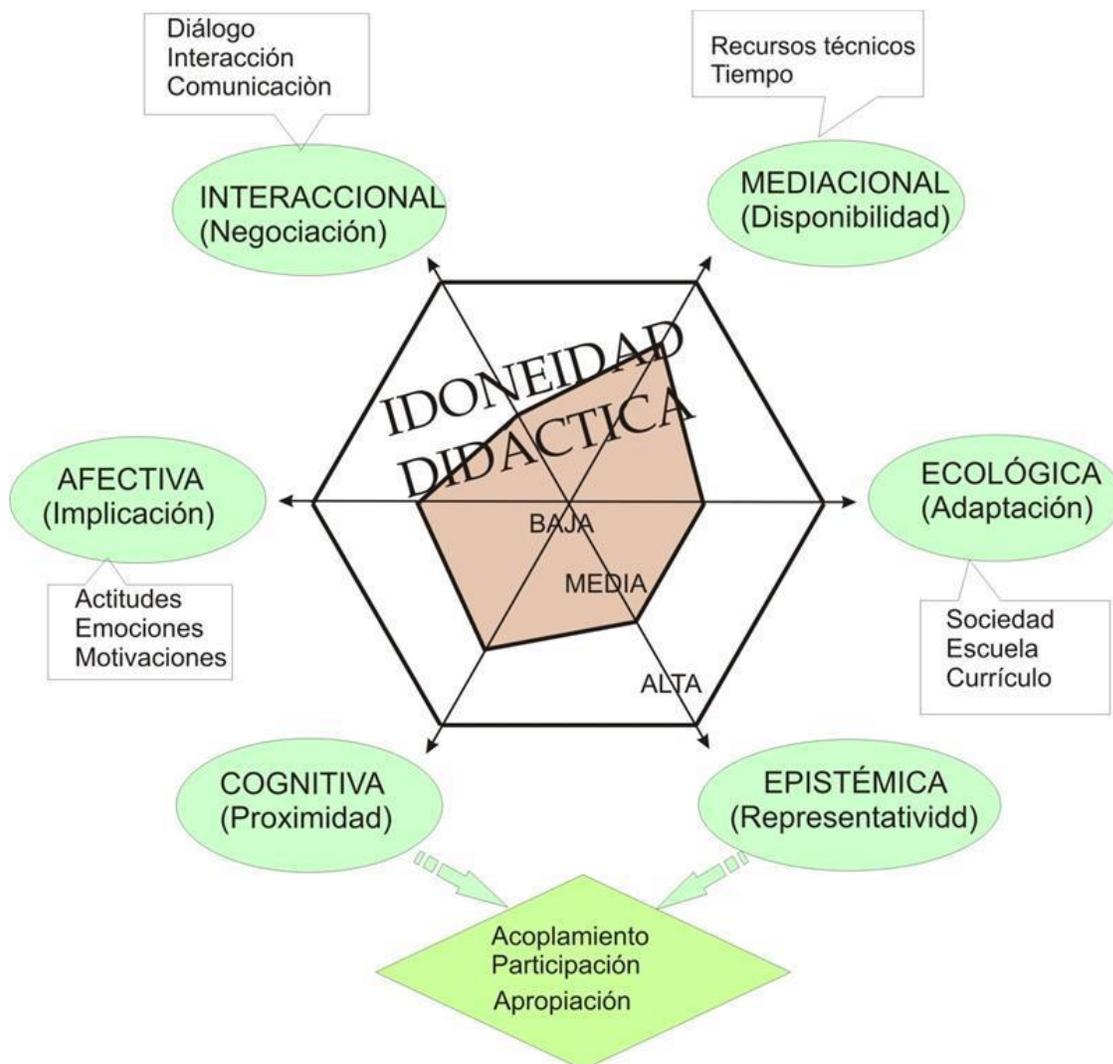


Figura 13. Modelo hexagonal que representa el grado de Idoneidad didáctica de un proceso instruccional. Tomado de Godino (2009).

La idoneidad didáctica resulta ser útil para el análisis de procesos de estudios puntuales, que van desde el diseño o planificación de una sesión de clases, hasta el desarrollo de una propuesta curricular o curso de formación en su totalidad, sin embargo, para cumplir con este propósito, es necesario disponer de directrices claras que delimiten

las características de un proceso de instrucción matemático que pueda ser considerado idóneo (Godino, 2011). Es por esta razón que surgen los indicadores de idoneidad didáctica como herramientas que permiten la operatividad de las nociones de idoneidad didáctica planteada desde la perspectiva del EOS.

Los indicadores de idoneidad en el ámbito de la formación inicial o continua de los profesores de matemática se han utilizado como una herramienta muy útil para la valoración de la idoneidad didáctica en los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas y en los procesos de formación de profesores en didáctica de las matemáticas (ver Figura 14).

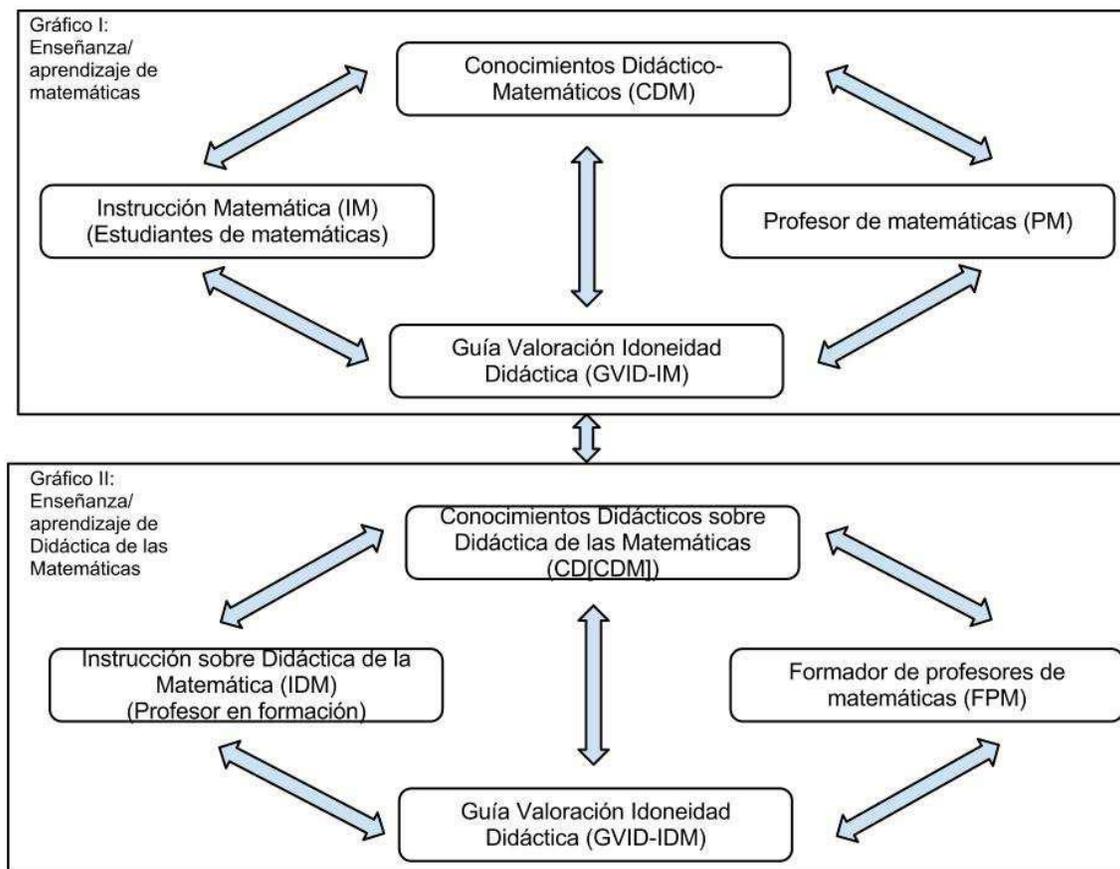


Figura 14. Guías para la valoración de la idoneidad didáctica en procesos de formación de profesores planteadas en Godino, Batanero y Rivas (2013).

En este sentido, se puede definir que los indicadores de idoneidad didáctica pueden ser utilizados como herramientas útiles para la valoración de la idoneidad didáctica en dos procesos de formación docente que tienen propósitos diferentes:

- *Valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática:* En este caso se emplea la guía GVID-IM y se considera el uso de los indicadores de idoneidad didáctica como herramientas que permiten un análisis de los procesos de

instrucción matemática (profesor - estudiante) durante el diseño, planificación y/o desarrollo una sesión de clase, una unidad didáctica o, en definitiva, una propuesta curricular o curso de formación completo. En Godino (2011) se presenta la guía GVID-IM, la cual, incluye una serie de indicadores que pretenden aportar al análisis de procesos de enseñanza – aprendizaje que van desde el diseño y/o planificación de una sesión de clases hasta el desarrollo de un curso o propuesta curricular. Estos indicadores se definen a partir de componentes específicos que se relacionan directamente con las facetas descritas en el modelo CDM.

- *Valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de formación de profesores en didáctica de las matemáticas:* En este caso se emplea la guía GVID-IDM y se considera el uso de los indicadores de idoneidad didáctica como herramientas que permiten un análisis de los procesos de formación de profesores en didáctica de las matemáticas (formador de profesores – profesor en formación). En Godino (2013) se presenta la guía GVID-IDM, donde se destaca el valor de la faceta epistémica (que en este caso sería el Contenido Didáctico Matemático a enseñar) en los procesos instruccionales, sin embargo, se aclara que también se deben tener en cuenta las facetas cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica.

Metodología

Este trabajo se define como un proyecto de intervención que pretende diseñar e implementar una serie de sesiones de trabajo desde una perspectiva de desarrollo profesional docente que contribuya con el desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) sobre Modelación Matemática (MM) en profesores de secundaria del área de matemáticas en la I.E.D. Las Mercedes. Se contempló un diseño de intervención con perspectiva exploratoria analítica-interpretativa, que vincula la metodología de las Lesson Study (LS) (Soto y Pérez, 2015) con la herramienta Criterios de Idoneidad (CI) (Godino, 2007; 2009; 2011) que se fundamenta en el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007).

La LS es una metodología de desarrollo profesional docente de enfoque cualitativo, que promueve actitudes investigativas y prácticas cooperativas entre los docentes, rompiendo el aislamiento individualista propio de los profesores e incentivando la generación de procesos didácticos innovadores que susciten un cambio real en las prácticas de aula que contribuya al mejoramiento de los procesos de enseñanza - aprendizaje, a partir del estudio conjunto de los contenidos, los procesos instruccionales y la forma en la que los estudiantes aprenden (Fernández & Yoshida, 2004; Soto y Perez, 2015; Hummes, Font y Breda, 2019).

La implementación de una LS, según Perez y Soto (2011) implica 7 pasos fundamentalmente: 1) Definición del problema común que motivará la LS, 2) Planificación

de una lección experimental que involucre el diseño cooperativo de la lección y el proceso de observación de la misma, 3) Enseñanza y observación de la propuesta, 4) Recolección de evidencia y discusión sobre sus significados, 5) Análisis y revisión de la propuesta inicial, 6) Desarrollo de la nueva propuesta y 7) Discusión, evaluación, reflexión y difusión de la experiencia y las evidencias en un contexto ampliado.

Los CI, por su parte, son una serie de componentes que orientan un proceso instruccional idóneo contextualizado a las realidades propias de cada institución (García, Contreras y García, 2017) que surgen como una herramienta que le permite a los profesores, a partir de unos indicadores previamente definidos (Font, Seckel y Breda, 2018), tener claridad sobre aquellos criterios que se deben considerar para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje desde el diseño de una tarea, lección o secuencia de actividades, su posterior desarrollo y evaluación hasta la identificación de cambios necesarios para conseguir metas de aprendizaje superiores (Breda, Font, Lima y Villela, 2018; Hummes, Font y Breda, 2019).

Además, los CI permiten una ampliación de la metodología LS y brindan la posibilidad de generar una pauta que organiza el proceso de reflexión de los profesores (Hummes, Font y Breda, 2019) considerando los componentes del CDM y sus respectivas herramientas de análisis para, en primera instancia, identificar y explicitar el CDM inicial sobre MM de los profesores de secundaria del área de matemáticas de la IED Las Mercedes y, posteriormente, elaborar ciclos formativos que permitan potenciar y desarrollar este CDM.

La estructura metodológica presentada (ver Figura 15) busca dar respuesta a cada uno de los objetivos específicos del proyecto, articulando dos ciclos de la metodología LS y las fases del Diseño Didáctico del modelo CDM en cuatro fases de intervención: Estudio preliminar (Fase 1), Diseño de la estrategia de intervención (Fase 2), Implementación de la estrategia (Fase 3) y Reflexión y Evaluación de los resultados de la estrategia (Fase 4). De esta manera se pretende realizar la captura, análisis y comparación del CDM sobre MM que presenta el grupo de profesores antes y después del desarrollo de la intervención.

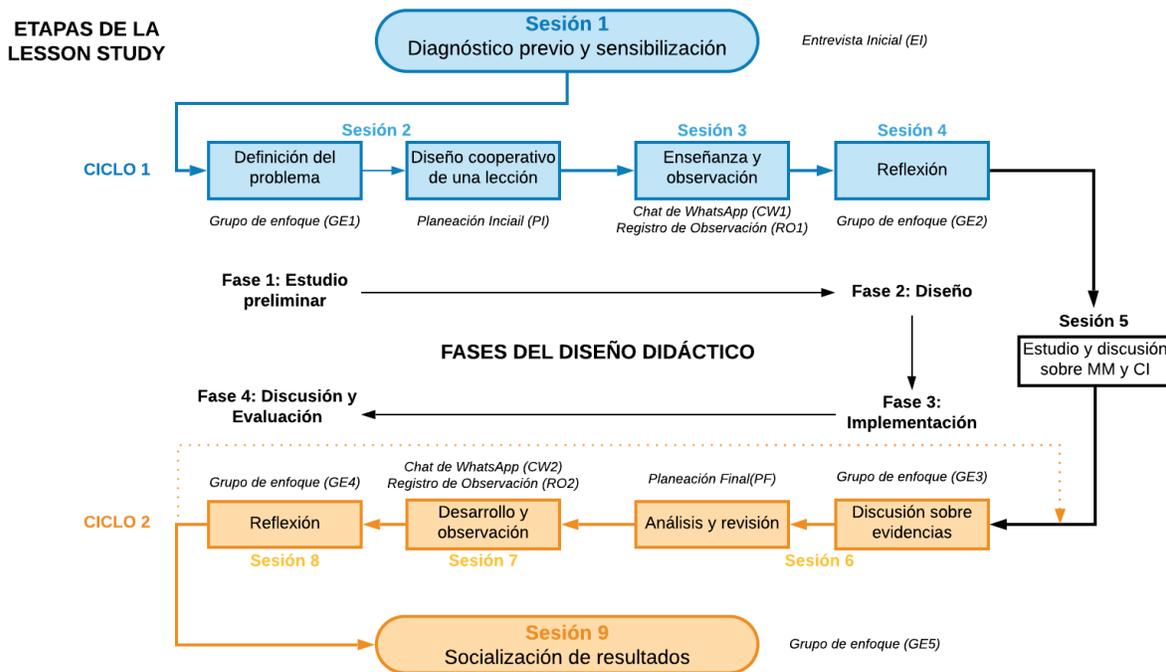


Figura 15. Estructura metodológica del proyecto de intervención. Elaborada por los autores.

En términos generales, la estructura metodológica del proyecto contempla 9 sesiones de trabajo, en las cuales, se desarrollan los dos ciclos de la metodología LS, donde el principal propósito es orientar, a partir de la reflexión sobre su propia práctica, el desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática de los profesores, en función de las facetas que configuran la dimensión didáctica, y los criterios de idoneidad que definen cómo se desarrolla un proceso instruccional idóneo. Estas sesiones de trabajo son orientadas por el profesor interventor durante el desarrollo de las 4 fases definidas para el desarrollo del proyecto de intervención, las cuales, se describen a continuación.

Población

Este proyecto contó con la participación del grupo de 3 profesores que orientan los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en los niveles de básica secundaria y media académica en la I.E.D. Las Mercedes, donde atienden a una población de aproximadamente 400 estudiantes. Uno de estos profesores cumple el rol de observador y participante, siendo el encargado de orientar la implementación del proyecto y observar su desarrollo, ejerciendo diversos niveles de participación durante las sesiones de trabajo. Por su parte, los otros profesores participantes, son profesionales de la educación que cuentan con más de 10 años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas en los niveles de básica secundaria y media académica en instituciones educativas del país.

El profesor que cumple el rol de orientador del proyecto cuenta con una formación inicial en ingeniería industrial, especialización en estadística aplicada, cursos complementarios en pedagogía y didáctica, y cursa actualmente una Maestría en Enseñanza de las Matemáticas, en donde surgió la iniciativa de invitar a sus compañeros de trabajo a participar de este proyecto. Por su parte, los profesores participantes cuentan con una amplia experiencia en la enseñanza de las matemáticas en los niveles de básica secundaria y media académica.

El profesor X es licenciado en matemáticas y física, egresado de la Universidad Francisco de Paula Santander, con estudios en educación ambiental, y se describe como un profesor con un perfil de formación esencialmente empírica, dado que las matemáticas han sido su inspiración desde niño y las visualiza en cada una de las actividades que desarrolla día a día. Cuenta con una experiencia de 24 años y se destaca que en los últimos 12 se ha desempeñado como docente de matemáticas y física en la I.E.D. Las Mercedes, escuela donde se desarrolla este proyecto de intervención.

El profesor Y es licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas, egresado de la Universidad del Atlántico, cuenta con estudios técnico-profesionales en administración educativa, una especialización en administración de la informática educativa de la Universidad de Santander (UDES) y una maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar. Fue nombrado docente en propiedad del magisterio hace 22 años, y hasta el día de hoy, ha laborado en 3 instituciones educativas de carácter oficial, desempeñándose siempre como profesor de matemáticas en el nivel de educación básica secundaria. Se

destaca que labora en la I.E.D. Las Mercedes desde hace 17 años, desempeñando esta misma función.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

La metodología de este proyecto de intervención comprende una mirada de las tres fases que Jackson (1975) distingue en la práctica de un profesor: Preactiva, Interactiva y Postactiva. En nuestro caso: la fase Preactiva, se tiene en cuenta durante los procesos de definición del objetivo de enseñanza a largo plazo, diseño, rediseño y planeación de las lecciones; la fase Interactiva, durante los procesos de enseñanza y observación; y la fase Postactiva, durante los procesos reflexivos efectuados por los profesores al culminar cada ciclo LS. Dada la complejidad del proceso de análisis que se debe efectuar, y teniendo en cuenta que el planteamiento de Hernández-Sastoque y Zapata-Cardona (2020), quienes indican que “La metodología funciona como una ventana en la que el observador se posiciona para acercarse a un fenómeno de estudio. No podemos observar todos los fenómenos a través de la misma ventana. Cada ventana aporta un tipo de información.” (p. 68), en este proyecto se contempla el uso de diferentes técnicas e instrumentos que faciliten el proceso de captura y posterior análisis de la información.

Atendiendo a lo mencionado anteriormente, durante el desarrollo de las diferentes fases del proyecto se ha apelado principalmente a las técnicas de observación como mecanismo de obtención de datos, complementado por el uso de entrevistas (*EI* y *EF*), formatos de planeación (*PI* y *PF*), registros de observación (*ROI* y *RO2*), grupos de

enfoque (*GE1, GE2, GE3, GE4 y GE5*), chats de WhatsApp (*CW1 y CW2*) y grabaciones en audio y video de las diferentes sesiones de trabajo con los profesores (*EI, EF, GE1, GE2, GE3, GE4 y GE5*). El uso de diferentes fuentes y métodos de recolección permite realizar un proceso de triangulación de datos que brinda una mayor riqueza, amplitud y profundidad al análisis de la información obtenida (Hernández, Fernández, y Baptista, 2010), otorgando mayor fiabilidad a la descripción dada al desarrollo del CDM sobre MM de los profesores durante su participación en el proyecto de intervención.

Observación

La observación es un método de recolección que permite al observador hacer una descripción detallada de los eventos, comportamientos y artefactos utilizados en el escenario natural que se desenvuelven los sujetos estudiados (Marshall & Rossman, 1989), adentrándose en profundidad en las situaciones en estudio y reflexionando permanentemente sobre los detalles, sucesos, eventos e interacciones que puedan acontecer durante la inmersión (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). El uso de esta técnica implica que se observe de forma directa el fenómeno de estudio, permitiendo la posibilidad al observador de tener en cuenta, además de los datos obtenidos a partir de los documentos y grabaciones de video, su punto de vista para el análisis de la información (Latorre, 2005).

En este proyecto, se puede decir que el enfoque de análisis que rige el proceso de observación son los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo que se apela al uso de la técnica de observación sistemática (Latorre, 2005) en donde, tal como sugiere Hernández,

Fernández y Baptista (2010), el observador cumple con diferentes niveles de participación mientras desarrolla el proceso de observación, teniendo en cuenta el propósito de cada sesión. De esta manera, se logra distinguir que: en las sesiones 3 y 7 presenta una participación pasiva, donde se encuentra presente en el entorno de aplicación de la actividad, pero no interactúa de ninguna manera con los participantes de la misma; y en las sesiones 1, 2, 4, 5, 6, 8 y 9, ejerce una participación completa, donde se mezcla completamente con el entorno y se convierte en un participante más.

Adicionalmente, se debe mencionar que dadas las condiciones particulares en las cuales se desarrolló este proyecto de intervención, el proceso de observación se realizó principalmente al momento de participar de las sesiones desarrolladas de forma virtual con los profesores, y se complementó por medio del análisis de las grabaciones en audio y video y la revisión sistemática de los documentos producidos por los docentes durante la implementación de los dos ciclos LS.

Registros de Observación o Notas de Campo

El registro de observación se considera un instrumento que apoya el proceso de observación que efectúa un observador sobre una persona, una acción, un proceso o cualquier tipo de fenómeno en estudio. El formato de los registros de observación en los trabajos de índole cualitativo puede incluso reducirse a una simple hoja de papel dividida en dos partes, donde en uno de sus lados se plasmen anotaciones de lo observado y, en el otro, se lleve registro de las interpretaciones dadas a las anotaciones tomadas durante el

proceso de observación. Es por esto, que a pesar de que en este tipo de proyectos regularmente no se usen registros estándar, sí es importante conocer cuál es el fenómeno de estudio y definir los criterios de análisis de este fenómeno para determinar puntualmente que es lo que se desea observar durante su desarrollo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

Los registros de observación pueden ser considerados como mecanismos de obtención de información basados en la observación o en el análisis de documentos, dependiendo si la persona que lleva este registro es el sujeto investigador o el sujeto investigado (Latorre, 2005). En este proyecto de intervención, se consideran los registros de observación (*ROI* y *RO2*) como mecanismos de obtención de información basados en el análisis de documentos preparados por los participantes por razones profesionales (Latorre, 2005; Hernández, Fernández y Baptista, 2010) y no en la observación, debido a que *ROI* y *RO2* son documentos que suministran los participantes como producto de las actividades desarrolladas durante las sesiones 3 y 7, donde uno de los profesores desarrolla una clase con los estudiantes y el otro efectúa un proceso de observación donde relaciona en una plantilla de Excel (ver Anexo 2) las acciones que destaca del desarrollo del proceso instruccional.

Entrevistas

El desarrollo de proyectos de naturaleza cualitativa, tienen como propósito fundamentalmente comprender las características de un fenómeno concreto y, por ende, un

recurso valioso para el proceso de recolección de la información consiste en identificar la perspectiva que tienen diferentes sujetos participantes sobre el fenómeno que se busca comprender (Hernández Carrera, 2014). Es por esto, que la entrevista se ha convertido en uno de los métodos de recolección de datos más utilizados en este tipo de proyectos (Latorre, 2005).

La entrevista, a diferencia de la aplicación de un cuestionario escrito, se caracteriza por desarrollarse de una forma más íntima, flexible y abierta (King & Horrocks, 2009), que puede ser concebida como “una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado)” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 418). Se presenta como una alternativa que brinda información más completa y profunda que un cuestionario escrito, debido a que permite aclarar dudas durante su aplicación y asegurar, de esta manera la obtención de datos de mayor utilidad y relevancia para el posterior análisis del fenómeno en estudio (Díaz-Bravo, Torruco-García, Martínez-Hernández y Varela-Ruiz, 2013).

Las entrevistas, teniendo en cuenta el nivel de estructuración, pueden considerarse como estructuradas, semiestructuradas o abiertas. En este proyecto se apela al uso de entrevistas semiestructuradas (*EI* y *EF*) como técnica de recolección de información que, durante el desarrollo de la primera y la última sesión, desarrollada por medio de la plataforma Zoom, permitió al entrevistador establecer una conversación amena con el entrevistado para intercambiar información referente al reconocimiento de su historia profesional como docente y de su Conocimiento Didáctico Matemático respecto al proceso

de Modelación Matemática, a partir de una guía de preguntas específicas plasmadas en un cuestionario (ver Anexo 1), y preguntas adicionales para precisar conceptos.

Grupos de Enfoque o de Discusión

El grupo de enfoque o de discusión es una técnica de recolección de información que genera un ambiente relajado e informal para que los participantes de un proyecto puedan comentar, explicar y comparar sus experiencias y puntos de vista respecto a un tema de discusión específico (Latorre, 2005; Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Es considerado en algunos casos como una entrevista grupal, sin embargo, su propósito, más allá de hacer la misma pregunta a los participantes es generar y analizar la interacción que se genere entre ellos (Barbour, 2007). Puntualmente, en este trabajo se apeló a la instalación de grupos de enfoque, mediados por la plataforma Zoom, en las sesiones 2, 6 y 9, para generar espacios virtuales de discusión y reflexión entre los profesores en diferentes escenarios durante el desarrollo del proyecto.

Grabaciones de video

Las grabaciones de video son medios audiovisuales considerados como técnicas de obtención de información basadas en el análisis de documentos con un propósito definido, indispensables para la realización de procesos de observación en entornos naturales de los sujetos en estudio (Latorre, 2005). En este proyecto se apeló al uso de las grabaciones

realizadas por medio de la plataforma Zoom, de las sesiones de trabajo 1, 2, 4, 6, 8 y 8, como método de captura de información relevante para el análisis de los datos.

Formatos de planeación

El proceso de planeación de una lección resulta ser una actividad fundamental para los profesionales de la educación para desarrollar sus funciones, por lo que el plan de clases se considera un instrumento de notable importancia que permite al docente la posibilidad de adecuar a las necesidades de los estudiantes las diferentes actividades que se pretendan desarrollar en el aula (Reyes-Salvador, 2016). En el marco de este proyecto de intervención, los formatos de planeación de clases utilizados y diligenciados por los profesores son considerados como instrumentos de captura de información que permiten identificar elementos del CDM sobre MM que tienen en cuenta los profesores durante el proceso de planeación de una lección en las sesiones 2 (*PI*) y 6 (*PF*). Estos formatos contemplaron una plantilla de Guía de Aprendizaje diseñada a nivel institucional que contenía los siguientes elementos: Portada, Encabezado, Unidad temática, Logros, Pregunta problematizadora, Metodología, Reflexión, Conceptualización y Actividades evaluativas.

Fases del proyecto

Fase 1: Estudio preliminar

En la Tabla 4 se muestra sintéticamente la descripción de la primera fase del estudio, su objetivo general, la descripción de las sesiones desarrolladas, sus objetivos específicos y los resultados esperados preliminarmente.

Tabla 4. *Fase 1: Estudio preliminar*

<p>Fase 1: Estudio Preliminar</p> <p>En esta fase se desarrollaron las 4 primeras sesiones de trabajo con los profesores, en donde se socializó el propósito del proyecto y se desarrollaron diversas actividades para diagnosticar el estado inicial del CDM sobre MM que presentaban los profesores de matemática de la I.E.D. Las Mercedes al iniciar la intervención.</p>		
<p>Objetivo general de la fase</p> <p>Identificar el CDM sobre MM que presentan los profesores antes de estudiar y discutir sobre los marcos teóricos de la Modelación Matemática y los Criterios de Idoneidad, teniendo en cuenta cómo desarrollan los procesos de planeación, enseñanza, observación y reflexión frente a una clase planteada a partir de una tarea de modelación.</p>		
Sesión	Objetivos de la sesión	Resultados esperados
Sensibilización y aplicación de la entrevista inicial	Presentar a los profesores el propósito del proyecto. Caracterizar al grupo de profesores que participan del proyecto.	Caracterización del grupo de profesores. Estado inicial del CDM de los profesores al responder preguntas relacionadas con una tarea de MM.

	Identificar el estado inicial del CDM de los profesores al responder preguntas sobre una tarea de modelación.	
Definición del problema y diseño cooperativo de una lección.	Formular de manera conjunta los objetivos de enseñanza a largo plazo. Articular los objetivos formulados con el propósito del proyecto.	Formulación de objetivos de enseñanza a largo plazo. Articulación de los objetivos de enseñanza a largo plazo formulados, con el propósito del proyecto.
Enseñanza y observación de la lección	Identificar el estado inicial del CDM de los profesores mientras diseñan, planifican,	Estado inicial del CDM de los profesores durante su proceso de diseño, planeación, enseñanza, observación y reflexión de una lección a partir de una tarea de modelación.
Reflexión sobre el desarrollo de la lección.	enseñan, observan y reflexionan sobre una lección a partir de una tarea de modelación.	

Fuente: Elaboración propia.

En la **primera sesión** (*Sensibilización y aplicación de la entrevista inicial*) se efectuó un proceso de sensibilización con los profesores, donde se realizó la presentación del proyecto y se reflexionó de manera conjunta sobre los problemas a los cuales nos enfrentamos durante el proceso de enseñanza -aprendizaje de las matemáticas, sus causas y las posibles soluciones a esta problemática.

II. Reconocimiento de la historia profesional

1. ¿Cuál es su formación profesional?
2. ¿Cuánto tiempo lleva trabajando como profesor?
3. ¿En cuántas instituciones educativas se ha desempeñado como profesor?
4. ¿En qué grados se ha desempeñado?
5. ¿Cuánto tiempo lleva trabajando como profesor de esta institución?
6. ¿Cuál es su definición de profesor?
7. ¿Qué lo motivó a formarse/trabajar como profesor de matemáticas?
8. ¿Qué sentido tiene para usted enseñar y aprender matemáticas?
9. ¿Qué se necesita para ser un buen profesor?
10. ¿Qué se necesita para ser un buen profesor de matemáticas?




Carrera 32 No.22-08 Sector San Pedro Alejandrino
 Edificio 'Sierra Nevada' Bodega Norte, 3do Piso
 Santa Marta - Colombia / PBX: (57-5) 4217340 Ext. 3213
 maes7ramatematica@usmagdalena.edu.co

III. Reconocimiento del Conocimiento Didáctico Matemático

Teniendo en cuenta la siguiente situación problema: "Los niños del grado 6to de la institución han pensado realizar un evento y necesitan saber **cuántas personas pueden ser ubicadas en el patio del colegio**" responda los siguientes ítems:

1. Describa paso a paso como resolvería la situación problema planteada.
2. ¿Habría otra forma de resolver la situación problema planteada? Si crees que sí, escribe la otra forma de resolverlo. Si crees que no, justifica por qué no es posible.
3. ¿Qué conocimientos necesitaría un estudiante para resolver esta situación problema?
4. ¿En qué grado podrías implementar esta situación problema? ¿Por qué?
5. ¿Con qué dificultades se podría encontrar el estudiante mientras resuelve el problema? ¿errores podrían cometer?
6. ¿Cómo orientarías a un estudiante que no ha podido resolver la situación problema?

Figura 16. Aplicación de la Entrevista Inicial (EI) a los profesores.

Adicionalmente, se aplicó una *Entrevista Inicial (EI)* a cada profesor, donde se indagó sobre su formación académica, experiencia profesional, concepciones sobre el constructo “docente de matemáticas” y sobre acciones puntuales que definen el desarrollo de su CDM al solucionar una tarea de modelación en particular. Al finalizar la sesión, se tomaron como evidencia las grabaciones en audio y video (ver Figura 17) de la aplicación del instrumento *EI* aplicado a los participantes, las cuales, fueron transcritas y analizadas para identificar en el discurso de los profesores, el estado inicial del su CDM sobre MM al responder preguntas relacionadas con una tarea de modelación.

Definición del problema

Reflexionemos...
 ¿Qué información nos muestra este diagrama?

```

graph LR
    P[Proveedor] -- Entradas --> PR[Productor]
    PR -- Transformación --> S[Salidas]
    S --> C[Cliente]
    C --> P
    
```

Operaciones vistas como un proceso de transformación.
 Fuente: González (2009)

¿En que se asemejan y diferencian las operaciones productivas con el aprendizaje - enseñanza - aprendizaje?

¿Qué tipo de personas esperamos que nuestros estudiantes lleguen a ser?

¿Qué tipo de aprendizaje puede ser considerado valioso para ayudar a nuestros estudiantes a construir su proyecto de vida?

¿Qué tipo de competencias y/o aptitudes matemáticas queremos que nuestros estudiantes logren desarrollar?

En definitiva...

¿Cuál es nuestro objetivo de enseñanza a largo plazo?

¿Cómo puede este proyecto aportar al cumplimiento de este objetivo de enseñanza a largo plazo?

Figura 17. Definición del objetivo de enseñanza a largo plazo.

A partir de la *segunda sesión (Definición del problema y diseño cooperativo de una lección)* se dio inicio al primer ciclo de la LS y se cuestionó al grupo de profesores sobre

¿Qué tipo de persona esperan que sus estudiantes lleguen a ser? y ¿Qué tipo de aprendizaje puede considerarse valioso para ayudar a que cada aprendiz construya su proyecto de vida? Para esto se estableció un *Grupo de Enfoque (GEI)* en el cual se formularon, de manera conjunta, los objetivos de enseñanza a largo plazo para los estudiantes y su relación con la propuesta que se presentó, partiendo de sus propias prácticas y experiencias, lo cual, permitió que los profesores desarrollaran una práctica de enseñanza orientada hacia finalidades claras, debatidas y apropiadas por el conjunto de profesores (Soto y Pérez, 2015). Esta sesión fue grabada en audio y video, y posteriormente fue transcrita para su análisis.

Seguidamente, se orientó a los profesores para que de forma cooperativa diseñaran una tarea y la planeación de una lección que involucrara el uso de una tarea de modelación. Esta planeación quedó plasmada en el documento *Planeación Inicial (PI)*. En esta etapa del proyecto, resultó necesario informar previamente a los profesores sobre los objetivos y actividades que se desarrollarían durante la sesión de trabajo, esto con el fin de que tuviesen tiempo de buscar el material que consideraban necesario para planificar la lección con las consideraciones planteadas.

Durante el desarrollo de esta actividad, los profesores tuvieron autonomía total para el diseño y planificación de la lección, la designación de sus roles (profesor observador y profesor ejecutor) y la definición de los criterios necesarios para el proceso de observación. Esta autonomía fue necesaria para identificar inicialmente cuales son los criterios que tienen en cuenta los profesores durante el diseño, planificación, ejecución y evaluación de

una lección impartida, lo cual, sirvió como referente para comparar el estado del CDM sobre MM de los profesores antes y después de la intervención.

Los profesores al finalizar la sesión, requirieron de un espacio posterior para culminar el proceso de planeación, por lo que en una fecha posterior presentaron un documento con la *Planeación Inicial (PI)* elaborado conjuntamente, determinaron sus roles (*profesor ejecutor y profesor observador*) y definieron los criterios de referencia para observar y tomar apuntes durante el desarrollo de la lección en un *Registro de Observación (ROI)*.

En la *tercera sesión (Enseñanza y observación de la lección)*, el profesor designado como *profesor ejecutor*, se encargó de desarrollar en clase la lección diseñada, contando con la única herramienta de comunicación el WhatsApp, debido a las restricciones que enfrentaban las instituciones educativas para desarrollar actividades de manera presencial. Así mismo, el *profesor observador* escuchó, observó y registró evidencias en *ROI*, sobre las acciones que ejecutaron el profesor y los estudiantes durante el desarrollo de la lección.

Al finalizar la sesión se contaron como evidencias: las anotaciones realizadas por el *profesor observador* en *ROI* y los mensajes del chat de WhatsApp (*CWI*) usado durante el desarrollo de la lección liderada por el *profesor ejecutor*, y fueron objeto de análisis en el proyecto para realizar un contraste entre los elementos contemplados en la *PI* y lo evidenciado al momento de ejecutar la lección diseñada.

En la *cuarta sesión* (*Reflexión sobre el desarrollo de la lección*), se reunió a los profesores y se les invitó a participar de un grupo de enfoque (*GE2*), en el cual, inicialmente respondieron una serie de preguntas que indagaban sobre la experiencia de participar en el inicio de este proyecto de intervención:

- ¿Cómo describe la experiencia de desarrollar una lección con un grupo de estudiantes de los cuales usted no es el profesor titular?
- ¿Cómo describe la experiencia de desarrollar una lección y ser observado por sus compañeros profesores?
- ¿Cómo describe la experiencia de observar la lección de un compañero profesor?
- ¿Qué destaca de esta experiencia?
- ¿Cree que es una experiencia que sería enriquecedora y se podría repetir?

Posteriormente, se les compartió la transcripción del *CWI*, en donde se señalaron previamente episodios puntuales, sobre los cuales los profesores reflexionaron a partir de las preguntas:

- ¿Cuáles de las ideas trabajadas le parecieron más importantes?
- ¿Qué pretendía al desarrollar esa idea con los estudiantes?
- ¿Se logró el propósito inicial planteado al desarrollar esta idea?

Si no se logró:

- ¿Qué pudo haber fallado?
- ¿Qué cambios se podrían efectuar para solucionarlos?

Finalmente, se generó un espacio para que los profesores presentaran sus reflexiones finales respecto a lo que consideraron más importante durante el desarrollo de la lección, teniendo en cuenta lo discutido con anterioridad. Al finalizar esta sesión, se contó como evidencia la grabación en audio y video del *GE2*, la cual, fue transcrita y analizada posteriormente.

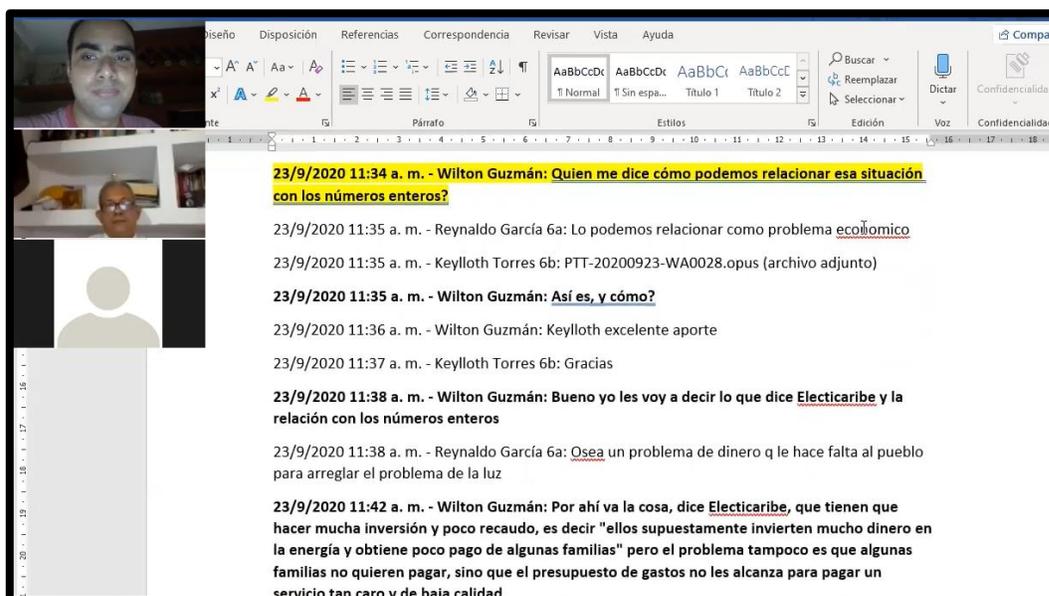


Figura 18. Reflexión sobre el desarrollo de la lección inicial.

Finalmente, partiendo del análisis de las *Entrevistas Iniciales (EI)*, la *Planificación Inicial (PI)*, los videos de los grupos de enfoque: *Definición del Problema (GE1)* y *Reflexión 1 (GE2)*, el *Chat de WhatsApp (CW1)* y el *Registro de Observación (RO1)* de la lección desarrollada, se identificó el CDM sobre MM que presentaron los profesores inicialmente, durante los procesos de planeación, desarrollo, observación y reflexión sobre una lección diseñada a partir de una tarea de modelación. Para la realización de este análisis

se tuvo en cuenta el marco de referencia sobre MM, el modelo del CDM y la herramienta CI planteado en el capítulo anterior de este documento.

Fase 2: Diseño

La segunda fase del proyecto consistió en la selección de los contenidos, artículos puntuales y metodologías de estudio a considerar durante el desarrollo del segundo ciclo LS, teniendo en cuenta el análisis del CDM inicial sobre MM realizado en la fase anterior. La descripción de la fase de diseño, sus objetivos y la descripción de las actividades a desarrollar se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5. *Fase 2: Diseño*

<p>Fase 2: Diseño</p> <p>En esta fase se desarrollaron 3 actividades de manera simultánea a las sesiones de la fase anterior. Durante su desarrollo se seleccionaron Episodios de las <i>EI</i>, la <i>PI</i>, los <i>GE1</i> y <i>GE2</i>, el <i>CWI</i> y el <i>ROI</i>, los cuales, fueron analizados y permitieron la selección de artículos y documentos complementarios que contribuyeron al desarrollo del CDM sobre MM en los profesores.</p>
<p>Objetivo general de la fase</p> <p>Diseñar una estrategia de intervención para el desarrollo del CDM sobre MM en profesores de matemáticas de la IED Las Mercedes.</p>
<p>Actividades</p>

Selección de Episodios de las <i>EI</i> , la <i>PI</i> , el <i>CWI</i> , el <i>ROI</i> y los <i>GE1</i> y <i>GE2</i> .
Selección de artículos y documentos sobre: MM y CI.
Estructuración de un plan de acción que oriente el desarrollo de las sesiones de trabajo con los profesores en la fase de implementación.

Fuente: Elaboración propia.

La *primera actividad (Selección de Episodios y Video-Episodios)* consistió en el análisis de las *EI*, la *PI*, el *CWI*, el *ROI* y los *GE1* y *GE2* para identificar *Episodios de la Entrevista Inicial (EEI)*, la *Planificación Inicial (EPI)*, la enseñanza de la lección por medio del *Chat de WhatsApp (ECWI)*, el *Registro de Observación (ERO1)* y los *grupos de enfoque (EGE1 y EGE2)* que se corresponden con las sesiones *Definición del problema y Reflexión 1*, respectivamente.

En estos episodios se buscó la identificación de referencias directas, indirectas o implícitas, de los indicadores, componentes y facetas que configuran el modelo del conocimiento del profesor de matemáticas CDM, en función del proceso de Modelación Matemática, teniendo en cuenta la presencia de los subprocesos de la MM del modelo planteado por Blomhøj y Hojgaard (2003).

En la *segunda actividad (Selección de artículos y documentos)*, teniendo en cuenta los elementos analizados en la primera fase del proyecto y en la actividad anterior, se realizó una búsqueda de artículos y documentos complementarios que lograron contribuir con el desarrollo del CDM sobre MM en los profesores durante las sesiones de estudio y

discusión sobre MM y CI que se desarrollaron en la fase de implementación. Y, finalmente, en la *tercera actividad (Estructuración de un plan de acción)* se establecieron pautas para la articulación de los elementos seleccionados en las actividades anteriores, para guiar el estudio y discusión sobre MM y CI, la discusión sobre las evidencias registradas y el rediseño de la planeación inicial, que sirvió de apoyo para el desarrollo de la segunda lección que se ejecutó durante el segundo ciclo LS.

Fase 3: Implementación

En la tercera fase del proyecto se generaron los espacios necesarios para estudiar y discutir, en conjunto con el grupo de profesores, sobre MM, CI y los aportes de estos cuerpos teóricos en la reflexión sobre su práctica y el rediseño de la lección planificada inicialmente. En la tabla 6 se muestra la descripción de la fase de implementación, el propósito principal, la descripción de las sesiones a desarrollar, sus objetivos y los resultados esperados preliminarmente.

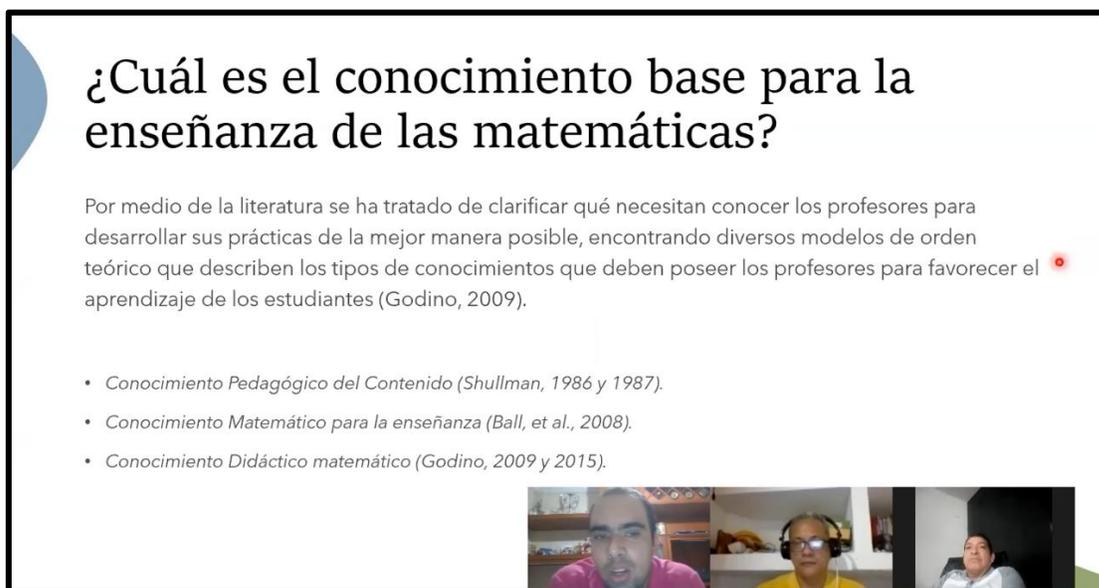
Tabla 6. *Fase 3: Implementación*

<p>Fase 3: Implementación</p> <p>Esta fase se contempló el desarrollo de las sesiones de trabajo 5, 6, 7 y 8 con los profesores, en las cuales se generaron los espacios necesarios para desarrollar el CDM sobre MM en profesores de matemáticas en la I.E.D. Las Mercedes.</p>
<p>Objetivo general de la fase</p>

Implementar una estrategia de intervención para el desarrollo del CDM sobre MM en profesores de matemáticas de la IED Las Mercedes.		
Sesiones	Objetivos de la sesión	Resultados esperados
Estudio y discusión sobre MM y Criterios de Idoneidad.	Estudiar y discutir sobre temáticas importantes para el desarrollo del CDM sobre MM de los profesores.	Discusión sobre MM y Criterios de Idoneidad.
Discusión sobre las evidencias registradas y rediseño de la lección.	Identificar el CDM sobre MM producido por los profesores al discutir sobre las evidencias registradas.	CDM sobre Modelación Matemática desarrollado por los profesores al discutir sobre las evidencias registradas.
Desarrollo de la lección rediseñada	Identificar el CDM desarrollado por los profesores mientras rediseñan, planifican,	Identificación de los nuevos elementos del CDM desarrollado por los profesores durante el rediseño,
Reflexión sobre el desarrollo de la lección rediseñada.	enseñan, observan y reflexionan sobre una lección guiada a partir de una tarea de modelación.	planificación, enseñanza, observación y reflexión sobre una lección guiada a partir de una tarea de modelación.

Fuente: Elaboración propia.

La *quinta sesión* de trabajo con los profesores (*Estudio y discusión sobre MM y CI*) por medio de un grupo de discusión, se generó un espacio para que los profesores estudiaran y discutieran, de forma conjunta, sobre los subprocesos presentes en el ciclo de MM; el diseño, planeación, implementación y evaluación de actividades de modelación; y los diferentes componentes del modelo CDM que fundamentan el conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas.



¿Cuál es el conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas?

Por medio de la literatura se ha tratado de clarificar qué necesitan conocer los profesores para desarrollar sus prácticas de la mejor manera posible, encontrando diversos modelos de orden teórico que describen los tipos de conocimientos que deben poseer los profesores para favorecer el aprendizaje de los estudiantes (Godino, 2009).

- *Conocimiento Pedagógico del Contenido* (Shullman, 1986 y 1987).
- *Conocimiento Matemático para la enseñanza* (Ball, et al., 2008).
- *Conocimiento Didáctico matemático* (Godino, 2009 y 2015).

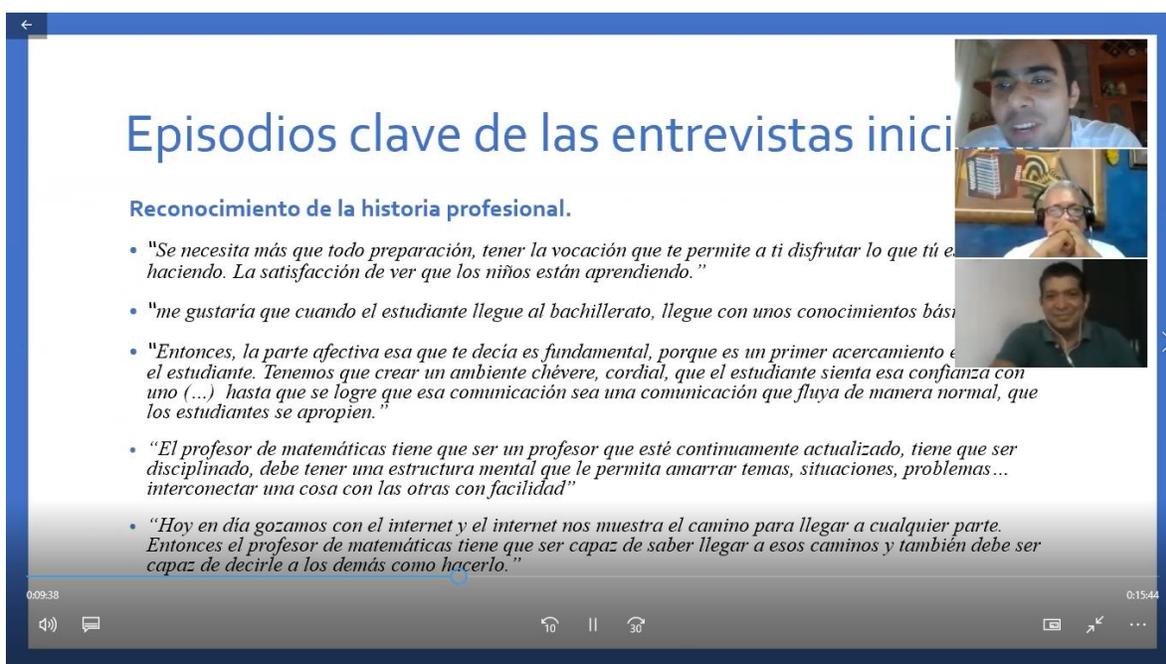
The slide also features a small video call inset at the bottom right showing three participants in a virtual meeting.

Figura 19. Estudio y discusión sobre el conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas.

En este grupo de discusión, se llevó a cabo el estudio y discusión de los artículos y documentos que abordan los temas relacionados con la MM y los CI, lo cual, permitió que los profesores lograran tener un conocimiento base para orientar su proceso reflexivo frente a los procesos de planificación, desarrollo y evaluación de una tarea de modelación que se

efectuó durante el segundo ciclo LS. Además, este conocimiento permitió que los profesores evidenciaran las grandes posibilidades que ofrecen estos cuerpos teóricos para el mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, vinculándolos de esta manera en su proceso reflexivo.

En la **sexta sesión** de trabajo (*Discusión sobre las evidencias registradas y rediseño de la lección*) se dio inicio al segundo ciclo LS. En esta sesión se buscó que los profesores, por medio de un *Grupo de Enfoque (GE2)*, reflexionaran sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje efectuado durante la etapa de enseñanza y observación, donde se desarrolló una tarea de modelación con los estudiantes, pero en esta ocasión, teniendo en cuenta los elementos de la MM y los CI estudiados y discutidos durante la sesión anterior.



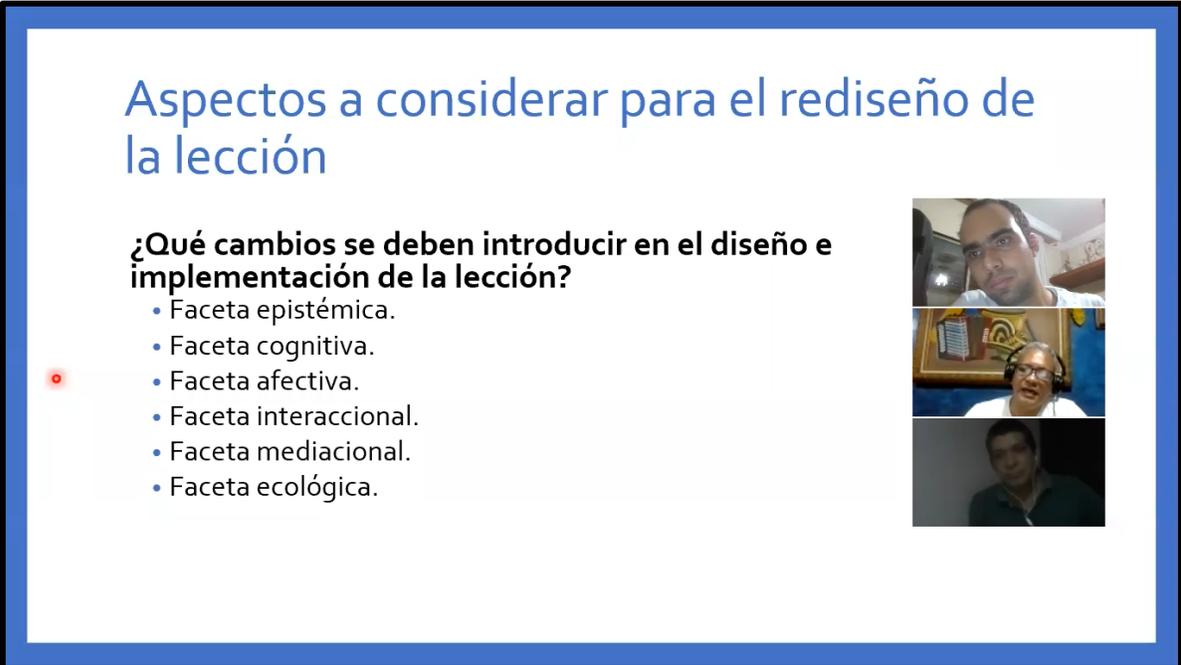
Episodios clave de las entrevistas iniciales

Reconocimiento de la historia profesional.

- *"Se necesita más que todo preparación, tener la vocación que te permite a ti disfrutar lo que tú estás haciendo. La satisfacción de ver que los niños están aprendiendo."*
- *"me gustaría que cuando el estudiante llegue al bachillerato, llegue con unos conocimientos básicos"*
- *"Entonces, la parte afectiva esa que te decía es fundamental, porque es un primer acercamiento con el estudiante. Tenemos que crear un ambiente chévere, cordial, que el estudiante sienta esa confianza con uno (...) hasta que se logre que esa comunicación sea una comunicación que fluya de manera normal, que los estudiantes se apropien."*
- *"El profesor de matemáticas tiene que ser un profesor que esté continuamente actualizado, tiene que ser disciplinado, debe tener una estructura mental que le permita amarrar temas, situaciones, problemas... interconectar una cosa con las otras con facilidad"*
- *"Hoy en día gozamos con el internet y el internet nos muestra el camino para llegar a cualquier parte. Entonces el profesor de matemáticas tiene que ser capaz de saber llegar a esos caminos y también debe ser capaz de decirle a los demás como hacerlo."*

Figura 20. Discusión sobre las evidencias registradas durante el primer ciclo LS.

Este proceso reflexivo posibilitó que los profesores, haciendo uso de las nuevas herramientas estudiadas, pudiesen describir de una forma mucho más amplia, los aspectos positivos y a mejorar en la *PI*. Las fuentes de registro utilizados para el proceso de discusión y reflexión fueron los *EEI*, *EPI*, *ECW1*, *ERO1*, *EGE1* y *EGE2* contemplados en el plan de acción estructurado en la fase previa.



Aspectos a considerar para el rediseño de la lección

¿Qué cambios se deben introducir en el diseño e implementación de la lección?

- Faceta epistémica.
- Faceta cognitiva.
- Faceta afectiva.
- Faceta interaccional.
- Faceta mediacional.
- Faceta ecológica.

The slide features a blue border and a white background. On the right side, there is a vertical stack of three small video call windows showing participants in a meeting.

Figura 21. Rediseño de la lección.

Posteriormente, se buscó que, a partir de los procesos de análisis y discusión previamente desarrollados, los profesores de manera conjunta logran introducir mejoras a la *PI*, presentando un nuevo documento con la *Planeación Final (PF)*, el cual, se consideró

como un resultado importante que permitió analizar el desarrollo del CDM sobre MM de los profesores al finalizar el proyecto.

En la *séptima sesión (Desarrollo de la lección rediseñada)*, se realizó un cambio de roles entre los profesores. Ahora, el *profesor observador* asume el rol de *profesor ejecutor* y viceversa, se buscó que la *PF* fuese desarrollada por otro docente, en otra clase y que se repitiese el proceso de observación, análisis y mejora de la propuesta. En este sentido, al finalizar esta sesión, se contaron como evidencias: las anotaciones realizadas por el *profesor observador* en *RO2* y los mensajes del chat de WhatsApp (*CW2*) usado durante el desarrollo de la lección rediseñada.

Finalmente, en la *octava sesión (Reflexión sobre el desarrollo de la lección rediseñada)*, se reunió nuevamente a los profesores para que participaran de un grupo de enfoque (*GE4*), en donde, en este caso se tiene como propósito reflexionar y describir cómo se desarrolló el proceso de enseñanza – aprendizaje de la lección enseñada a los estudiantes, partiendo de nuevas preguntas que orientaron la identificación de las facetas del CDM relacionadas con el proceso de Modelación Matemática, en su discurso:

- ¿Cómo describe la experiencia de esta segunda lección?
- ¿Cómo se sintió protagonizando cada uno de los roles (observador y ejecutor) en las lecciones trabajadas con los estudiantes?

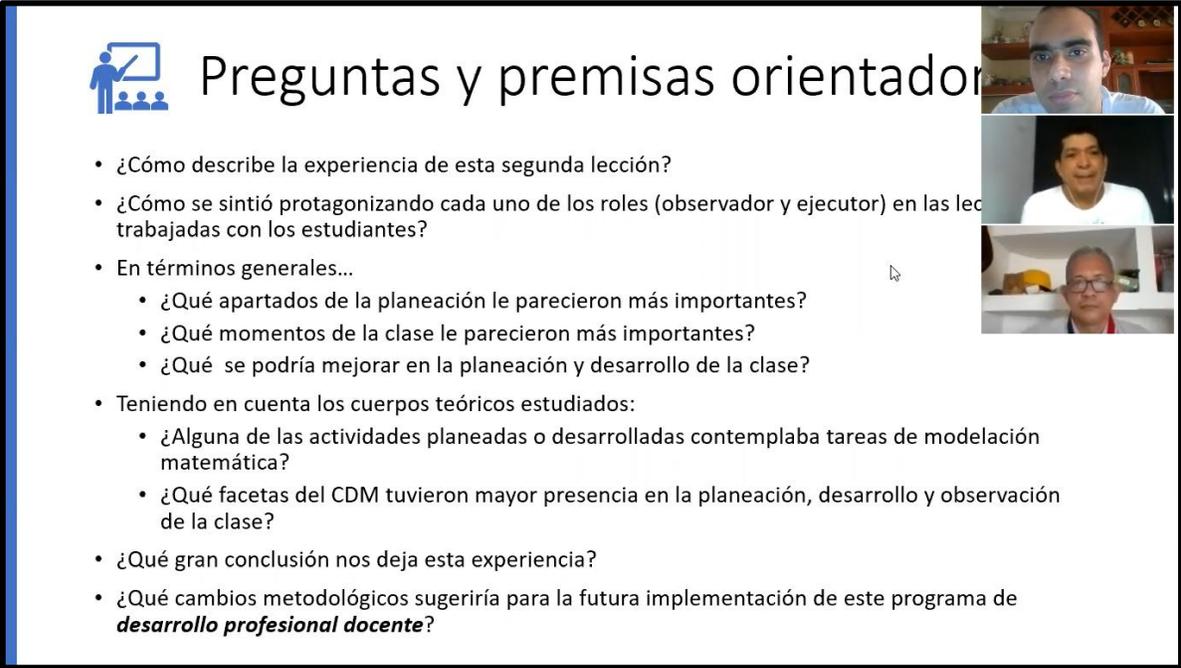
En términos generales:

- ¿Qué apartados de la planeación le parecieron más importantes?
- ¿Qué momentos de la clase le parecieron más importantes?

- ¿Qué se podría mejorar en la planeación y desarrollo de la clase?

Teniendo en cuenta los cuerpos teóricos estudiados:

- ¿Alguna de las actividades planeadas o desarrolladas contemplaba tareas de modelación matemática?
- ¿Qué facetas del CDM tuvieron mayor presencia en la planeación, desarrollo y observación de la clase?
- ¿Qué gran conclusión nos deja esta experiencia?
- ¿Qué cambios metodológicos sugeriría para la futura implementación de este programa de *desarrollo profesional docente*?



 Preguntas y premisas orientadoras

- ¿Cómo describe la experiencia de esta segunda lección?
- ¿Cómo se sintió protagonizando cada uno de los roles (observador y ejecutor) en las lecciones trabajadas con los estudiantes?
- En términos generales...
 - ¿Qué apartados de la planeación le parecieron más importantes?
 - ¿Qué momentos de la clase le parecieron más importantes?
 - ¿Qué se podría mejorar en la planeación y desarrollo de la clase?
- Teniendo en cuenta los cuerpos teóricos estudiados:
 - ¿Alguna de las actividades planeadas o desarrolladas contemplaba tareas de modelación matemática?
 - ¿Qué facetas del CDM tuvieron mayor presencia en la planeación, desarrollo y observación de la clase?
- ¿Qué gran conclusión nos deja esta experiencia?
- ¿Qué cambios metodológicos sugeriría para la futura implementación de este programa de *desarrollo profesional docente*?

Figura 22. Reflexión sobre el desarrollo de la segunda lección.

Al finalizar esta sesión, se contó como evidencia la grabación en audio y video de *GE4* (ver Figura 22), la cual, fue transcrita, analizada y, posteriormente, permitió la identificación de nuevos elementos del CDM sobre MM en los profesores durante el desarrollo de los procesos de planeación, enseñanza, observación y reflexión en el segundo ciclo de la LS.

Fase 4: Discusión y Evaluación

Esta fue la fase final del proyecto, en donde se generó un espacio de discusión, reflexión y evaluación del proyecto de intervención en función del progreso evidenciado en el grupo de profesores y su aporte al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. En la Tabla 7 se presenta la descripción de la fase de discusión y evaluación, su propósito principal, las sesiones de trabajo contempladas, sus objetivos específicos y los resultados esperados.

Tabla 7. *Fase 4: Discusión y Evaluación*

<p>Fase 4: Discusión y Evaluación</p> <p>Esta fase contempla la última sesión de trabajo, donde se socializó ante el grupo de profesores y directivos de la institución, los resultados del proyecto de intervención y se generó un espacio de reflexión para identificar aquellos aspectos a destacar durante el desarrollo de la experiencia.</p>
<p>Objetivo general de la fase</p>

<p>Discutir, evaluar y reflexionar sobre el aporte de este proyecto de intervención al desarrollo del CDM sobre MM en los profesores y al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en la IED Las Mercedes.</p>		
<p>Actividades</p>		
<p>Selección de Episodios de <i>PF</i>, <i>RO2</i>, <i>CW2</i> y <i>GE3</i> y <i>GE4</i>.</p>		
Sesiones	Objetivos de la sesión	Resultados esperados
<p>Aplicación de la entrevista final y socialización de resultados.</p>	<p>Identificar el estado final del CDM de los profesores al responder preguntas sobre una tarea de modelación.</p> <p>Socializar los resultados de la experiencia con los docentes y directivos de la I.E.D. Las Mercedes.</p> <p>Reflexionar sobre el aporte de proyecto de esta índole al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje en la escuela.</p>	<p>Estado final del CDM de los profesores al responder preguntas sobre una tarea de modelación.</p> <p>Comentarios y consideraciones de la comunidad de profesores y directivos respecto al desarrollo del proyecto de intervención en la institución.</p>

Fuente: Elaboración propia.

Durante esta fase, inicialmente, se realizó una actividad para seleccionar *Episodios de la Planeación Final (EPF)*, el *Registro de Observación (ERO2)*, el *Chat de WhatsApp (CW2)* y los grupos de enfoque desarrollados durante las sesiones: *Discusión sobre las Evidencias Registradas (EGE3)* y *Reflexión 2 (EGE4)*, para identificar el desarrollo del CDM sobre MM que experimentaron los profesores a partir de la implementación del plan de intervención.

En la **novena sesión** (*Aplicación de la entrevista final y socialización de resultados*) de trabajo con los profesores, inicialmente se aplicó la *Entrevista final (EF)* a cada profesor, para identificar el estado final del CDM sobre MM al responder preguntas sobre una tarea de modelación. Estas EF fueron transcritas para seleccionar episodios (*EEF*) que permitieron la identificación de elementos contrastantes que evidenciaron el desarrollo del CDM sobre MM en los profesores que participaron de la LS.

Luego del análisis de esta información, mediante la realización de un grupo de enfoque (*GE5*), se socializaron los resultados de la experiencia con los directivos docentes y los demás profesores de la institución, para evaluar, reflexionar y discutir, de manera conjunta, sobre los aportes que este tipo de proyectos puede brindar al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

Análisis y procesamiento de la información

Para el análisis y procesamiento de los datos obtenidos a partir de las diferentes técnicas e instrumentos utilizados durante el desarrollo del proyecto, se siguió un procedimiento metodológico que contempló: 1) transcripción del material, 2) selección de episodios, 3) codificación y 4) análisis didáctico.

Transcripción del material

Durante el desarrollo del proyecto de intervención se obtuvo información procedente de documentos elaborados en procesadores de datos (*PI, PF*), anotaciones escritas a mano (*RO1, RO2, CW1, CW2*) y grabaciones en audio y video (*EI, EF, GE1, GE2, GE3, GE4 y GE5*) que fueron revisados, organizados, preparados y posteriormente transcritos. La transcripción del material resultó ser indispensable para el análisis cualitativo de los datos, debido a que permitió plasmar en un documento sencillo, pero muy bien estructurado, el lenguaje verbal presente en el material obtenido durante el proceso de recolección de datos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

Para realizar el proceso de transcripción del material en este proyecto, se tuvo en cuenta los consejos referenciados por Sánchez y Revuelta (2005), quienes manifiestan que una transcripción debe contemplar una estructura sencilla, que facilite su lectura, escritura, aprendizaje, búsqueda e interpretación de la información transcrita. Por lo anterior, se apeló al desarrollo de una transcripción de carácter natural, en donde, se eliminó aquella información que no se consideró relevante para el estudio, con la finalidad de obtener un

texto más claro y con un aspecto más profesional, que en ningún momento pierda el sentido original de la información capturada.

Selección de episodios

Luego de realizar el proceso de transcripción, se procedió a seleccionar episodios de cada técnica e instrumento transcrito. En este proyecto se consideró un episodio como aquellas unidades de sentido discursivas (Perafán, 2004; Ortega, 2019) que posibilitan la identificación de facetas del modelo CDM, asociadas a procesos de modelación matemática. Estos episodios están presentes en la práctica de los docentes durante los procesos de planeación, enseñanza, observación y reflexión.

Para seleccionar los episodios, se utilizó el software NVivo, donde se cargaron todos los archivos generados durante la implementación del proyecto de intervención, y luego de una revisión pormenorizada de cada uno de los insumos, se codificaron los episodios para el análisis de la información, en función de las facetas y criterios de idoneidad del EOS.

Posteriormente, para hacer un análisis más detallado en la presentación de resultados en el documento, los episodios seleccionados se presentaron mediante una estructura descriptiva que contiene el código del episodio, el momento de inicio y de fin del episodio, la referencia del profesor, la transcripción natural del intervalo referenciado, la descripción de la(s) acción(es) desarrollada(s) durante el episodio y los códigos de los

diferentes indicadores de idoneidad didáctica que se pueden identificar en el episodio (ver Tabla 8).

Tabla 8. *Formato para presentación de episodios.*

Profesor X o Y	Fecha: dd/mm/aaaa
[Código del episodio]	[Ubicación en el documento referenciado en el código]
Transcripción natural:	
<i>En este apartado se presenta una transcripción de orden natural del episodio referenciado.</i>	
Elementos del CDM vinculados al episodio:	
<i>Faceta(s) asociada(s): En este apartado se enlista(n) el(las) faceta(s) identificado(s) en el episodio.</i>	
<i>Componente(s) asociado(s): En este apartado se enlista(n) el(los) componente(s) identificado(s) en el episodio.</i>	
<i>Indicador(es) asociado(s): En este apartado se enlista(n) el(los) indicador(es) de Idoneidad Didáctica identificado(s) en el episodio.</i>	

Fuente: Adaptado de Ribeiro, Carrillo y Monteiro (2012)

Codificación

Para lograr definir la relación existente entre los diferentes Criterios de Idoneidad con los episodios seleccionados a partir del análisis del discurso y accionar de los profesores durante la implementación de los dos ciclos LS, y teniendo en cuenta el formato

utilizado para la presentación de los episodios, en este trabajo resultó necesario desarrollar un proceso de codificación que permitiera la correcta identificación, por medio de una nomenclatura específica, de cada episodio en los documentos transcritos, y de cada indicador de idoneidad didáctica, en función de la faceta y componente específico en el que se encuentra presente dicho criterio de idoneidad.

Cada episodio seleccionado de las transcripciones fue codificado teniendo en cuenta: el material de origen (M), que puede ser: *EI, EF, PI, PF, RO1, RO2, CW1, CW2, GE1, GE2, GE3, GE4 y GE5*; el número de la sesión de aplicación (S_n), que puede ser: $S_1, S_2, S_3, S_4, S_6, S_7, S_8$ y S_9 ; y el número del episodio (Ep_n), que puede ser: $Ep_1, Ep_2, Ep_3, \dots, Ep_n$. Contemplando de esta manera una estructura codificada $MS_mEp_n^2$ para cada episodio seleccionado de la transcripción de cada instrumento o técnica aplicada en cada sesión. Por ejemplo: PIS_2Ep_1 se refiere al episodio número 1 ($Ep_n=Ep_1$) identificado en la planeación inicial ($M=PI$) que se desarrolló durante la sesión de trabajo número 2 ($S_m=S_2$).

Por otra parte, los códigos empleados para los indicadores de idoneidad didáctica identificados en cada episodio contemplaron una nomenclatura $F_iC_jI_k$, donde: F_i indica cuál es la faceta “**i**” identificada en el episodio, la cual, puede ser epistémica (**ep**), cognitiva (**co**), afectiva (**af**), interaccional (**in**), mediacional (**me**) o ecológica (**ec**); C_j indica el componente “**j**” de la faceta “**i**” a la cual se relaciona el episodio; e I_k representa el

² En el caso de las EI y EF, dado que se aplicaron a los dos profesores, se identificarán como $M=EI_1, EI_2, EF_1$ y EF_2 , para distinguir los episodios seleccionados de las entrevistas aplicadas a cada docente.

indicador contenido en el componente “j” que se relaciona en el episodio (ver Tabla 9). Por ejemplo, la nomenclatura $F_{ep}C_2I_2$ indica que en el episodio seleccionado se identifica la referencia del indicador 2 “Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige” (I_2), contenido en el componente 2 “Lenguajes” (C_2) de la faceta “Epistémica” (F_{ep}).

Tabla 9. Códigos de los indicadores de idoneidad didáctica.

FACETA	COMPONENTE	INDICADOR	CÓDIGO
(i)	(j)	(k)	($F_iC_jI_k$)
EPISTÉMICA (ep)	1. Situaciones-problemas	1. Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.	$F_{ep}C_1I_1$
		2. Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).	$F_{ep}C_1I_2$
	2. Lenguajes	1. Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas.	$F_{ep}C_2I_1$
		2. Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige	$F_{ep}C_2I_2$
		3. Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación	$F_{ep}C_2I_3$

<p>3. Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)</p>	<p>1. Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen $F_{ep}C_3I_1$</p> <p>2. Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado $F_{ep}C_3I_2$</p> <p>3. Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos $F_{ep}C_3I_3$</p>
<p>4. Argumentos</p>	<p>1. Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen $F_{ep}C_4I_1$</p> <p>2. Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar $F_{ep}C_4I_2$</p>
<p>5. Relaciones</p>	<p>1. Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. $F_{ep}C_5I_1$</p> <p>2. Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas. $F_{ep}C_5I_2$</p>

COGNITIVA (co)	1.	1. Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)	F _{co} C ₁ I ₁
	Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	2. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes	F _{co} C ₁ I ₂
	2. Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	1. Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo	F _{co} C ₂ I ₁
		2. Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes	F _{co} C ₂ I ₂
	3. Aprendizaje (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	1. Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva	F _{co} C ₃ I ₁
		2. La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia	F _{co} C ₃ I ₂

		3. Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.	$F_{co}C_3I_3$
AFFECTIVA (af)	1. Intereses y necesidades	1. Las tareas tienen interés para los alumnos	$F_{af}C_1I_1$
		2. Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional	$F_{af}C_1I_2$
	2. Actitudes	1. Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.	$F_{af}C_2I_1$
2. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.		$F_{af}C_2I_2$	
3. Emociones	1. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.	$F_{af}C_3I_1$	
	2. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.	$F_{af}C_3I_2$	
INTERACCIONAL (in)	1. Interacción docente-discente	1. El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.).	$F_{in}C_1I_1$

	<p>2. Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) F_{in}C₁I₂</p> <p>3. Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento F_{in}C₁I₃</p> <p>4. Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. F_{in}C₁I₄</p> <p>5. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase F_{in}C₁I₅</p>
<p>2. Interacción entre alumnos</p>	<p>1. Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes F_{in}C₂I₁</p> <p>2. Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos F_{in}C₂I₂</p> <p>3. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión F_{in}C₂I₃</p>

	<p>3. Autonomía</p>	<p>1. Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)</p>	<p>$F_{in}C_3I_1$</p>
	<p>4. Evaluación formativa</p>	<p>1. Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos</p>	<p>$F_{in}C_4I_1$</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">MEDIACIONAL (me)</p>	<p>1. Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)</p>	<p>1. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido</p>	<p>$F_{me}C_1I_1$</p>
		<p>2. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones</p>	<p>$F_{me}C_1I_2$</p>
	<p>2. Número de alumnos, horario</p>	<p>1. El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida</p>	<p>$F_{me}C_2I_1$</p>

	<p>y condiciones del aula</p> <p>2. El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora)</p> <p>3. El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido</p>	<p>$F_{me}C_2I_2$</p> <p>$F_{me}C_2I_3$</p>
	<p>3. Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)</p> <p>1. El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida</p> <p>2. Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema</p> <p>3. Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión</p>	<p>$F_{me}C_3I_1$</p> <p>$F_{me}C_3I_2$</p> <p>$F_{me}C_3I_3$</p>
ECOLÓGICA (ec)	<p>1. Adaptación al currículo</p> <p>1. Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares</p>	<p>$F_{ec}C_1I_1$</p>
	<p>2. Apertura hacia la innovación didáctica</p> <p>1. Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva</p> <p>2. Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo</p>	<p>$F_{ec}C_2I_1$</p> <p>$F_{ec}C_2I_2$</p>

	3. Adaptación socio-profesional y cultural	1. Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes	F _{ec} C ₃ I ₁
	4. Educación en valores	1. Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico	F _{ec} C ₄ I ₁
	5. Conexiones intra e interdisciplinarias	1. Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios	F _{ec} C ₅ I ₁

Fuente: Adaptado de Godino (2011).

Análisis didáctico

Finalmente, luego de recolectar los datos, transcribir las entrevistas, chats de WhatsApp y videos, seleccionar los episodios más relevantes de cada instrumento y técnica aplicada durante el desarrollo del proyecto de intervención y realizar el proceso de codificación, se analizó la información teniendo en cuenta sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor de matemática propuestos en Godino (2009), enfatizando en la dimensión didáctica (que incluye las 6 facetas del modelo CDM: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica).

En este sentido, se apeló al uso de las herramientas metodológicas que ofrece el EOS para realizar un análisis didáctico de los procesos de enseñanza – aprendizaje

desarrollados por el grupo de profesores. El análisis didáctico se entiende como “el estudio sistemático de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular – o de aspectos parciales del mismo – con unas herramientas teóricas y metodológicas específicas” (Godino, 2007, p. 224) que puede ser utilizado como una metodología de investigación educativa (Gallardo y González, 2006) o como una metodología de diseño, implementación y evaluación de programas de formación de profesores de matemáticas (Gómez, 2002), tal como se contempló en este proyecto.

Este estudio sistemático de los procesos de enseñanza – aprendizaje presenta 5 niveles o tipos de análisis que contemplan el análisis de: 1) sistemas de prácticas, 2) los objetos y procesos matemáticos emergentes de la práctica docente, 3) las configuraciones y trayectorias didácticas, 4) las normas y meta normas y 5) la idoneidad didáctica del proceso de estudio (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Font y Wilhelmi, 2008; Pochulu y Font, 2011; Font, 2015).

En este proyecto nos concentramos en el nivel 5 del análisis didáctico. Se adoptaron los indicadores de idoneidad didáctica presentados en la Guía GVID-IM (Godino, 2011) como referentes para identificar los criterios de idoneidad que relacionan los profesores directa, indirecta o implícitamente, en sus diferentes escenarios de actuación (diseño, planeación, enseñanza, observación y reflexión), antes y después de la implementación del proyecto de intervención, para de esta manera evidenciar que efectivamente se presentó un desarrollo de su CDM sobre MM en los profesores al participar de la implementación de los dos ciclos LS.

Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos durante la implementación de las fases (Estudio preliminar, Diseño, Implementación y Valoración) contempladas en la estructura metodológica (ver Figura 15) propuesta para el proyecto de intervención. Por razones de espacio y profundidad se ha realizado una selección cuidadosa de los episodios donde mejor se evidencia el desarrollo del CDM sobre Modelación Matemática a partir del análisis del progreso de las facetas constitutivas de la herramienta criterios de idoneidad didáctica (Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Interaccional, Mediacional y Ecológica).

Estado inicial del CDM sobre MM

Para identificar el estado inicial del CDM sobre MM de los profesores participantes del proyecto, se ejecutó el primer ciclo LS, el cual, se consideró como un diagnóstico de entrada previo al proyecto de intervención, donde se identificaron 81 episodios clave que permitieron visualizar una fotografía inicial del estado de cada una de las facetas que configuran el CDM sobre MM de los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática. De esta manera, en la figura 23, se logra evidenciar la presencia de las 6 facetas que configuran la dimensión didáctica, destacándose la faceta Afectiva, quien logra mantener un rol protagónico durante la implementación del primer ciclo LS en el proyecto.

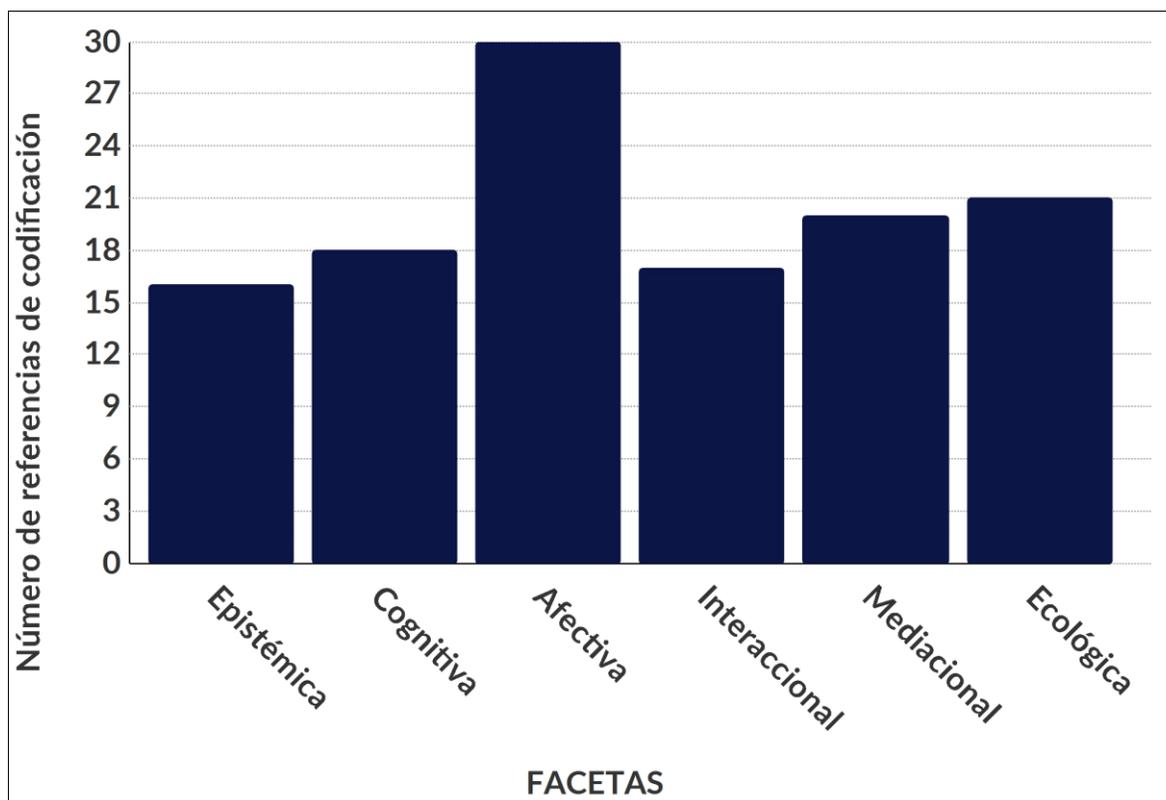


Figura 23. Número de episodios relacionados con cada faceta en el primer ciclo LS.

La prevalencia de la faceta Afectiva sobre las demás, es coherente con las características propias del contexto donde laboran los profesores. Aquí los estudiantes, en su gran mayoría, ven en la escuela un escape a realidades adversas que enfrentan día a día, por lo que resulta necesario tener muy presente durante el diseño y desarrollo de los procesos instruccionales, despertar el interés de los estudiantes por participar, y que vean en el estudio de las matemáticas una opción que les permita superarse como personas y progresar en la vida.

Lo resaltado anteriormente, se ve muy presente en las intervenciones de los profesores al momento de aplicar los diferentes instrumentos y técnicas de captura de información durante la implementación de las etapas del primer ciclo LS, donde relacionaron en una gran cantidad de episodios indicadores que aluden a la importancia de promover la participación de los estudiantes en la clase ($F_{af}C_2I_1$), presentar tareas que sean de su interés ($F_{af}C_1I_1$) y proponer situaciones que le permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional ($F_{af}C_1I_2$).

Ahora bien, pese a que la faceta Afectiva se destacó por ser la que se encontró presente en la mayor cantidad de episodios, fue la faceta Epistémica la más referenciada (ver Figura 24).

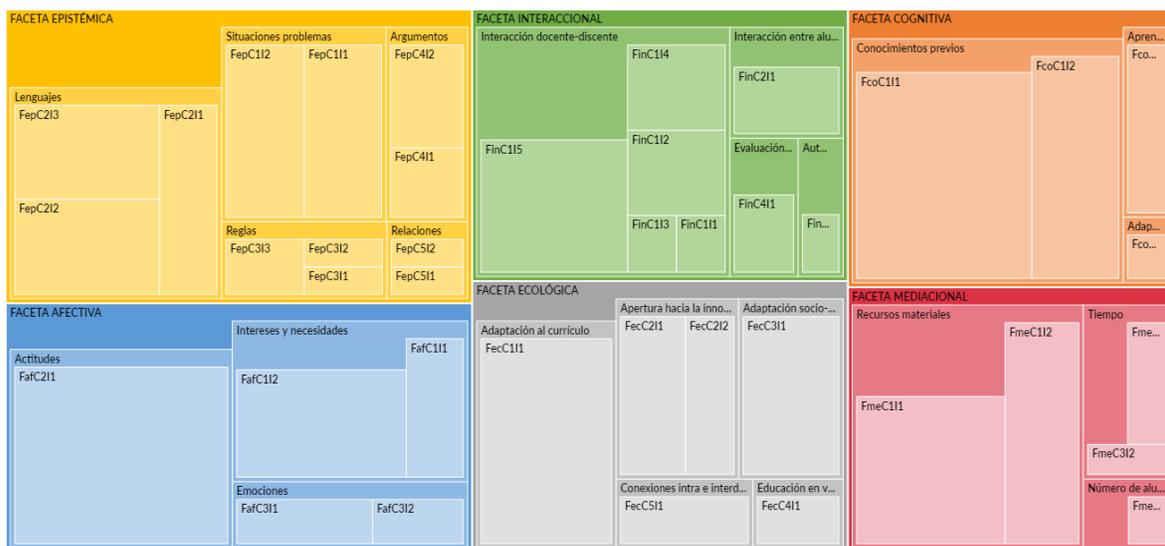


Figura 24. Mapa jerárquico del estado inicial del CDM sobre MM. Elaborado en NVivo.

La presencia de la faceta Epistémica en los diferentes episodios seleccionados durante el primer ciclo LS, en la mayoría de los casos, se corresponde con la importancia dada por los profesores participantes del proyecto, a la preparación y fundamentación matemática que debe tener un docente para la enseñanza de esta ciencia, además de la propuesta de actividades presentadas a los estudiantes durante la planeación (PI) y el desarrollo (CW1) de la lección, en donde se usa un nivel de lenguaje adecuado a los niños ($F_{ep}C_2I_1$), se tiene presente el uso de diferentes modos de expresión matemática ($F_{ep}C_2I_2$). Así mismo, se evidencian momentos en los cuales se hace referencia a situaciones de contextualización, ejercitación, aplicación ($F_{ep}C_1I_1$) y generación de problemas ($F_{ep}C_1I_2$).

Por otra parte, las referencias identificadas de la faceta Ecológica conjugan, en la mayoría de los casos, el dominio de los referentes de calidad que demuestran los profesores ($F_{ec}C_1I_1$) al momento de planear (PI), desarrollar (CW1) y observar (RO1) una lección, o reflexionar sobre su propia práctica (GE2). En lo que respecta a las referencias de la faceta Cognitiva, estas se concentran mayoritariamente en la preocupación que manifiestan los profesores por el dominio de los conocimientos previos que los estudiantes deben tener antes del estudio de la temática propuesta ($F_{co}C_1I_1$) y por proponer actividades que contemplen un nivel de dificultad manejable para los escolares a los cuales se presenta ($F_{co}C_1I_2$).

Las referencias de la faceta Interaccional destacan los episodios en los cuales los profesores se preocupan por facilitar la inclusión de los estudiantes en la dinámica de la clase ($F_{in}C_1I_5$), el uso de diversos recursos retóricos para captar la atención de los

estudiantes ($F_{in}C_1I_4$) y el reconocimiento y atención de los conflictos presentados por los estudiantes durante el desarrollo de las temáticas ($F_{in}C_1I_2$). Y, finalmente, las referencias de la faceta Mediacional, ponderan la importancia del uso de recursos materiales que permitan introducir buenas situaciones que se adapten al contenido pretendido ($F_{me}C_1I_1$) y presentar definiciones y propiedades contextualizadas haciendo uso de modelos concretos ($F_{me}C_1I_2$).

En el siguiente apartado, se presenta un análisis pormenorizado del estado inicial de cada una de las facetas que componen el CDM de los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática. Para esto, se presenta el análisis de episodios puntuales donde se logra identificar la presencia directa, indirecta e implícita de los indicadores y componentes que configuran cada faceta, y luego, se muestra sintéticamente esta información de manera gráfica, mediante la presentación de un mapa jerárquico delimitado en su interior por cada uno de los componentes e indicadores que configuran cada faceta.

Faceta Epistémica

De acuerdo con Pino-Fan y Godino (2015), la faceta Epistémica responde al conocimiento profundo de las matemáticas que debe tener un profesor para planificar, desarrollar y observar con éxito un proceso instruccional, y así mismo, brinda herramientas importantes que contribuyen positivamente a la reflexión sobre su propia práctica. Por esta razón, resulta importante hacer énfasis en el estudio de esta faceta con relación al proceso de modelación matemática, en el discurso y accionar de los profesores.

En la figura 25 se aprecia el número de episodios en los cuales se relaciona la faceta Epistémica en los profesores durante la implementación del primer ciclo LS, distinguiendo: en el eje horizontal, los indicadores y componentes que la configuran; y en el eje vertical, el número de episodios asociados a estos. De esta manera, se logró identificar la presencia de los 5 componentes que conforman la faceta Epistémica (Situaciones problemas, Lenguajes, Argumentos y Reglas), siendo el componente “Relaciones” quien presentó una menor representatividad en la identificación del CDM sobre MM de los profesores durante la implementación del primer ciclo LS.

Al analizar esta figura, se evidenció que el componente “Lenguajes” (Componente 2) fue quien presentó la mayor representatividad al momento de definir el estado inicial de la faceta Epistémica de los profesores con relación al proceso de Modelación Matemática. Este componente resulta determinante para facilitar en los estudiantes el desarrollo de habilidades que promuevan la producción de modelos naturales y matemáticos que permitan dar respuesta a tareas de modelación que se puedan plantear, por lo que su ponderación sobre los demás componentes en el análisis del estado inicial de la faceta Epistémica, es un hecho que vale la pena destacar. Sin embargo, esta prevalencia durante el primer ciclo LS, no va más allá que la presencia implícita en algunos episodios del uso de diferentes modos de expresión matemática ($F_{ep}C_2I_1$), un nivel de lenguaje adecuado a los niños a los que se dirigió ($F_{ep}C_2I_2$) y una propuesta de situaciones de expresión matemática e interpretación ($F_{ep}C_2I_3$).

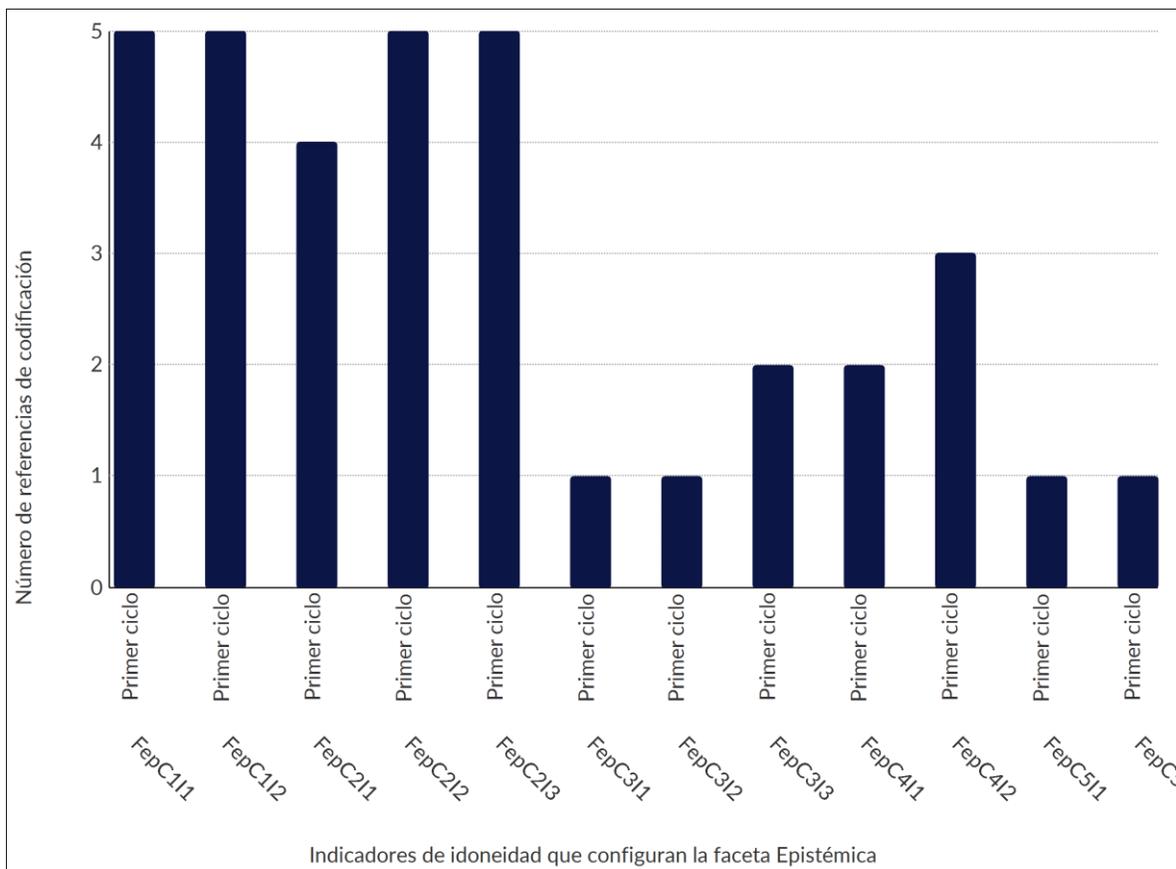


Figura 25. Episodios relacionados con la faceta Epistémica durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

En cuanto al componente “Situaciones problemas” (Componente 1), vale la pena destacar que, en algunos episodios, los profesores resaltaron la importancia de vincular situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación (F_{epC1I1}) y propusieron situaciones de generación de problemas (F_{epC1I2}). Se destaca una tarea en particular presentada por el profesor Y en la Actividad 2 de la guía de aprendizaje presentada como documento de PI, donde se evidencia el abordaje de diferentes subprocesos de modelación matemática implícitos para dar respuesta a la situación problema presentada. Sin embargo,

no explota todo el potencial de la tarea, debido a que no se contempla la formulación de preguntas orientadoras que guíen el proceso de los niños durante su resolución, que los invite a transitar por los diferentes subprocesos de modelación y desarrollar modelos que permitan la solución a la problemática planteada, hecho que contribuiría a un mejor desarrollo del proceso, en términos de los componentes “Reglas” y Argumentos”.

Por su parte, la relación de las acciones y discursos de los profesores con respecto al componente “Argumentos” (Componente 4), se observó en algunos episodios donde se contempló de forma implícita la importancia de explicaciones adecuadas al nivel educativo que se presenten ($F_{ep}C_4I_1$) y la promoción de situaciones que incentiven la argumentación por parte de los estudiantes ($F_{ep}C_4I_2$). Así mismo, en lo que respecta al componente “Reglas” (Componente 3), estuvo presente en ciertos episodios donde se resaltó la importancia de presentar definiciones y procedimientos claros ($F_{ep}C_3I_1$), acordes al nivel educativo al que se dirigen ($F_{ep}C_3I_2$), y proponer situaciones donde los alumnos tengan que discutir sobre definiciones o procedimientos ($F_{ep}C_3I_3$).

Pese a lo anterior, más allá de relaciones implícitas identificadas en el discurso de los profesores al momento de la aplicación de las entrevistas o al reflexionar sobre los resultados del desarrollo de las lecciones, no se evidenció claridad en lo que respecta a la vinculación del proceso de modelación matemático durante la planeación, ejecución y observación de la lección correspondiente al primer ciclo LS. Además, es de resaltar también que el componente “Relaciones”, solo se observó en el análisis de la guía de aprendizaje diseñada a partir del proceso de planeación inicial, donde se lograron

identificar diversos significados asociados con el tópico matemático presentado a los estudiantes, los cuales, se vieron relacionados con procedimientos presentados en el documento y con proposiciones planteadas en los videos referenciados en PI.

A continuación, se expondrán en detalle, algunos episodios que dan cuenta de las relaciones descritas con anterioridad, y que fundamentan la identificación del estado inicial de la faceta Epistémica de los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática, a partir del análisis de los insumos obtenidos durante la aplicación de los diferentes instrumentos y técnicas de recolección de información en el primer ciclo LS.

Las Entrevistas Iniciales presentaron la mayor cantidad de episodios donde se evidenció una relación entre el discurso de los profesores y la faceta Epistémica, en lo que respecta al proceso de Modelación Matemática. Esto indica que cuando los profesores son cuestionados por aspectos específicos vinculados con su práctica docente o su historia profesional, tienen presente elementos propios de la faceta Epistémica, al mencionar la profunda fundamentación matemática que debe orientar la labor del docente de matemáticas cuando desarrolla procesos instruccionales, sin resaltar aún, elementos que se puedan relacionar directamente con el proceso de modelación matemática.

En $EI_2S_1Ep_2$, por ejemplo, cuando el profesor Y es cuestionado sobre ¿Qué sentido tiene para usted enseñar y aprender matemáticas?, se logra observar cuando este afirma que para poder enseñar matemáticas se necesita de preparación en el área, haciendo énfasis en ese conocimiento profundo de las matemáticas al que se refiere puntualmente la faceta

Epistémica del modelo CDM. Si bien, no se menciona directamente, el profesor tiene en cuenta el dominio de los diferentes procesos matemáticos que convergen en los currículos de matemáticas, en donde se incluye la Modelación Matemática.

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[EI₂S₁Ep₂]

Sección II, Pregunta 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“para poder enseñar las matemáticas hay que estar bien preparado y uno se prepara más que todo es conociendo todo lo que esta área nos puede ofrecer y para que el niño aprenda agradablemente y no que las matemáticas se conviertan en un dolor de cabeza. Es que es muy importante la enseñanza como el aprendizaje”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva y Afectiva.

Así mismo, en EI₁S₁Ep₇ se resalta que, el profesor X considera que existen muchas formas de resolver la situación problema planteada y describe una alternativa de solución a la presentada inicialmente. Esta acción evidencia que el profesor entiende que la solución de una tarea puede llevar a la producción, por parte de los estudiantes, de diferentes modelos naturales (formas de entender y simplificar el problema) y matemáticos (solución del problema) para encontrar la solución a la tarea propuesta. Permitiendo de esta manera al profesor, entender las diferentes alternativas de solución que pueden plantear los estudiantes y acompañarlos de mejor manera en el desarrollo del proceso de Modelación Matemática.

Profesor X**Fecha:** 07/05/2020[EI₁S₁Ep₇]

Sección III, Ítem 2, Párrafo 1

Transcripción natural:

“¿Cómo calcular de otra forma el número de personas? Bueno, en sí, debe haber miles de formas. Estamos hablando de que las personas van a estar como ellos quieran, bueno, van a estar ahí. Hay medidas estandarizadas, en internet hay medidas estandarizadas para, dependiendo del tipo de evento que tú quieras hacer. Entonces ahí las medidas estandarizadas te dan distancia por metro cuadrado que van a tener por persona. Entonces simplemente yo tomaría el área disponible del colegio y lo dividiría entre ese valor estandarizado y saldría también el número de personas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica

Fuente: Elaboración propia.

Además, en EI₁S₁Ep₁₀ se identifica la faceta Epistémica en el discurso del profesor X cuando este indica que muchos estudiantes, pese a saber hacer cálculos y procedimientos, presentan dificultades al momento de identificar las variables necesarias para dar solución a una situación problema con características similares a la planteada en la EI, señalando implícitamente las dificultades de los estudiantes para desarrollar tareas que impliquen los subprocesos de matematización y análisis e interpretación de resultados (traducciones lenguaje natural - lenguaje matemático y lenguaje matemático - lenguaje natural).

Profesor X**Fecha:** 07/05/2020[EI₁S₁Ep₁₀]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Es porque muchos de esos estudiantes saben hacer cálculos, procedimientos, pero no saben contextualizar, entonces el problema de eso es que ellos no son capaces, entre comillas, hoy día de ver que el concepto de área de un rectángulo, de algo, se puede relacionar con el número de personas, por ejemplo, que pueden estar en un determinado lugar. Ellos no ven esa relación.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica y Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_1$

En EI₁S₁Ep₁₅, cuando el profesor plantea estrategias para adaptar la situación problema a diferentes niveles de escolaridad, relaciona de forma implícita situaciones que potencialmente podrían ser desarrolladas como tareas de modelación, y que indirectamente desarrollarían habilidades en los estudiantes para la producción de modelos. Se destaca entonces que, en este episodio se logra evidenciar implícitamente una muestra representativa de situaciones generadoras de problemas ($F_{ep}C_1I_1$ y $F_{ep}C_1I_2$) en donde se propone permanentemente a los estudiantes espacios para la generación y negociación de definiciones, proposiciones o procedimientos ($F_{ep}C_3I_3$) a partir de procesos de argumentación ($F_{ep}C_4I_2$).

Profesor X**Fecha:** 07/05/2020[EI₁S₁Ep₁₅]

Sección III, Ítem 8, Párrafo 1: [Línea 10 – Línea 25]

Transcripción natural:

“Y entonces, miramos a ver si de pronto se le anexa un concepto adicional que es el promedio. Entonces ya estaríamos vinculando otro concepto que es el promedio para que, de pronto, se minimicen un poquito los errores. Entonces, ¿Por qué el área de los cuadrados no daría iguales? Por ejemplo, el área de esos 10 niños tomados como referencia. Entonces ellos dirían, “profe porque es que nosotros estamos más apretados, porque tenemos a uno más gordito, porque el otro es más no sé, porque el otro me empujo” bueno, en fin, no hizo la medición la misma persona, pero se estarían buscando herramientas que ellos pensarán en qué está pasando y por qué. Entonces, lógicamente que, si le metemos el concepto nuevo de promedio, entonces, estaríamos ampliando un poquito más el concepto. Y lo ampliamos porque ya se estaría formando como un patrón. En este caso de niños de esa edad... Preguntas que se le podrían hacer... ¿Qué pasaría si fueran adultos? ¿Los adultos cabrían en ese mismo espacio? Yo así lo haría. ¿Tú que crees? ¿Tu papá cabría en ese mismo espacio? Y entonces, vamos a hacer la prueba con los de 11, vamos a decirle que entren a ese cuadrado que entraron los 10, que entren los de 11 a ver si caben. Entonces ellos empezarán como que a ver un pocotón de relaciones... Dicen, no, no caben ahí. Ahora les preguntaría, ¿Por qué ellos no caben ahí? y entonces, como dicen por ahí, nos pare la chiva. Entonces empezarán el concepto de masa y estaríamos metiéndonos con otras materias de relación, estaríamos metidos con cosas corporales, con que este es gordito, este es más alto, este más bajo.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Interaccional y Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Situaciones problemas, Reglas y Argumentos (Epistémica), Interacción docente-discente y Evaluación formativa (Interaccional) y Conexiones intra e interdisciplinares (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C1I1$, $F_{ep}C1I2$, $F_{ep}C3I3$, $F_{ep}C4I2$, $F_{in}C4I1$, $F_{ec}C4I1$.

Luego, durante la planeación y desarrollo de la lección inicial se destaca que el profesor Y logra vincular en cada momento de la clase (exploración, conceptualización, cierre y evaluación), situaciones de la vida real y de la cotidianidad de los estudiantes donde se señala la aplicación de los tópicos matemáticos estudiados, evidenciando un primer acercamiento por parte del profesor con una práctica que considera el proceso de modelación matemática como un medio orientador de una lección de matemáticas.

Un ejemplo que evidencia la presencia implícita de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática durante la planeación y desarrollo de la lección inicial, es la información que se muestra en los video que el profesor Y comparte en los momentos de exploración (ver Figura 26) y desarrollo de la clase (ver Figura 27), donde se presentan diversas situaciones de contextualización, ejercitación, aplicación ($F_{ep}C1I1$), generación de problemas ($F_{ep}C1I1$), expresión matemática e interpretación ($F_{ep}C2I3$), haciendo uso de un lenguaje apropiado para los niños a los que se dirige ($F_{ep}C2I2$).



Figura 26. Video: Historia de los números negativos. Captura del video contenido en <https://www.youtube.com/watch?v=aKsgLhrbQMs>.

Los Números Enteros → Aplicaciones

Variaciones de temperatura	{	<p>Sobre cero → Enteros positivos</p> <p>Bajo cero → Enteros negativos</p>
Desplazamientos	{	<p>Hacia la derecha → Enteros positivos</p> <p>Hacia arriba → Enteros positivos</p> <p>Hacia la izquierda → Enteros negativos</p> <p>Hacia abajo → Enteros negativos</p>
Estados financieros	{	<p>Ganancia Enteros positivos</p> <p>Deudas Enteros negativos</p>

una ganancia de \$40 = +40
una pérdida de \$40 = -40

Figura 27. Video: Los números enteros – Ejemplos y ejercicios. Captura del video contenido en

https://www.youtube.com/watch?v=DkRXynXBJGM&ab_channel=JorgeCogollo.

Además, en PIS₂Ep₈ el profesor presenta una actividad, en la cual, se genera un espacio para que los estudiantes busquen comprender por qué se presenta una problemática particular en su comunidad, y traten de idear una solución a la misma usando argumentos matemáticamente válidos que se relacionen con la temática estudiada (F_{ep}C₄I₂). Esta situación contribuye positivamente con el desarrollo del proceso de Modelación Matemática en los escolares, debido a que se plantean situaciones que permiten valorar la utilidad de las matemáticas en la vida real (F_{af}C₁I₂) y se busca propiciar en los estudiantes la reflexión y el pensamiento crítico (F_{ec}C₄I₁) partiendo de la generación de problemas (F_{ep}C₁I₂).

Profesor Y

Fecha: 17/09/2020

[PIS₂Ep₈]

Páginas 5 y 6, Sección: Actividad 2.

Transcripción natural:

“Resuelve los siguientes ejercicios:

- 1. Representa en la recta numérica los siguientes números enteros: -3, 5, 1 y -6. Realizas una recta numérica y encierras en un círculo los números indicados.*
- 2. Expresa el valor absoluto de -2, 5 y -4.*
- 3. Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros -5, 0, 5, -1 y 2, utilizando el símbolo que corresponda (< o >).*

4. Sofía tenía \$25000 en su alcancía, el sábado le regalaron \$ 55000 por su cumpleaños y quiere comprar un celular que le cuesta \$96000. ¿Puede hacerlo con su dinero o tiene que ahorrar algo más? ¿Cuánto dinero le sobra o le falta?

5. Menciona una situación de tu calle o sector que consideres afecta a muchos habitantes de tu comunidad. Puede ser: falta de luz, falta de agua, falta de alcantarillado u otra, responde: ¿por qué crees tú que se presenta y como se podría mejorar esa situación?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Situaciones problemas, Argumentos (Epistémica),

Conocimientos previos, Aprendizajes (Cognitiva), Intereses y necesidades (Afectiva),

Adaptación al currículo, Educación en Valores (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): F_{ep}C₁I₂, F_{ep}C₄I₂, F_{co}C₁I₁, F_{co}C₁I₂, F_{co}C₃I₁, F_{af}C₁I₂, F_{ec}C₁I₁,

F_{ec}C₄I₁.

La reflexión efectuada por los profesores sobre su propia práctica permitió identificar también elementos de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática. Es así como, en GE2S₄Ep₁₆ el profesor X comenta que existe una subutilización del video compartido a los estudiantes, dado que se debió presentar una explicación que permitiera compartir conclusiones respecto a las aplicaciones de la temática estudiada en la vida real.

Teniendo en cuenta que según Barbosa (2001), en los diferentes casos que se pueden presentar tareas de modelación a los estudiantes siempre se sugiere un

acompañamiento por parte del docente, resulta relevante que el profesor X declare la importancia de explicar a los estudiantes la utilidad de los números enteros en la vida real, debido a que, tal como se declaró en episodios anteriores, resalta un acercamiento importante al desarrollo de un proceso instruccional orientado por el proceso de Modelación Matemática.

Sin embargo, también se debe destacar que en este episodio no se tienen en cuenta aspectos que deberían ser resaltados, tales como la potencialidad del video como excusa para generar espacios en donde los mismos estudiantes, intenten dar solución a problemáticas que identifiquen en su cotidianidad, utilizando argumentos matemáticos válidos ($F_{ep}C_4I_2$) que den cuenta de los aprendizajes adquiridos durante el desarrollo de la lección, lo cual, sería un punto de partida importante para la inmersión de los estudiantes en la dinámica de solución de tareas de Modelación Matemática.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S₄Ep₁₆]

Sección II, Acción 5, Intervención 1: [Línea 3 – Línea 12]

Transcripción natural:

“A mí me llamaron la atención, dos cosas, una que la niña le dijo “profe, no puedo ver el video”, entonces, hubo un tiempo como de silencio en el cuál la niña siguió con el problema. Entonces, creo que ahí hizo falta que se pudiera acompañar con imágenes, haber creado un plan alternativo, en ese sentido. Creo que ahí podemos mejorar, porque me ha pasado que el estudiante me dice “no me carga el video” y pues yo le paso imágenes y al final lo explico... no vi esa explicación final de cierre del profesor. Entonces, como

cosas por mejorar considero que debe haber un cierre, porque había cosas importantes. Ahí aparece puntualmente dónde se aplican los números enteros, posicionamiento, desplazamiento, la medición de temperatura (sobre el nivel del mar, bajo el nivel del mar), los problemas financieros... ahí lo dice, pero quedó ahí. Considero que el potencial que tenía el video se subutilizó, se pudo haber agarrado más de ese video, de pronto, como para hacer un cuadrito o algo que les quedara a los estudiantes.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Argumentos (Epistémica), Interacción docente-discentes (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C4I1$, $F_{in}C1I5$.

En contraste, en el episodio GE2S4Ep19, el profesor X resalta que la situación planteada en la actividad 2, invita a que los niños busquen en las matemáticas argumentos necesarios para dar solución a una problemática específica que vivencian en su cotidianidad, lo cual, resulta esencial para el fortalecimiento de habilidades en los estudiantes que le permitan, reconocer en la producción de modelos naturales y matemáticos, una alternativa de solución a problemáticas que enfrenten en su diario vivir.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep19]

Sección II, Acción 8, Intervención 2: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Bueno, la actividad 2 es mucho más puntual. Ya las situaciones que se plantean son más concretas, el estudiante tenía que hacer cierto tipo de procedimiento matemático, realizar operaciones y hacer investigación. En ese sentido, me pareció la última pregunta muy pertinente porque los estudiantes tienen que meterse en ese cuento, de no solamente vivir el problema, sino de que lo analicen y de que traten de buscar soluciones y mirar, en qué sentido, las matemáticas le pueden aportar soluciones para que en un futuro ellos no vayan a seguir padeciéndolo.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Argumentos (Epistémica), Intereses y necesidades (Afectiva).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_4I_2$, $F_{ep}C_1I_2$.

También se distinguen momentos donde los profesores presentan aportes que posibilitan acciones para el mejoramiento de la lección inicialmente planificada, teniendo en cuenta, elementos propios de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática. Por ejemplo, en GE2S4Ep18 el profesor X, atendiendo a que la intencionalidad del proyecto se fundamenta en el desarrollo de procesos instruccionales basados en tareas de Modelación Matemática, señala explícitamente la ausencia, en la actividad 1, de situaciones que motiven a los estudiantes a "resolver problemas", resaltando de esta manera, la importancia del indicador "Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)", contenido en el componente "Situaciones problemas" de la faceta Epistémica.

Profesor X**Fecha:** 23/09/2020

[GE2S4Ep18]

Sección II, Acción 6, Intervención 2: [Línea 1 – Línea 3]

Transcripción natural:

“Yo me quedé pensando en cuál fue la intencionalidad de esa actividad. Porque estamos tratando de desarrollar actividades para resolver problemas y esta primera actividad me llamó la atención porque la vi limitada a que los estudiantes identificaran los signos.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica.

Componente(s) asociado(s): Situaciones problema.

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_1I_2$.

En síntesis, luego de realizar un análisis pormenorizado de los diferentes instrumentos y técnicas aplicadas durante el primer ciclo LS, en la Figura 28 se presenta un mapa jerárquico que representa gráficamente el estado inicial de la faceta Epistémica en los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática. Un mapa jerárquico es una gráfica que pondera la representatividad, por medio de la delimitación de áreas, que representan el número de referencias de las diferentes subcategorías de análisis de un estudio, que hacen parte de una categoría más general. En este caso, un área sombreada mayor, indica una mayor representatividad y señala que se identificaron un mayor número de episodios relacionados con los componentes e indicadores (subcategorías de análisis) que configuran la faceta Epistémica (categoría general).

En la Figura 28 se puede apreciar el mapa jerárquico que representa gráficamente el estado inicial de la faceta Epistémica en los profesores. Se evidencia que el componente “Lenguajes” ocupa la mayor área delimitada al interior de la faceta, lo que significa que se ve identificada en más episodios durante el análisis del primer ciclo LS.

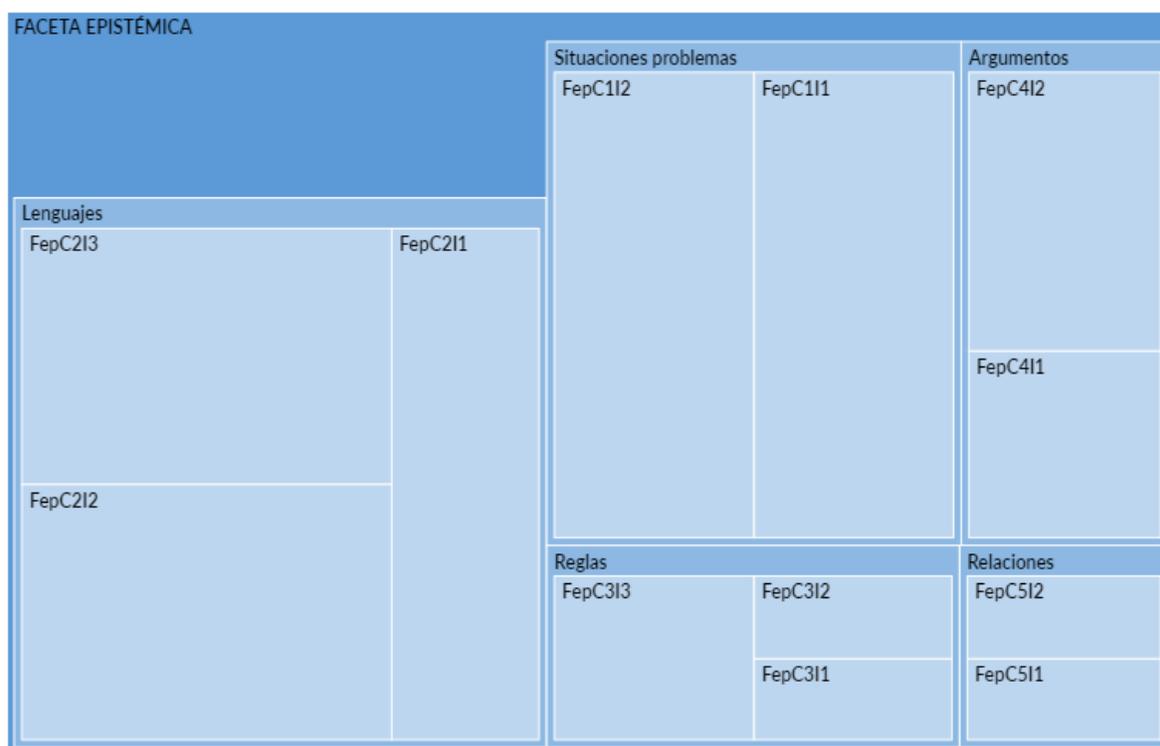


Figura 28. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.

Faceta Cognitiva

La faceta Cognitiva, según lo indican Pino-Fan y Godino (2015), responde al conocimiento que debe tener un profesor sobre aquellos posibles errores y/o dificultades que presente un estudiante cuando se enfrenta a determinada temática o actividad, y a las

habilidades propias de la práctica que le permiten diseñar y planificar procesos instruccionales acordes al nivel educativo de los estudiantes al que se dirige. Dada la importancia de esta faceta en el desarrollo de procesos instruccionales de calidad y el impacto que este puede tener en el aprendizaje de los estudiantes, resulta importante hacer un énfasis especial en el estudio de esta faceta, en función del proceso de Modelación Matemática, al momento de analizar el discurso y accionar de los profesores y definir el estado inicial de su CDM sobre MM.

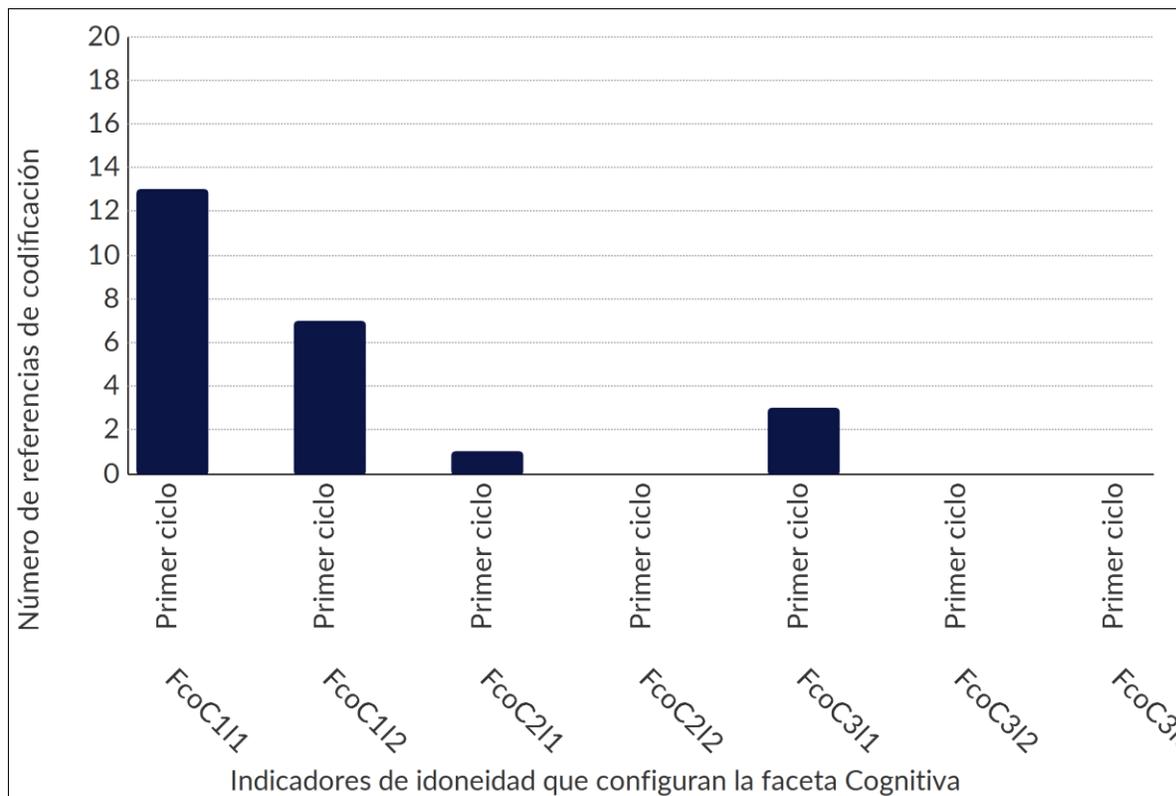


Figura 29. Episodios relacionados con la faceta Cognitiva durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

Una fotografía a priori del estado inicial de la faceta Cognitiva permite afirmar que, pese a identificar los 3 componentes que configuran esta faceta durante el análisis del primer ciclo LS, resulta evidente la prevalencia que tiene el componente “Conocimientos previos” y la escasa participación de los componentes “Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales” y “Aprendizajes”, tal como se muestra en la figura 29.

La prevalencia evidente de los indicadores contenidos en el componente “Conocimientos previos” al referirnos al estado inicial de la faceta Cognitiva, evidencia la importancia otorgada por los profesores a la definición de unos conocimientos previos necesarios para el desarrollo de cada una de las actividades propuestas durante la planeación y desarrollo del proceso instruccional ($F_{co}C_1I_1$), y al establecimiento de un nivel de dificultad acorde al nivel educativo de los estudiantes a los cuales se dirige ($F_{co}C_1I_2$).

En contraste, la presencia del componente “Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales” se vio limitada al argumento usado por el profesor Y durante la aplicación de la EI, donde se contemplaron actividades de ampliación o refuerzo, como una alternativa para afrontar los errores y las dificultades presentadas por los estudiantes durante el desarrollo de un proceso instruccional ($F_{co}C_2I_1$); y del componente “Aprendizajes” a una actividad evaluativa donde el profesor buscó valorar si los alumnos lograron la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas ($F_{co}C_3I_1$).

Sumado a lo resaltado anteriormente, se debe destacar que, tal como ocurrió durante el análisis de la faceta epistémica, más allá de relaciones implícitas en el discurso y accionar de los profesores, no se evidenció una vinculación directa del Proceso de Modelación Matemática al analizar las sesiones de trabajo desarrolladas por los profesores durante la implementación del primer ciclo LS. Además, fueron muchos los indicadores de idoneidad correspondientes a la faceta Cognitiva que no se vieron relacionados implícita, indirecta o directamente en alguno de los episodios seleccionados en la fase inicial, especialmente los contenidos en los componentes “Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales” y “Aprendizajes”, por lo que resulta importante prestar especial atención a su desarrollo.

Los episodios relacionados con la faceta Cognitiva se vieron identificados mayormente durante el análisis de las Entrevistas iniciales. Esto indica que los profesores al ser cuestionados por aspectos específicos de su práctica docente o su historia profesional, tienen presente los errores y/o dificultades que pueden presentar los estudiantes al enfrentarse al desarrollo de un proceso instruccional basado en tareas de modelación. Razón por la cual, toman las medidas necesarias para adecuar el nivel de dificultad de las actividades presentadas, a las necesidades del estudiantado.

En EI₂S₁Ep₂, por ejemplo, el profesor Y además de relacionar elementos de la faceta Epistémica analizados anteriormente, cuando es cuestionado sobre ¿Qué sentido tiene para usted enseñar y aprender matemáticas? señala que, además de la enseñanza, el aprendizaje juega un rol fundamental al momento de planificar e implementar un proceso

instruccional, relacionando de esta manera que, la preparación del profesor, además de centrarse en una comprensión profunda de las matemáticas, también debe prestar especial atención en suplir con las necesidades de los estudiantes, para que estos puedan aprender de la mejor manera.

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[EI₂S₁Ep₂]

Sección II, Pregunta 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“para poder enseñar las matemáticas hay que estar bien preparado y uno se prepara más que todo es conociendo todo lo que esta área nos puede ofrecer y para que el niño aprenda agradablemente y no que las matemáticas se conviertan en un dolor de cabeza. Es que es muy importante la enseñanza como el aprendizaje”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva y Afectiva.

Además, en EI₂S₁Ep₄, el profesor Y, cuando señala que le gustaría que los niños lleguen con unos conocimientos básicos al bachillerato, también resalta la importancia del dominio de unos conocimientos previos por parte de los estudiantes para el desarrollo de un proceso instruccional efectivo. De esta manera, se logra apreciar la relación implícita entre la afirmación del profesor y el indicador "Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema", contenido en el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva.

Profesor Y	Fecha: 03/05/2020
[EI ₂ S ₁ Ep ₄]	Sección II, Pregunta 7, Párrafo 2: [Línea 6 – Línea 7]
Transcripción natural:	
<p><i>“me gustaría que cuando el estudiante llegue al bachillerato, llegue con unos conocimientos básicos.”</i></p>	
Elementos del CDM vinculados al episodio:	
<p><i>Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.</i></p>	
<p><i>Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.</i></p>	
<p><i>Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁.</i></p>	

En EI₁S₁Ep₈, cuando se cuestiona al profesor X por ¿Qué conocimientos cree que necesitaría un estudiante para resolver esta situación problema?, identifica con claridad los conocimientos básicos que el estudiante necesitaría para dar respuesta a la situación problema planteada, evidenciando en su comentario que tiene las competencias suficientes para cumplir con el indicador "Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema", contenido en el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva. Pese a esto, el razonamiento del profesor se ve limitado a conceptos básicos que debe tener el estudiante, y no considera el desarrollo de habilidades y competencias clave, que resultan necesarias para dar solución a tareas de modelación en diferentes escenarios.

Profesor X	Fecha: 07/05/2020
[EI ₁ S ₁ Ep ₈]	Sección III, Ítem 3, Párrafo 1
Transcripción natural:	

“Bueno aquí se necesitaría el área de figuras básicas convencionales, se necesitaría proporciones, razones y las operaciones básicas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_1$

En episodios como EI₁S₁Ep₁₀, por su parte, se evidencia la preocupación de los profesores al señalar dificultades propias de sus estudiantes al enfrentarse a actividades como la presentada, destacando de esta manera, que los niños pueden presentar dificultades al momento de realizar procesos de "contextualización" o asocio de los tópicos matemáticos con situaciones reales, hecho que se encuentra estrechamente ligado con el subproceso de matematización inmerso en el proceso de Modelación Matemática.

Profesor X

Fecha: 03/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₀]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Es porque muchos de esos estudiantes saben hacer cálculos, procedimientos, pero no saben contextualizar, entonces el problema de eso es que ellos no son capaces, entre comillas, hoy día de ver que el concepto de área de un rectángulo, de algo, se puede relacionar con el número de personas, por ejemplo, que pueden estar. Ellos no ven esa relación.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica y Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁

Así mismo, el profesor X manifiesta en EI₁S₁Ep₁₁ que los niños de su institución presentan dificultades en la manipulación de instrumentos de medición, y considera que esta debe ser una competencia clave a desarrollar previamente con los estudiantes, para que puedan enfrentarse a situaciones como la planteada en la EI. De esta manera, se interpreta una relación implícita entre el mensaje transmitido por el profesor en su discurso y el indicador "Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema", en función de los conocimientos previos que este considera necesarios para el abordaje, por parte de los estudiantes, de la tarea de modelación presentada.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₁]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 4 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Y hay otro problema, que es que no saben utilizar instrumentos de medición, entonces, la mayoría de las veces con los ejercicios de área se les pinta el dibujo incluso al estudiante, pero no se le dice, mida eso. Entonces él ni conoce el instrumento.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva y Mediacional

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva) y Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁

La presencia del componente “Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales” resultó implícito en EI₂S₁Ep₇, donde el profesor Y señala de una forma muy general que, cuando un estudiante no alcanza los objetivos de aprendizaje estipulados, necesariamente se debe iniciar un proceso de refuerzo donde se identifiquen las dificultades y se fortalezca la comprensión de los tópicos necesarios para llevar a cabo la solución de la situación problema planteada. De esta manera, se puede evidenciar que de una forma implícita el profesor resalta la importancia del indicador "Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo" para proceder ante situaciones que impliquen dificultades por parte de los estudiantes para la solución de este tipo de tareas.

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[EI₂S₁Ep₇]

Sección III, Ítem 6, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 2]

Transcripción natural:

“Tocaría iniciar un proceso de refuerzo de mirar. Cada estudiante es único, él presenta unas condiciones propias... Mirando donde está presentando esas dificultades ahí se orientaría el proceso.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales.

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₂I₁.

Así mismo, la faceta Cognitiva también tiene presencia al momento de la planeación (PI) y desarrollo de la lección (CW1), puntualmente en PIS₂Ep₅, donde el profesor plantea una actividad con un nivel de dificultad acorde al grado de escolaridad de los estudiantes a los que se dirige ($F_{co}C_1I_2$), asegurándose previamente, mediante la presentación de un video explicativo (ver Figura 27), de que estos tuviesen los conocimientos previos requeridos ($F_{co}C_1I_1$).

Profesor Y

Fecha: 23/09/2020

[PIS₂Ep₅]

Página 3, Sección: Actividad 1.

Transcripción natural:

“A) ¿Qué signo le asignamos a una cantidad negativa?”

B) Si subimos cinco metros (5m), en los cerros que hay en el pueblo, ¿qué signo representaría ese ascenso?”

C) El submarino se encuentra a 50 m, en el fondo del mar, ¿qué signo representaría esa situación?”

D) La temperatura promedio de la Gran vía es de 30° C, ¿qué signo representaría esa situación?”

E) ¿Con que signo representaríamos la pérdida de un dinero?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_1$, $F_{co}C_1I_2$.

Finalmente, al momento de reflexionar sobre su propia práctica (GE2), los profesores también lograron relacionar de forma implícita, elementos afines con la definición dada a la faceta Cognitiva y a los componentes e indicadores contenidos en esta. En GE2S4Ep10, por ejemplo, se señala que, previo al desarrollo de la lección, se planificó el estudio por parte de los estudiantes de los temas que se abordarían, evidenciando la presencia del indicador "Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)", contenido en el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva.

Profesor Y

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep10]

Sección II, Acción 1, Intervención 2: [Línea 3 – Línea 4]

Transcripción natural:

“la idea era que los estudiantes ya tuviesen, más o menos, conocimientos de que temáticas se iban a tratar, cómo se iban a desarrollar.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁.

Además, en GE2S4Ep17 también se resalta la importancia de identificar si los alumnos alcanzaron los objetivos pretendidos. En este sentido, implícitamente se evidencia la presencia del indicador "Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos

logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas", contenido en el componente "Aprendizaje" de la faceta Cognitiva.

Profesor Y

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep17]

Sección II, Acción 6, Intervención1: [Línea 1 – Línea 2]

Transcripción natural:

“los resultados fueron los que se esperaban, los niños enviaron acertadamente las respuestas y se pudo alcanzar el objetivo. Las respuestas de ellos fueron 100% acertadas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Aprendizaje.

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₃I₁.

En definitiva, el estado inicial de la faceta Cognitiva de los profesores se resume y representa gráficamente mediante el mapa jerárquico que se presenta en la Figura 30.

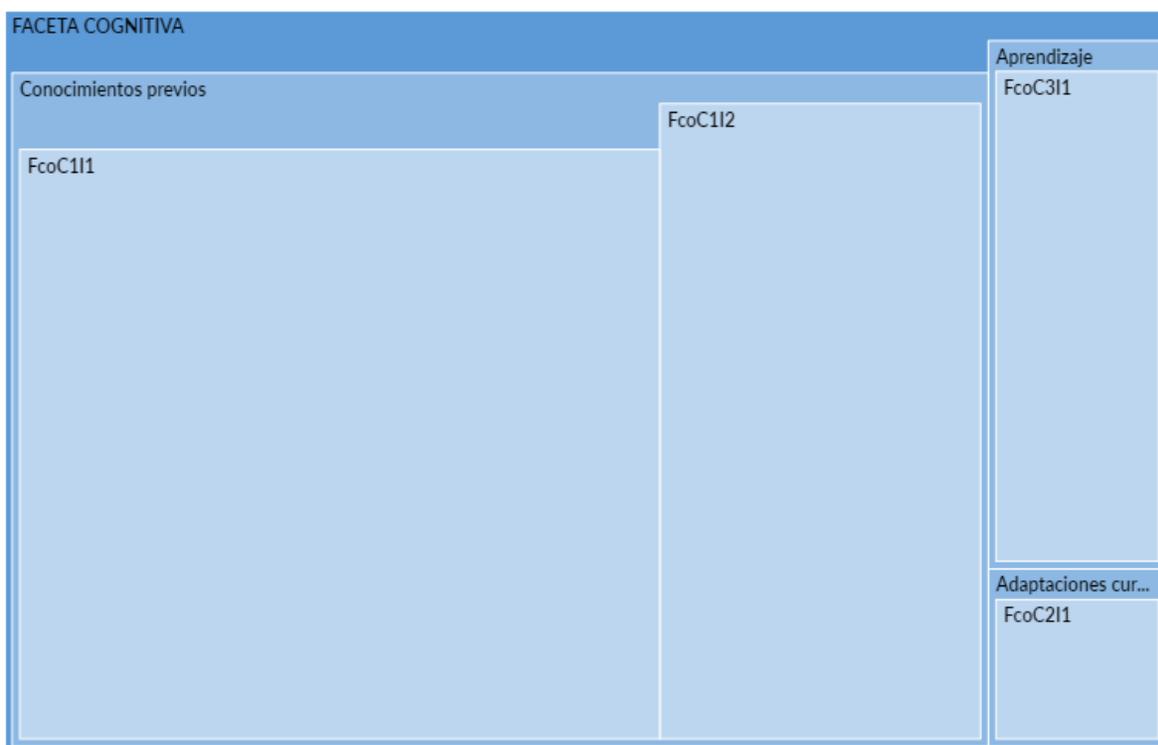


Figura 30. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.

Faceta Afectiva

La faceta Afectiva, o Emocional, en términos de Breda y Lima (2016), responde a las habilidades que necesita el docente de matemáticas para presentar a sus estudiantes situaciones que despierten su interés, que se relacionen con situaciones de la vida real, que lo motiven a participar y le permitan evidenciar la utilidad de las matemáticas en la cotidianidad. El contexto en que se presenta este proyecto y en el que se ubica la institución educativa, confluyen como factores que determinan la importancia de desarrollar la faceta Afectiva en los profesores, dado que los estudiantes tienen la necesidad de sentir una

motivación especial hacia el estudio, más que todo en épocas de educación remota donde los más afectados han sido los niños y jóvenes escolares de los entornos rurales.

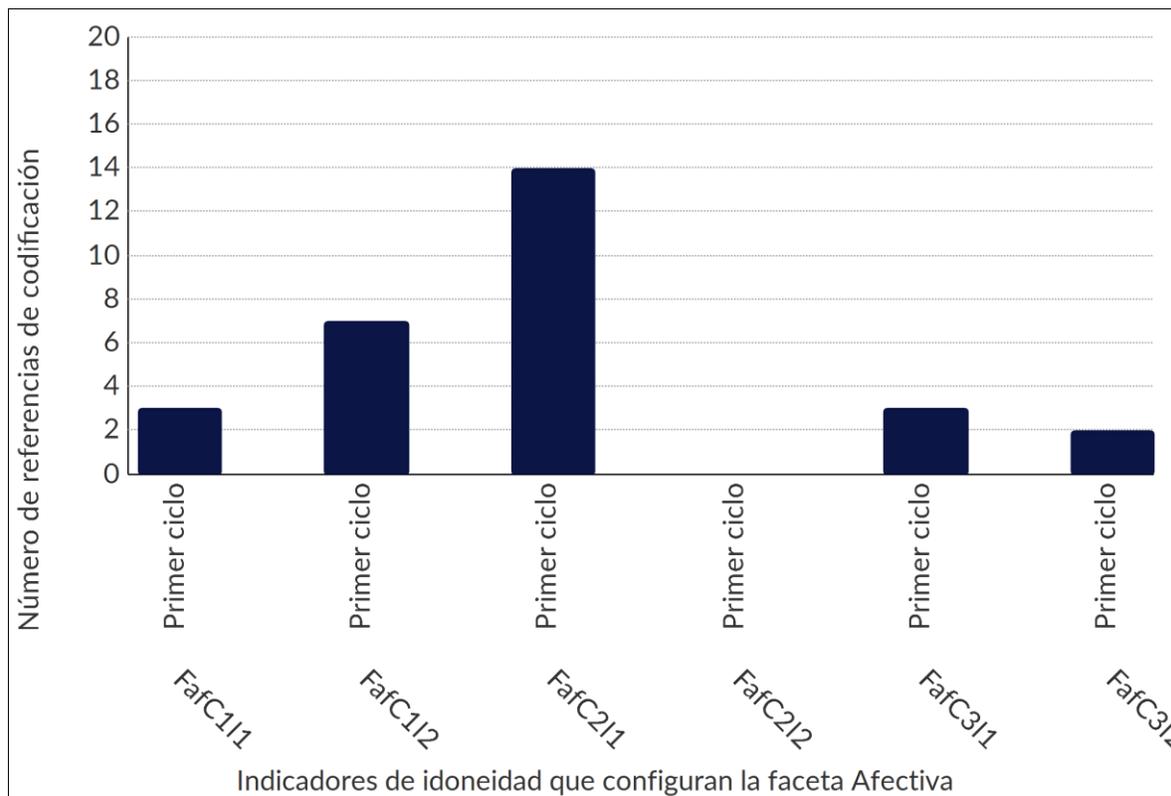


Figura 31. Episodios relacionados con la faceta Afectiva durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

El indicador “Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.”, contenido en el componente “Actitudes” (45%), resultó ser el más representativo al momento de identificar el estado inicial de la faceta Afectiva en los profesores, seguido por los componentes “Intereses y necesidades” (39%) y “Emociones” (16%), tal como se muestra en la Figura 31.

Pese a que la mayor representatividad al interior de la faceta Afectiva se le atribuye al componente “Actitudes”, solo se aprecia uno de sus indicadores ($F_{af}C_2I_1$) presente en los episodios seleccionados durante el primer ciclo LS. Esto indica la importancia que le atribuyen los profesores, mientras planean, ejecutan, observan y reflexionan, a la participación de los estudiantes durante el desarrollo de la lección, sin embargo, también deja en manifiesto la necesidad de trabajar en la generación de espacios que favorezcan la argumentación por parte de los estudiantes en situaciones de igualdad ($F_{af}C_2I_2$).

Así mismo, se destaca la importancia que le atribuyen los profesores al hecho de transmitir un mensaje a los estudiantes que les permita valorar la utilidad de las matemáticas en su vida ($F_{af}C_1I_2$) y, pese a que el componente “Emociones” fue el que presentó la menor representatividad, resulta relevante la presencia de los indicadores “Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.” y “Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.” en algunos de los episodios seleccionados del primer ciclo LS.

Al analizar el discurso de los profesores durante la aplicación de las EI se logró identificar una relación del discurso de los profesores con elementos importantes de la faceta Afectiva. En $EI_1S_1Ep_1$, por ejemplo, cuando el profesor X pretende que los estudiantes vean las matemáticas como algo agradable, sin detallar en explicaciones durante su discurso, destaca implícitamente que un buen profesor de matemáticas debe preocuparse

por despertar el interés de los estudiantes hacia las matemáticas, lo cual, hace alusión al componente "*Intereses y necesidades*", contenido en la faceta Afectiva.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 8 – Línea 10]

Transcripción natural:

“Entonces tenemos que tratar de buscar ese interés por esa disciplina que tiene una cantidad de secretos, pero que a medida que uno empieza a descubrirlos hace que se vuelvan las cosas relativamente fáciles y agradables.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades.

Así mismo, en EI₁S₁Ep₃, el profesor X destaca la importancia de brindarle la confianza al estudiante para manifestar sus dudas respecto a los temas tratados en clase, por lo que se logra identificar de manera implícita el indicador "Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas", el cual, pertenece al componente "Emociones".

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₃]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 11 – Línea 15]

Transcripción natural:

“Tenemos que crear un ambiente chévere, cordial, que el estudiante sienta esa confianza con uno, para que de pronto en determinado momento sea capaz de decir “ey profe, no entendí” y uno tenga esa confianza y familiaridad de decir “Eso es por este lado, o busca este otro lado o metete por este otro lado” hasta que se logre que esa comunicación sea una comunicación que fluya de manera normal, que los estudiantes se apropien.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva e Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Emociones e Interacción docente-discente (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_3I_1$, $F_{in}C_1I_2$ y $F_{in}C_1I_5$.

Además, en EI₂S₁Ep₃, el profesor Y resalta la importancia de que los estudiantes cuenten con ganas de participar de la lección, como un factor fundamental para el desarrollo del proceso instruccional efectivo, destacando de esta manera, implícitamente el indicador “Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.”, contenido en el componente “Actitudes” de la faceta Afectiva.

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[EI₂S₁Ep₃]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“también se necesita para ser un buen profesor, vocación, porque realmente nosotros cuando entramos a un salón de clases si no sentimos ese afecto, si no nos conectamos

con los estudiantes, las clases se nos van a volver a nosotros difícil, complicado, porque la actitud del estudiante no va a ser con esas ganas de poder participar.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$.

También se resalta que en EI₁S₁Ep₁₄ el profesor X manifiesta un interés particular en presentar la actividad como un "juego", en el sentido de que desea mostrar la tarea de una forma interesante para los estudiantes, evidenciando de forma implícita, la presencia del indicador "Las tareas tienen interés para los alumnos" contenida en el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₄]

Sección III, Ítem 8, Párrafo 1: [Línea 4 – Línea 8]

Transcripción natural:

“En qué medida, por ejemplo, puedes tú crear un ambiente académico que le permita no solamente saber esa pregunta, sino también cualquier otra pregunta. Entonces, yo iniciaría lógicamente un trabajo colectivo, sabes. De pronto, una experiencia muy particular, así como te la describí en un comienzo, una experiencia particular. Y hasta de pronto sin que ellos se den cuenta como yo te decía, sino que, así como una actividad libre, como un juego.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional y Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Intereses y Necesidades (Afectiva), Interacción entre alumnos (Interaccional) y Recursos materiales (Mediacional)

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_1I_1$, $F_{in}C_2I_1$, $F_{me}C_1I_2$.

El proceso de reflexión y discusión GE2 que dio como resultado la definición del objetivo de enseñanza a largo plazo, permitió identificar en GE1S2Ep4 que, los profesores al ser consultados por los aprendizajes que se pueden considerar valiosos para los estudiantes, mencionan la relevancia de presentar a los estudiantes la importancia de las matemáticas en su cotidianidad, resaltando las cualidades de la matemática para despertar su entusiasmo y compromiso con el estudio de esta ciencia, lo cual, justifica y relaciona el propósito del estudio, en función de la vinculación de la Modelación Matemática como un medio para la enseñanza de las matemáticas, que responde a las necesidades y objetivos a largo plazo que se han estipulado a nivel institucional. Así mismo, se deja en evidencia la presencia implícita de los indicadores “Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.” y “Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.”, contenidos en los componentes “Intereses y necesidades” y “Emociones” de la faceta Afectiva.

Profesor X

Fecha: 04/06/2020

[GE1S2Ep4]

Primer momento, Intervención 12: [Línea 7 – Línea 14].

Transcripción natural:

“Yo considero que, de pronto, todos los estudiantes allá en nuestro entorno tienen ese potencial de ser grandes matemáticos, lo que pasa es que no tienen hábitos de matemáticos, entonces, paciencia, disciplina, constancia, pasión, son cosas que debemos enseñarles a ellos, que de pronto no tienen nada a veces que ver con las matemáticas, pero sí que un estudiante, por ejemplo, sienta esa pasión, ese deseo de ver que todo lo que está a su alrededor hace parte de un número o está constituido por un número. Entonces, yo propondría que los aprendizajes fueran aprendizajes que tuvieran más que todo como valoraciones hacia la importancia de las matemáticas para su entorno.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades y Emociones.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C1I2$, $F_{af}C3I2$.

Fuente: Elaboración propia.

El instrumento PI también contribuyó de gran manera en la identificación del estado inicial de la faceta Afectiva de los profesores. En PIS₂Ep₁, por ejemplo, se resalta el apartado de la guía de aprendizaje donde el profesor Y pretende plantear una situación que motive al estudiante a reflexionar sobre la aplicabilidad de las matemáticas en situaciones de la cotidianidad, hecho que se relaciona con el indicador "Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional", contenido en el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva.

Profesor Y

Fecha: 17/09/2020

[PIS₂Ep₁]

Página 2, Sección: pregunta problematizadora.

Transcripción natural:

“¿para qué nos sirve resolver situaciones matemáticas, empleando los números enteros, positivos y negativos en situaciones concretas y en nuestro diario vivir?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades.

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₂.

Durante el desarrollo de la lección (CW1) se identificaron también muchos episodios donde se promovía la participación de los estudiantes en las actividades propuestas. En CW1S₃Ep₁, por ejemplo, el profesor Y apela a un tema presente en el día a día de los estudiantes para motivarlos a participar por primera vez en la clase. En este sentido, en la práctica del profesor se evidencia la presencia del indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes" de la faceta Afectiva.

Profesor Y**Fecha:** 22/09/2020[CW1S₃Ep₁]

Intervención profesor 11:06 a.m.

Transcripción natural:

“En la guía aparece unas reflexiones sobre los autocuidados que hay que tener frente al Coronavirus, ¿quién hace un comentario al respecto?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$.

Así mismo, el proceso de observación, efectuado de forma simultánea al desarrollo de la lección, permitió identificar episodios como RO1S₃Ep₁, en donde, el profesor X resalta el interés de los estudiantes por participar de la actividad como un elemento importante durante el desarrollo de la lección, contemplando implícitamente el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva como criterio de valoración del desarrollo del proceso instruccional.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[RO1S₃Ep₁]

Acción 1: [Línea 1 – Línea 2]

Transcripción natural:

“La puntualidad a la actividad programada, se notó el interés de los estudiantes por acudir al llamado.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades.

Y finalmente, el proceso de reflexión efectuado por los profesores en GE2, permitió identificar episodios donde se resalta nuevamente la importancia de promover la participación de los estudiantes. En GE2S₄Ep₂, por ejemplo, el profesor X manifiesta

implícitamente, la importancia del indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes" de la faceta Afectiva, al resaltar la respuesta positiva y la participación de los estudiantes como un factor importante durante el desarrollo de la actividad.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep2]

Sección 1, Pregunta 1, Intervención 1: [Línea 2 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Me gustó la respuesta positiva que dieron los estudiantes... primero al llamado de querer participar de la actividad y de la forma como ellos, dentro de sus limitantes, asumieron también el reto... eso es válido, también importante.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$.

En síntesis, el estado inicial de la faceta Afectiva de los profesores participantes del proyecto, durante la implementación del primer ciclo LS, se puede resumir mediante un mapa jerárquico donde cada área delimitada indica la representatividad de cada componente e indicador al interior de la faceta, tal como se muestra en la Figura 32.

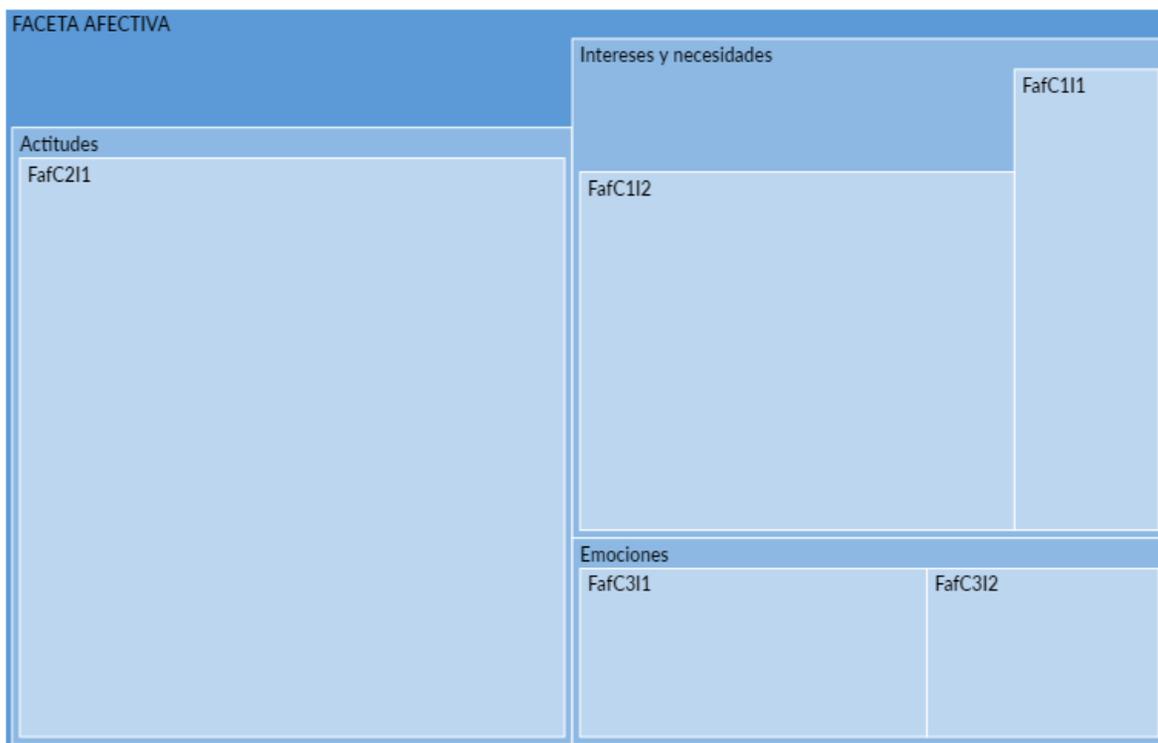


Figura 32. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.

Faceta Interaccional

La faceta Interaccional, según se plantea en Pino-Fan y Godino (2015), se refiere a las habilidades que debe desarrollar el docente de matemáticas para promover escenarios de óptima interacción docente-discentes y discentes-discentes, donde se propicie el trabajo autónomo de los estudiantes y se presente una observación sistemática de su progreso cognitivo. Dadas las condiciones particulares en que se desarrolla este proyecto, en el marco de una pandemia que cambió las dinámicas de interacción de profesores y estudiantes, el análisis de esta faceta durante la implementación del primer ciclo LS

permitirá tener una radiografía muy general del grado de adaptabilidad que ha presentado esta escuela en función de las necesidades emergentes del contexto actual.

En la Figura 33 se puede apreciar la prevalencia del componente “Interacción docente-discentes”, quien conjuntamente con los indicadores que contiene, presenta una representatividad del 69%, seguido del componente “Interacción entre alumnos” (14%), “Evaluación formativa” (10%) y “Autonomía” (7%).

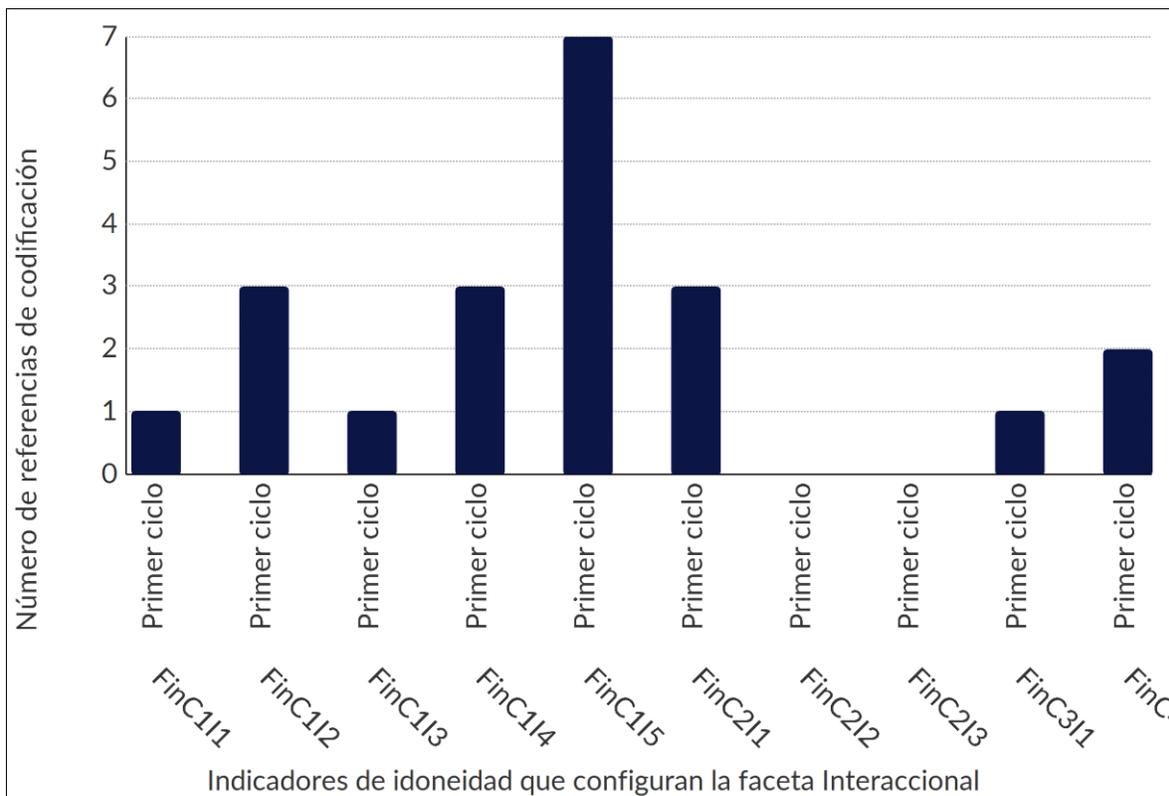


Figura 33. Episodios relacionados con la faceta Interaccional durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

La prevalencia del componente “Interacción docente-discentes” indica la importancia que le atribuyen los profesores a la interacción dada entre el estudiante y el profesor, antes que la interacción entre los mismos estudiantes, el trabajo autónomo y los procesos de evaluación formativa que le permitan observar la evolución de los estudiantes durante el desarrollo de la lección. Por su parte, la ausencia de los indicadores $F_{in}C_2I_2$ y $F_{in}C_2I_3$, denota que no se evidenciaron episodios donde se privilegiara el debate entre estudiantes para discutir sobre la validez de sus afirmaciones mediante argumentos matemáticos, o se aprecie que el profesor tome acciones puntuales que eviten la exclusión de algún estudiante cuando se proponen trabajos de orden colaborativo.

En lo que respecta al número de episodios asociados a la faceta Interaccional, se puede decir que, después de la faceta Epistémica, fue quien presentó la menor representatividad durante la implementación del primer ciclo LS. Sin embargo, se lograron identificar elementos discursivos de los profesores de gran valor que se relacionaron directa, indirecta o implícitamente con elementos puntuales que la describen. En $EI_1S_1Ep_2$, por ejemplo, se identificó una relación implícita en el discurso del profesor X con el componente “Interacción docente-discente” de la faceta Interaccional, cuando este manifiesta la importancia que tiene en el desarrollo de la lección, ese primer acercamiento que se da entre el profesor y el estudiante.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[$EI_1S_1Ep_2$]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 10 – Línea 11]

Transcripción natural:

“Entonces, la parte afectiva esa que te decía es fundamental, porque es un primer acercamiento entre uno y el estudiante.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva e Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción docente-discente (Interaccional).

Así mismo, en EI₁S₁Ep₃ se logran identificar los indicadores "Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)" y "Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase" del componente "Interacción docente - discente", cuando el profesor X resalta la importancia de involucrar a los estudiantes en la dinámica de la clase al momento de compartir sus inquietudes y, adicionalmente, la necesidad evidente de que el profesor resuelva las dudas que estos planteen.

Profesor X**Fecha:** 07/05/2020[EI₁S₁Ep₃]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 11 – Línea 15]

Transcripción natural:

“Tenemos que crear un ambiente chévere, cordial, que el estudiante sienta esa confianza con uno, para que de pronto en determinado momento sea capaz de decir “ey profe, no entendí” y uno tenga esa confianza y familiaridad de decir “Eso es por este lado, o busca este otro lado o metete por este otro lado” hasta que se logre que esa

comunicación sea una comunicación que fluya de manera normal, que los estudiantes se apropien.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva e Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Emociones e Interacción docente-discente (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_3I_1$, $F_{in}C_1I_2$ y $F_{in}C_1I_5$.

En el episodio EI₁S₁Ep₄, el profesor X resalta la importancia de implicar a los estudiantes y captar su atención, para lo cual hace uso de un recurso retórico válido, que él denomina como un “modelo especial que sigue”, donde involucra a los estudiantes en el estudio de la temática partiendo de narrativas o relatos que aparentemente no guardan una relación explícita con algún tópico matemático. En este sentido, el docente está señalando de manera implícita el indicador "Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos" que hace parte del componente "Interacción docente -discente" de la faceta Interaccional.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₄]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 2: [Línea 1 – Línea 7]

Transcripción natural:

“Tengo una especie de modelo que sigo. A mí me gusta enseñar y prefiero enseñar sin que la gente ni siquiera se dé cuenta que le estoy enseñando, es... no se... un estilo en donde estoy tratando de dar un tema, pero el estudiante no conoce el tema ni siquiera. Y entonces yo comienzo a hablar, hablar, hablar, hablar... y resulta que él cuando viene a

darse cuenta está metido, empapado en lo que yo quiero que él se empape y terminamos hablando, metidos, encarretados con ese cuento. Entonces, yo creo que para ser un buen profesor también se necesita eso, la persuasión, tiene uno que tener una habilidad para persuadir a esa persona, sin que se dé cuenta, de que es necesario aprender eso.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción docente-discente.

Indicador(es) asociado(s): F_{in}C₁I₄.

Se destaca también el episodio EI₁S₁Ep₁₂, donde se logra evidenciar de una forma implícita la faceta Interaccional en las acciones que describe el profesor X, destacando los indicadores contenidos en el componente "Interacción docente - discente", al reconocer en su discurso, el uso de recursos retóricos para captar la atención de los estudiantes (F_{in}C₁I₄), la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase (F_{in}C₁I₅), la búsqueda de consensos y negociación de los significados (F_{in}C₁I₃), el planteamiento de preguntas adecuadas para orientar el proceso (F_{in}C₁I₂) y la presentación adecuada de la situación problema (F_{in}C₁I₁), lo cual, adicionalmente le permite al docente realizar una "Observación sistemática del proceso cognitivo de los alumnos", indicador contenido en el componente "Evaluación formativa", también de la faceta Interaccional.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₂]

Sección III, Ítem 6, Párrafo 1: [Línea 2 – Línea 11]

Transcripción natural:

“Yo, en el primer caso que te expuse, cogería 10 estudiantes. Bueno mire, párense ahí en el patio, por decir algo. Entonces le diría a uno de ellos, trate de hacer un cuadrado ahí que los arrope a todos, que los incluya a todos. Entonces... ahora mídale el área. Es posible que eso lo hagan fácil, utilizando la orientación precisa. Ahora, relacionen, de acuerdo con eso que usted encontró... esa área ¿Cuántas personas contiene? Y entonces, yo después le diría ¿Y para 20 personas cuál sería el área que nos da? ¿Y para 30 personas? Entonces, poco a poco ellos van a ir, me imagino, relacionando el concepto de área con el concepto de número de personas. Entonces, vamos a hacer cuadros más grandes o vamos a dividir los rectángulos o lo que sea necesario y vamos a tratar de encontrar un área disponible para ese salón, para ese evento. Entonces, de acuerdo con ese caso particular que hicimos con 10 personas medidas en un cuadrito, más o menos, entonces simplemente nosotros hacemos esa relación con ese concepto de proporciones.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica e Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes (Epistémica) e Interacción docente-discente y Evaluación formativa (Interaccional)

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_1$, $F_{ep}C_2I_2$, $F_{ep}C_2I_3$, $F_{in}C_1I_1$, $F_{in}C_1I_2$, $F_{in}C_1I_3$, $F_{in}C_1I_4$, $F_{in}C_1I_5$, $F_{in}C_4I_1$.

En EI₂S₁Ep₉, además, se logra identificar que el profesor Y promueve actividades que fomentan el trabajo autónomo por parte del estudiante, por lo que se relaciona de esta manera el discurso del profesor con el indicador “Se contemplan momentos en los que los

estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.”, contenido en el componente “Autonomía” de la faceta Interaccional.

Profesor Y	Fecha: 03/05/2020
[EI ₂ S ₁ Ep ₉]	Sección III, Ítem 8, Párrafo 1, Línea 1.
Transcripción natural:	
<i>“Motivarlos a ellos principalmente, que eso es un evento, que ellos asuman responsabilidades.”</i>	
Elementos del CDM vinculados al episodio:	
<i>Faceta(s) asociada(s): Afectiva e Interaccional.</i>	
<i>Componente(s) asociado(s): Actitudes (Afectiva), Autonomía (Interaccional).</i>	
<i>Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₂I₁, F_{in}C₃I₁.</i>	

Adicionalmente, en el episodio EI₂S₁Ep₁₀, cuando el profesor Y se anima a escoger entre diferentes estrategias para el desarrollo de la actividad con los estudiantes, este privilegia el trabajo en equipo, destacando con su argumentación de manera implícita la importancia del indicador "Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes", contenido en el componente "Interacción entre alumnos" de la faceta Interaccional.

Profesor Y	Fecha: 03/05/2020
[EI ₂ S ₁ Ep ₁₀]	Sección III, Ítem 8, Párrafo 2: [Línea 1 – Línea 3].
Transcripción natural:	

“Más que todo trabajo en equipo, donde ellos sepan que cada uno va a tener asignada una actividad y un espacio y tiene que responder por él... que cada uno hace parte de un sistema donde el aporte de cada uno es valioso.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción entre alumnos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{in}C_2I_1$.

El análisis de la guía de aprendizajes que orientó el desarrollo de la lección inicial, también permitió la identificación de episodios clave para la descripción del estado inicial de la faceta Interaccional en los profesores. Se destaca que en PIS₂Ep₂, al momento de diseñar las estrategias a utilizar durante el desarrollo de la lección, el profesor Y contempla elementos de los componentes "Interacción docente - discente" (Trabajo de aprendizaje por descubrimiento guiado), "Interacción entre alumnos" (Trabajo colaborativo), "Autonomía" (Trabajo autónomo, trabajo en casa) y "Evaluación formativa" (Trabajo de autoevaluación), evidenciando la planeación de una metodología muy completa, en términos de la faceta Interaccional, para el desarrollo del proceso instruccional.

Profesor Y

Fecha: 17/09/2020

[PIS₂Ep₂]

Página 2, Sección: Actividades y estrategias.

Transcripción natural:

“-Trabajo en casa -Trabajo autónomo y colaborativo -Trabajo de aprendizaje por descubrimiento guiado -Trabajo con acompañamiento de familia -Trabajo de autoevaluación.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción docente-discente, Interacción entre alumnos, Autonomía, Evaluación formativa.

Durante el desarrollo de la lección, un episodio clave fue CW1S3Ep6, cuando el profesor toma una decisión en donde se aprecia la presencia del indicador "Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes", contenido en el componente "Interacción entre alumnos" de la faceta Interaccional, para dar respuesta a la dificultad que manifiesta una estudiante para la visualización del video compartido. De esta manera se logra evidenciar que el profesor se preocupa por "Facilitar la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase", indicador contenido en el componente "Interacción docente - discente", también de la faceta Interaccional.

Profesor Y

Fecha: 22/09/2020

[CW1S3Ep6]

Intervención profesor 11:34 a.m.

Transcripción natural:

“Bueno entonces los compañeros que pudieron ver el vídeo, graban un audio para que los demás compañeros sepan de qué trata el vídeo, uno sólo lo va a grabar, ¿quién lo quiere grabar?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Actitudes, Interacción docente-discente, Interacción entre alumnos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$, $F_{in}C_1I_5$, $F_{in}C_2I_1$.

Así mismo, en RO1S3Ep3, el profesor X resalta la labor del docente que ejecuta el proceso instruccional cuando destaca que, al presentarse la conexión tardía de una estudiante, enfrentó la situación de buena manera y logró vincularla a la clase. En este sentido se evidencia que, durante el proceso de observación, el profesor tiene en consideración elementos importantes del indicador "Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase", contenido en el componente "Interacción docente - discente" de la faceta Interaccional.

Profesor X**Fecha:** 23/09/2020

[RO1S3Ep3]

Acción 3: [Línea 3 – Línea 5]

Transcripción natural:

“A pesar de que se presentó aparente interrupción, el docente la motivó para que participara retomando el hilo de la clase.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción docente-discentes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{in}C_1I_5$.

Finalmente, durante el desarrollo del proceso reflexivo, en GE2S4Ep4, el profesor X señala elementos importantes en los que se enfocó al momento de observar la lección. En estos elementos se logran identificar los indicadores "Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)" y "Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos", contenidos en el componente "Interacción docente - discente" de la faceta Interaccional.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep4]

Sección I, Pregunta 2, Intervención 2: [Línea 4 – Línea 7]

Transcripción natural:

“estuve atento a como la presentó, estuve atento a como persuadió a los estudiantes para que entraran, para que participaran, que tipo de preguntas estaba utilizando, si las utilizó en forma apropiada, si fueron ambiguas... bueno, una cantidad de elementos que uno pues prácticamente cuando es observador y le quiere dar un poquito de sentido crítico tiene uno que perfilarse en ese sentido.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Actitudes (Afectiva), Interacción docente-discentes (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$, $F_{in}C_1I_2$, $F_{in}C_1I_4$.

Además, en GE2S4Ep16 se resaltan elementos puntuales a mejorar, entre los cuales, se destaca la importancia de generar estrategias de inclusión para los estudiantes que

presentan dificultades con la comprensión de las temáticas estudiadas durante el desarrollo de la lección, apelando indirectamente al indicador "Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase", contenido en el componente "Interacción docente-discente" de la faceta Interaccional.

En síntesis, el estado de la faceta Interaccional de los profesores durante la implementación del primer ciclo LS, se puede apreciar gráficamente en un mapa jerárquico, donde el área delimitada para cada componente e indicador, indica el grado de representatividad de estos al interior de la faceta (ver Figura 34).

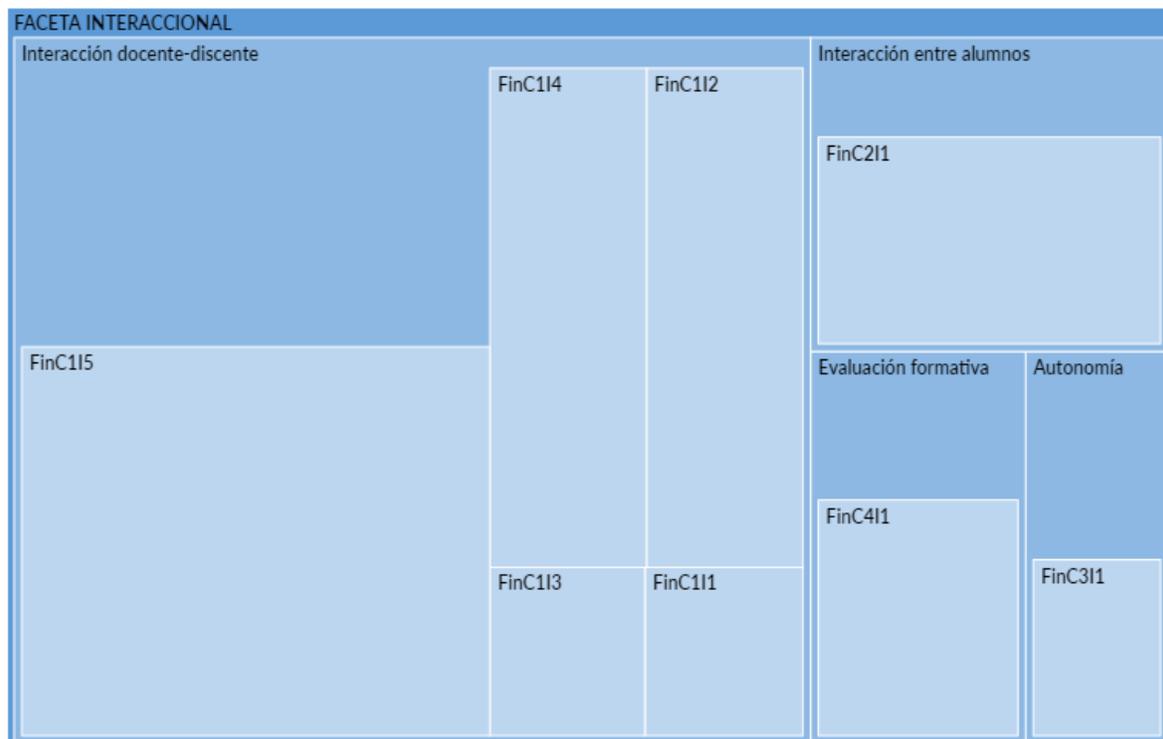


Figura 34. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.

Faceta Mediacional

La importancia de la faceta Mediacional, según Pino-Fan y Godino (2015), se concentra en las habilidades que debe desarrollar el profesor de matemáticas para definir los tiempos necesarios de cada momento de la clase, identificar las condiciones óptimas del aula y vincular recursos materiales que logren potenciar las oportunidades de aprendizaje que se presenten durante el desarrollo de un proceso instruccional. Razón por la cual, resulta importante identificar el estado inicial de la faceta Mediacional de los profesores vinculados al proyecto.

En la Figura 35 se presenta una gráfica que describe en términos generales el estado inicial de esta faceta, donde se puede evidenciar que, los indicadores “Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.” y “Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.”, en conjunto con el componente “Recursos materiales” (componente 1), presentan la mayor representatividad al interior de la faceta Mediacional (72%), lo que evidencia la importancia que le atribuyen los profesores al uso de recursos materiales durante el desarrollo de los procesos instruccionales para potencializar el aprendizaje de los estudiantes.

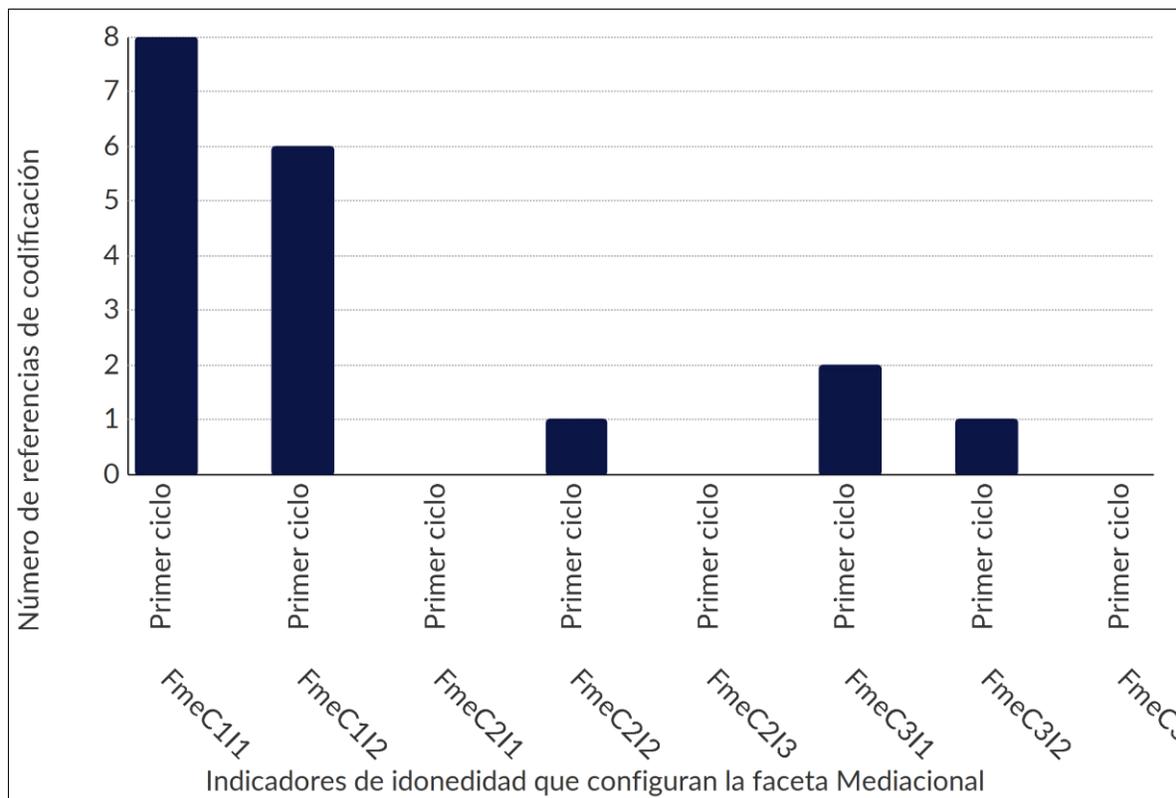


Figura 35. Episodios relacionados con la faceta Mediacional durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

En contraste, los componentes “Número de alumnos, horario y condiciones del aula” (8%) (componente 2) y “Tiempo” (20%) (componente 3) presentan una representatividad mucho menor, encontrándose incluso ausentes algunos de los indicadores contenidos en estos, tales como “El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida”, “El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido” y “Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.”.

Los profesores referencian la importancia de recursos materiales desde la aplicación de las EI, cuando, por ejemplo, en EI₁S₁Ep₁₁ (ver Tabla 21) el profesor X señala implícitamente el componente "Recursos materiales" de la faceta Mediacional, como un elemento a considerar al momento de prever las dificultades que se le puedan presentar a los estudiantes, relacionando incluso, el manejo de los recursos como una competencia clave que deben desarrollar como conocimiento previo para dar solución a la tarea propuesta.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₁]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 4 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Y hay otro problema, que es que no saben utilizar instrumentos de medición, entonces, la mayoría de las veces con los ejercicios de área se les pinta el dibujo incluso al estudiante, pero no se le dice, mida eso. Entonces él ni conoce el instrumento.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva y Mediacional

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva) y Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁

Además, en EI₁S₁Ep₁₄ el profesor X motiva a los estudiantes a trabajar colectivamente usando situaciones y modelos concretos, que parten de una experiencia particular que es desarrollada en compañía del profesor, y que posteriormente es estudiada

de tal manera que le permitiría al estudiante responder la pregunta problema planteada inicialmente y cualquier otra que se asemeje a esta. De esta manera se evidencia de manera implícita la presencia del indicador "Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones", contenido en el componente "Recursos materiales" de la faceta Mediacional.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₄]

Sección III, Ítem 8, Párrafo 1: [Línea 4 – Línea 8]

Transcripción natural:

“En qué medida, por ejemplo, puedes tú crear un ambiente académico que le permita no solamente saber esa pregunta, sino también cualquier otra pregunta. Entonces, yo iniciaría lógicamente un trabajo colectivo, sabes. De pronto, una experiencia muy particular, así como te la describí en un comienzo, una experiencia particular. Y hasta de pronto sin que ellos se den cuenta como yo te decía, sino que, así como una actividad libre, como un juego.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional y Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Intereses y Necesidades (Afectiva), Interacción entre alumnos (Interaccional) y Recursos materiales (Mediacional)

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₁, F_{in}C₂I₁, F_{me}C₁I₂.

En EI₁S₁Ep₁₇ se resalta que el profesor X identifica el uso de recursos materiales como un elemento que, además de potenciar el aprendizaje de los estudiantes, ayuda a que estos se motiven a participar activamente del desarrollo de las actividades planteadas. De

esta manera se intuye que los profesores logran relacionar, por lo menos indirectamente, el componente "Recursos materiales" de la faceta Mediacional, con el indicador "Las tareas tienen interés para los alumnos", contenido en el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva y el indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes" de la faceta Afectiva.

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₁₇]

Sección III, Ítem 9, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“hay que hacer que los estudiantes primero quieran participar, que los estudiantes se sientan motivados ante una actividad. Entonces en el caso ese particular, ellos por lo general, ellos siempre cuando son actividades donde les toque hacer algo, ellos te van a acompañar. Si ellos ven un instrumento de medición, lo van a tomar como algo positivo. Si ellos ven que es un juego, más rápido.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva y Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades y Actitudes (Afectiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₁, F_{af}C₂I₁.

Otro aspecto a resaltar en el discurso de los profesores al responder las preguntas planteadas durante la aplicación de las EI, fue que en EI₂S₁Ep₅ el profesor Y inicialmente no reconoce elementos de la faceta Cognitiva para describir las dificultades o errores que

puede cometer un estudiante al enfrentarse a la situación problema planteada, sin embargo, alude al componente "tiempo" de la faceta Mediacional y lo señala como un elemento relevante que puede ocasionar ciertas dificultades en los estudiantes durante el desarrollo de dicha actividad.

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[E12S1Ep5]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“las dificultades que van a encontrar ellos en sí, es el poco espacio de tiempo que van a tener para planear el evento, porque los eventos no hay que afectar lo que es la jornada académica, sino que en el tiempo libre de ellos es el que se va a utilizar para realizar la planeación.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Tiempo.

En la PI se destacaron los videos presentados a los estudiantes donde se explicaba la historia de los números negativos (ver Figura 25) y algunos ejercicios y ejemplos con números enteros (ver Figura 26), los cuales, se consideraron como un recurso valido usado por los profesores durante el desarrollo de la lección (CW1) para potenciar el aprendizaje de este tópico matemático por parte de los estudiantes.

También se lograron identificar elementos importantes de la faceta Mediacional al analizar el discurso de los profesores mientras reflexionaban sobre su propia práctica (GE2). En GE2S4Ep3, por ejemplo, el profesor X señala la importancia de contar con las condiciones adecuadas para el desarrollo de la actividad y menciona algunos ejemplos que se refieren, implícitamente, a los componentes "Recursos materiales" y "Número de alumnos, horario y condiciones del aula" de la faceta Mediacional.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep3]

Sección I, Pregunta 1, Intervención 1: [Línea 4 – Línea 9]

Transcripción natural:

“la dificultad del docente para poder transmitir un mensaje o un contenido. Teniendo en cuenta que estamos en una zona rural, que hay una cantidad de variables que no están de nuestra parte... afortunadamente ayer contamos con unas variables bastantes positivas, como el fluido eléctrico, no llovió, la mayoría de los estudiantes contaban con la conectividad y con el equipo disponible... a pesar de que, lógicamente, en el transcurso de la clase se dieron cosas cotidianas, como estudiantes que se unieron después del inicio.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Mediacional, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Recursos materiales, Condiciones del aula (Mediacional),

Interacción docente-discentes (Interaccional).

En GE2S4Ep9, además, el profesor X resalta la importancia de otorgar un tiempo significativo al desarrollo de las ideas principales durante un proceso de instrucción

matemática. En este sentido, se evidencia la presencia del indicador "Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema", contenido en el componente "Tiempo" de la faceta Mediacional.

Profesor X	Fecha: 23/09/2020
[GE2S4Ep9]	Sección II, Acción 1, Intervención 1: [Línea 1 – Línea 3]
Transcripción natural:	
<i>“el solo hecho de que él haya enviado el material con anticipación, le ahorraría tiempo para que las ideas principales que él tiene dentro de la guía se pudieran ejecutar.”</i>	
Elementos del CDM vinculados al episodio:	
<i>Faceta(s) asociada(s): Mediacional.</i>	
<i>Componente(s) asociado(s): Tiempo.</i>	
<i>Indicador(es) asociado(s): $F_{me}C_3I_2$.</i>	

Además, en GE2S4Ep15, el profesor X implícitamente apela al indicador "El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida", contenido en el componente "Tiempo" de la faceta Mediacional, para resaltar el manejo del tiempo como un aspecto a mejorar para lograr los objetivos de enseñanza planteados durante el desarrollo de la lección.

Profesor X	Fecha: 23/09/2020
[GE2S4Ep15]	Sección II, Acción 4, Intervención 2: [Línea 1 – Línea 5]
Transcripción natural:	

“Me llama la atención de que la intervención del profesor (...) era de una hora y estoy viendo resultados un día después. Entonces, me está llamando la atención, en ese sentido. A pesar de que las respuestas están a la mano, porque son guías para trabajar en casa, de auto reflexión. Pero habría que mirar, en qué sentido, al corte de la misma clase se podría uno dar cuenta de si se cumplió o no, con el propósito de la pregunta.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Tiempo.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_3I_1$.

En síntesis, el estado de la faceta Mediacional de los profesores durante la implementación del primer ciclo LS, se puede apreciar gráficamente en el mapa jerárquico que se presenta en la Figura 36, donde el área delimitada para cada componente e indicador, indica el grado de representatividad de estos al interior de la faceta.

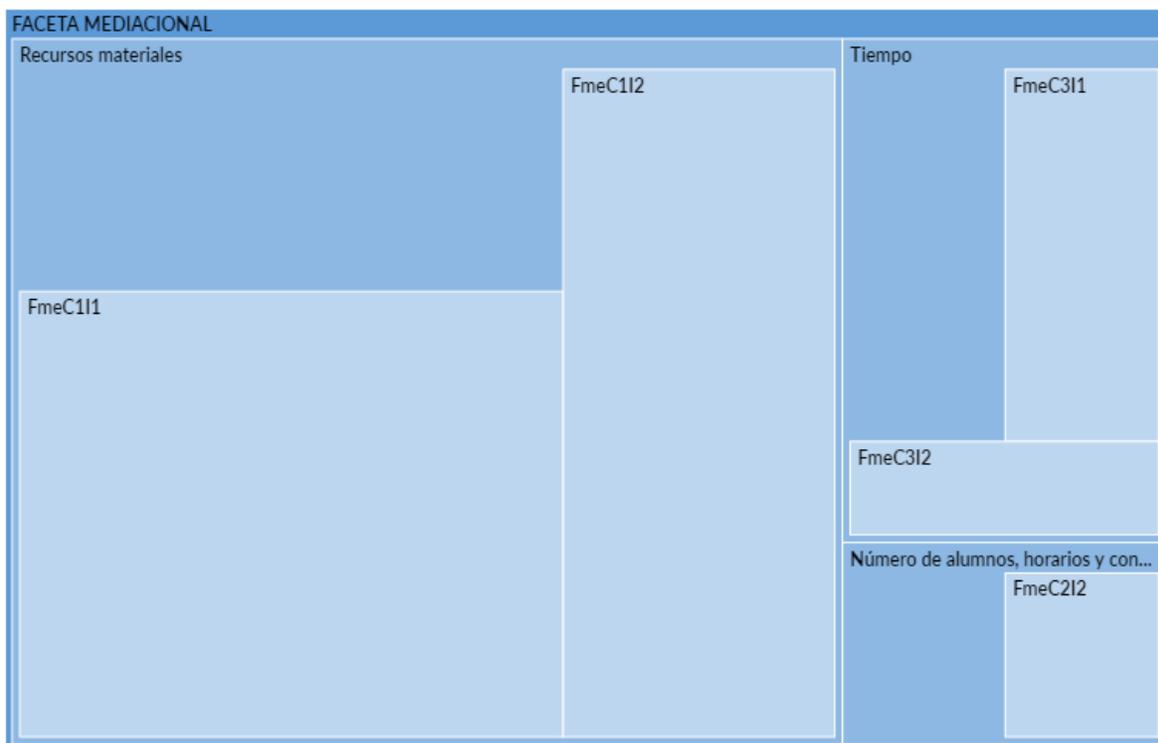


Figura 36. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Mediacional. Elaborado en NVivo.

Faceta Ecológica

La faceta Ecológica se destaca principalmente el conocimiento del profesor de matemáticas sobre el currículo, y las habilidades propias de su práctica que le permiten diseñar actividades que se correspondan con las directrices curriculares que se presentan a nivel institucional, regional, nacional e internacional. Además, le permite al profesor tener herramientas para decidir sobre la organización de los ejes temáticos que se presentan a los estudiantes en cada grado, razón por la cual, analizar el estado inicial de esta faceta, resulta ser un aspecto que se considera relevante durante la implementación del presente proyecto de intervención.

En la Figura 37 se muestra de forma gráfica el estado inicial de la faceta Ecológica en los profesores, en función del número de episodios en los cuales se ve relacionada con el discurso o accionar de los profesores durante la implementación del primer ciclo LS. La mayor representatividad al interior de la faceta Ecológica se le atribuye al componente “Adaptación al currículo” (33,3%), sin embargo, los componentes “Apertura hacia la innovación didáctica” (23,3%), “Adaptación socio-profesional y cultural” (20%) y “Conexiones intra e interdisciplinarias” (13,3%), presentan una participación que no resulta ser significativamente menor. En contraste, el componente “Educación en valores” se desataca por presentar el menor grado de representatividad.

La limitada participación del componente “Educación en valores” sugiere que se debe contemplar en la institución, el diseño e implementación de estrategias que permitan al grupo de profesores, contemplar y desarrollar habilidades para la vinculación de actividades en los procesos instruccionales, que contribuyan a la formación de los estudiantes en valores democráticos a partir del fortalecimiento de su pensamiento crítico. En este sentido, el estudio de la Modelación Matemática por parte de los profesores, aporta al desarrollo de estas habilidades, a partir del planteamiento de problemas reales y contextualizados, que invitan a los estudiantes a pensar críticamente desde su realidad para dar respuesta a las situaciones planteadas.

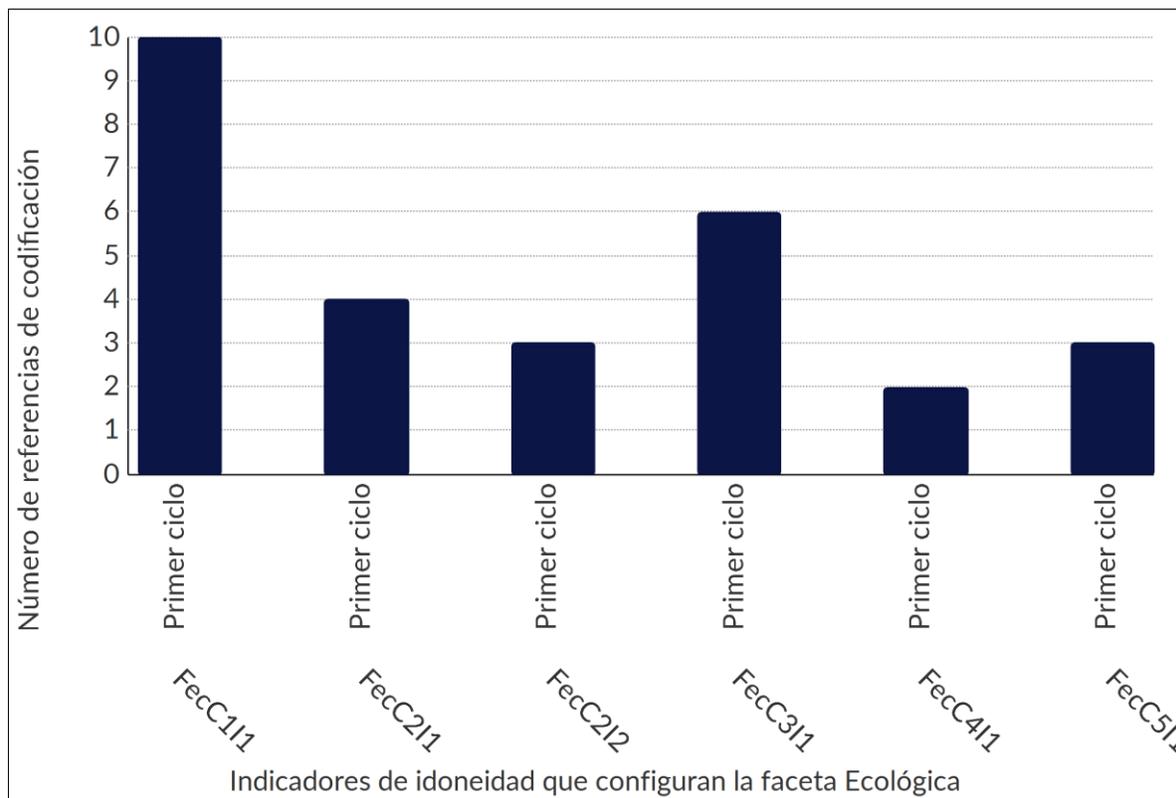


Figura 37. Episodios relacionados con la faceta Ecológica durante el primer ciclo LS.

Elaborado en NVivo.

Las EI aportaron episodios clave para la identificación del estado inicial de la faceta Ecológica en los profesores. En EI₁S₁Ep₅, por ejemplo, el profesor X cuando respondió a la pregunta ¿Qué se necesita para ser un buen profesor de matemáticas? manifestó que un buen profesor de matemáticas debe estar continuamente actualizado; afirmación que se relaciona con el componente "Apertura hacia la innovación didáctica" que está contenida en la faceta Ecológica, haciendo referencia indirecta al indicador "Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva". Además, el profesor Y resalta la importancia de interconectar diferentes temas y situaciones problemas, haciendo alusión de manera

implícita al indicador "Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios", contenido en el componente "Conexiones intra e interdisciplinarios".

Profesor X

Fecha: 07/05/2020

[EI₁S₁Ep₅]

Sección II, Pregunta 7, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 3]

Transcripción natural:

“El profesor de matemáticas tiene que ser un profesor que esté continuamente actualizado, tiene que ser disciplinado, debe tener una estructura mental que le permita amarrar temas, situaciones, problemas... interconectar una cosa con las otras con facilidad.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Apertura hacia la innovación didáctica y Conexiones intra e interdisciplinarios.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₂I₁ y F_{ec}C₅I₁.

Otro episodio clave fue EI₂S₁Ep₁, en donde el profesor Y menciona como un aspecto motivante para su formación como profesor de matemáticas, las malas prácticas de enseñanza, resaltando la necesidad de desarrollar competencias y conocimientos que se encuentran en los referentes de calidad brindados por el MEN y que van más allá del desarrollo de la destreza algorítmica en el estudiantado, entre los cuales, a pesar de no existir una mención directa, se encuentra el proceso de Modelación Matemática. En este sentido, se puede identificar una relación indirecta del comentario del profesor con el

indicador "Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares", contenido en el componente "Adaptación al currículo".

Profesor Y

Fecha: 03/05/2020

[EI₂S₁Ep₁]

Sección II, Pregunta 4, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Me motivó más que todo las malas prácticas que observé de la enseñanza de las matemáticas en mis estudios cuando estuve en primaria, en bachillerato. Realmente que las matemáticas se centraban específicamente en lo que es la enseñanza de las operaciones en sí. No había espacio a lo que es el desarrollo de algunas competencias, conocimientos de lo que es en sí las matemáticas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Adaptación al currículo.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₁I₁.

En EI₁S₁Ep₉, además, se evidencia que la respuesta del profesor X pondera su conocimiento sobre los referentes de calidad que brinda el MEN en Colombia, al relacionar diferentes tópicos matemáticos con los grados de escolaridad en los que se enseñan, hecho que lo lleva a seleccionar un grado acorde para la implementación de la situación problema planteada. Esta característica de su práctica docente evidencia una relación implícita con lo descrito en el indicador "Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares", contenido en el componente "Adaptación al currículo".

Profesor X**Fecha:** 03/05/2020[EI₁S₁Ep₉]

Sección III, Ítem 4, Párrafo 1

Transcripción natural:

“Bueno, yo diría que un estudiante de 5to grado se podría meter en ese problema. De pronto, 5to o los primeros grados de bachillerato, 6to o 7mo máximo, o mínimo. Porque es que los temas son operaciones básicas y el otro tema que son las áreas de figuras, eso es desde 4to de primaria ellos deben manejar las figuras básicas convencionales. Los conceptos de razón y proporción, en sí, es la aplicación de la operación división en términos generales. Entonces, en 5to o 6to, ese es el grado.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica

Componente(s) asociado(s): Adaptación al currículo.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₁I₁

Al momento de analizar la sesión de trabajo 2, donde los profesores discutieron y reflexionaron sobre las características contextuales de la escuela donde laboran para definir el objetivo de enseñanza a largo plazo (GE1), también se logró identificar la presencia de elementos discursivos que guardan una relación con la faceta Ecológica. Es el caso de GE1S₂Ep₁, cuando el profesor X, al describir el tipo de persona que quiere que sus estudiantes lleguen a ser, pondera la necesidad de formar ciudadanos que se adapten a su entorno, señalando indirectamente la necesidad de que los contenidos que se enseñen en el aula contribuyan a la formación de sus estudiantes, aludiendo implícitamente al indicador

"Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes", contenido en el componente "Adaptación socio - profesional y cultural".

Profesor X

Fecha: 04/06/2020

[GE1S2Ep1]

Primer momento, Intervención 7: [Línea 4 – Línea 10].

Transcripción natural:

“entonces yo creo que de pronto dentro del tipo de persona que uno espera que sean, es que sean personas que se adapten a su realidad. Y cuando yo hablo de la realidad, hablo de la realidad tanto financiera como del contexto, sean personas que vayan a ser útiles porque al final, tú lo dices ahí, el cliente va a ser ese estudiante que va a salir a la sociedad y que debe ser útil, entonces debemos proyectar personas que vayan a ser útiles en la sociedad, que vayan a sentirse bien en lo que hacen, en lo que se formaron, o en lo que prácticamente uno ayudó a transformar para que ellos también logren transformar la sociedad.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Adaptación socio-profesional y cultural.

Indicador(es) asociado(s): $F_{ec}C_3I_1$.

Al analizar el resultado del proceso de observación desarrollado durante el primer ciclo LS, se logró identificar como episodios clave RO1S3Ep4, donde el profesor X señala que, a pesar de la presentación del video que hace el profesor, se debió realizar una explicación de las aplicaciones de los tópicos matemáticos presentados en casos concretos de la vida cotidiana ($F_{af}C_1I_2$), haciendo alusión de forma indirecta a lo que se señala en el

indicador "Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes", contenido en el componente "Adaptación socio- profesional y cultural".

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[RO1S₃Ep₄]

Acción 4: [Línea 4 – Línea 7]

Transcripción natural:

“faltó explicación directa del profesor sobre particularidades importantes del video como lo es: las aplicaciones de los números video enteros en casos concretos de la vida cotidiana.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Afectiva, Mediacional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Argumentos (Epistémica), Intereses y necesidades (Afectiva), Recursos materiales (Mediacional), Adaptación socio-profesional y cultural (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_4I_1$, $F_{af}C_1I_2$, $F_{me}C_1I_1$, $F_{ec}C_3I_1$.

Finalmente, en GE2S₄Ep₈, se destaca la actitud propositiva del profesor X para desarrollar actividades que implican el componente de apertura hacia la innovación didáctica ($F_{ec}C_2I_1$ y $F_{ec}C_2I_1$). Además, es importante destacar el hecho de que el profesor pondere la importancia de que los estudiantes apliquen los conocimientos matemáticos en su vida ($F_{ec}C_3I_1$), y que las actividades desarrolladas durante el proceso instruccional, presenten una coherencia vertical que les permita a los estudiantes asociar la experiencia vivida con temas a estudiar en el futuro ($F_{ec}C_5I_1$), ya que representa un acercamiento

importante entre las ideas del profesor y las ventajas que ofrece el desarrollo de procesos instruccionales mediados por tareas de modelación.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S4Ep8]

Sección I, Pregunta 4, Intervención 2: [Línea 3 – Línea 10]

Transcripción natural:

“lo necesario es que ellos vivan las matemáticas desde un ambiente de experiencia particular, no como algo que es un tema y ya... si no que ellos, prácticamente vivencien (las matemáticas) a partir de la resolución de pequeños problemas que se pueden hacer con los laboratorios de matemáticas... yo incluso decía que podemos generar actividades que impliquen el uso de un laboratorio de matemáticas... que un niño con un metro vaya y mida, que con una probeta mida volumen... y ellos no necesariamente tienen que estar metidos con el concepto como tal, pero si tienen la experiencia que a futuro les va a servir para comprender con más facilidad un tema que se requiera más adelante.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Mediacional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Emociones (Afectiva), Recursos materiales (Mediacional),

Apertura hacia la innovación didáctica, Adaptación socio-profesional y cultural,

Conexiones intra e interdisciplinarias (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_3I_2$, $F_{me}C_1I_1$, $F_{ec}C_2I_1$, $F_{ec}C_2I_2$, $F_{ec}C_3I_1$, $F_{ec}C_5I_1$.

También se observa que, en GE2S4Ep20, el profesor resalta que la actividad responde a los objetivos del PEI. En este sentido, se evidencia que, implícitamente el

profesor durante su proceso reflexivo tiene presente el indicador "Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares", contenido en el componente "Adaptación al currículo" de la faceta Ecológica.

Profesor X

Fecha: 23/09/2020

[GE2S₄Ep₂₀]

Sección II, Acción 9, Intervención 1: [Línea 1 – Línea 3]

Transcripción natural:

“Yo diría que aquí se está resumiendo el objetivo de la clase como tal y digamos que está vendiéndonos de lleno lo que dice en parte nuestro PEI con respecto a lo que tiene ser un estudiante en la parte crítica, en la parte de un estudiante que hace parte de un entorno y que cuestiona muchas cosas de su día a día.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Adaptación al currículo.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₁I₁.

En síntesis, el estado de la faceta Ecológica que se evidenció en los profesores durante la implementación del primer ciclo LS, se puede apreciar de manera gráfica en el mapa jerárquico que se muestra en la Figura 38.

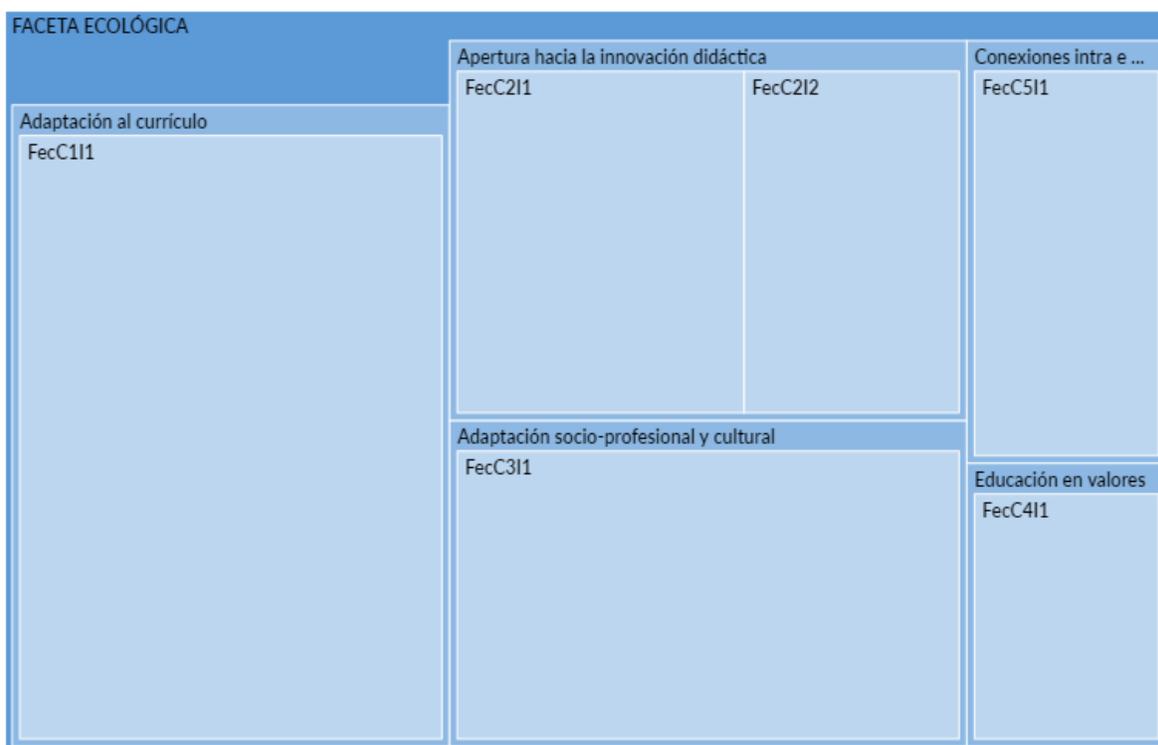


Figura 38. Mapa jerárquico: Estado inicial de la faceta Ecológica. Fuente: Elaborado en NVivo.

Estado final del CDM sobre MM

El análisis del estado inicial y final del CDM sobre MM de los profesores, permite evaluar el nivel de desarrollo de dicho conocimiento al participar de este proyecto de intervención basado en la metodología LS. Para dar cumplimiento a este propósito, en este apartado se contrastarán los resultados obtenidos durante la implementación del primer y segundo ciclo LS, teniendo en cuenta los episodios y referencias identificados en cada uno de los instrumentos aplicados a los profesores, tal como se muestra en la Figura 39.

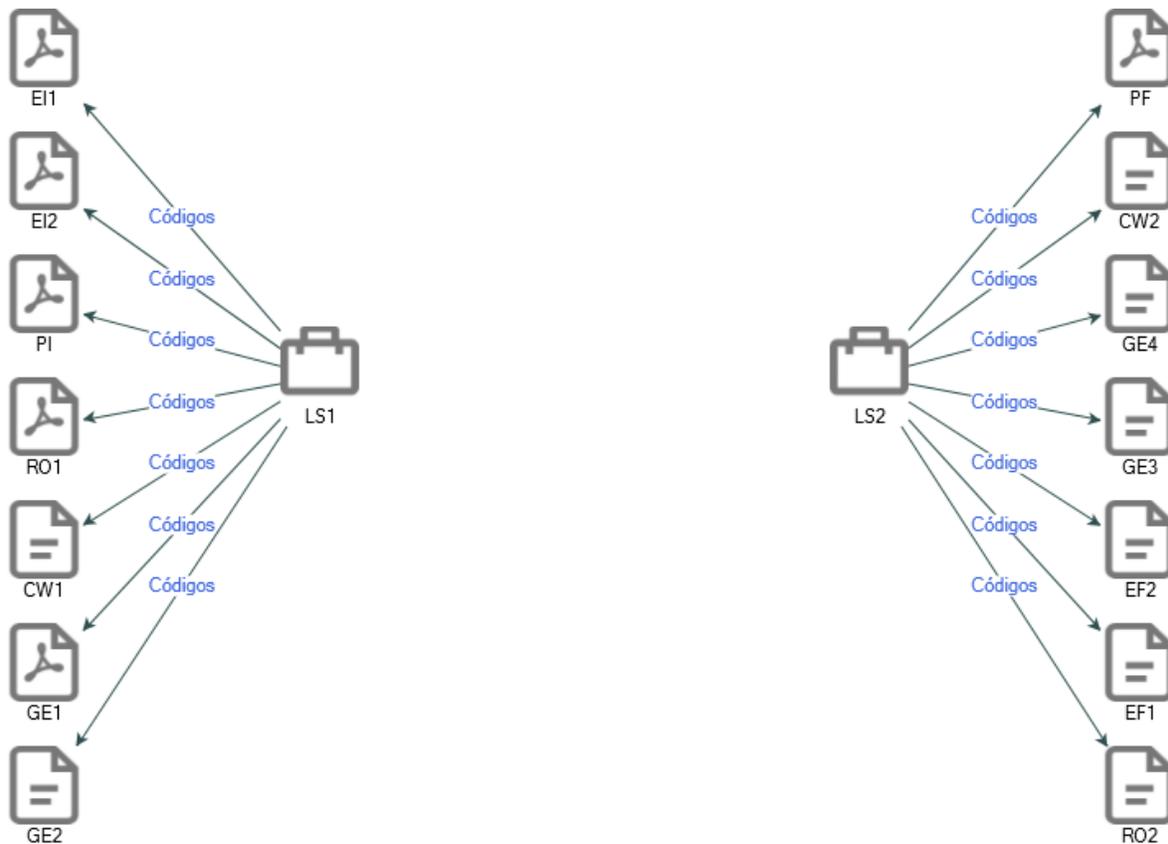


Figura 39. Contrastación de instrumentos LS1 y LS2. Elaborado en NVivo.

Este proceso de contrastación permite identificar que, durante la implementación del segundo ciclo LS, se evidenció un crecimiento del estado final de las facetas que configuran el CDM sobre MM de los profesores, en relación con los resultados obtenidos al analizar el primer ciclo LS, tal como se puede apreciar en la Figura 40. Se destacan las facetas Epistémica, Cognitiva e Interaccional como aquellas que presentaron el mayor crecimiento en lo que respecta al número de episodios donde se vieron identificadas. Así como un comportamiento relativamente estable de la faceta Ecológica, la cual, no presenta un crecimiento significativo.

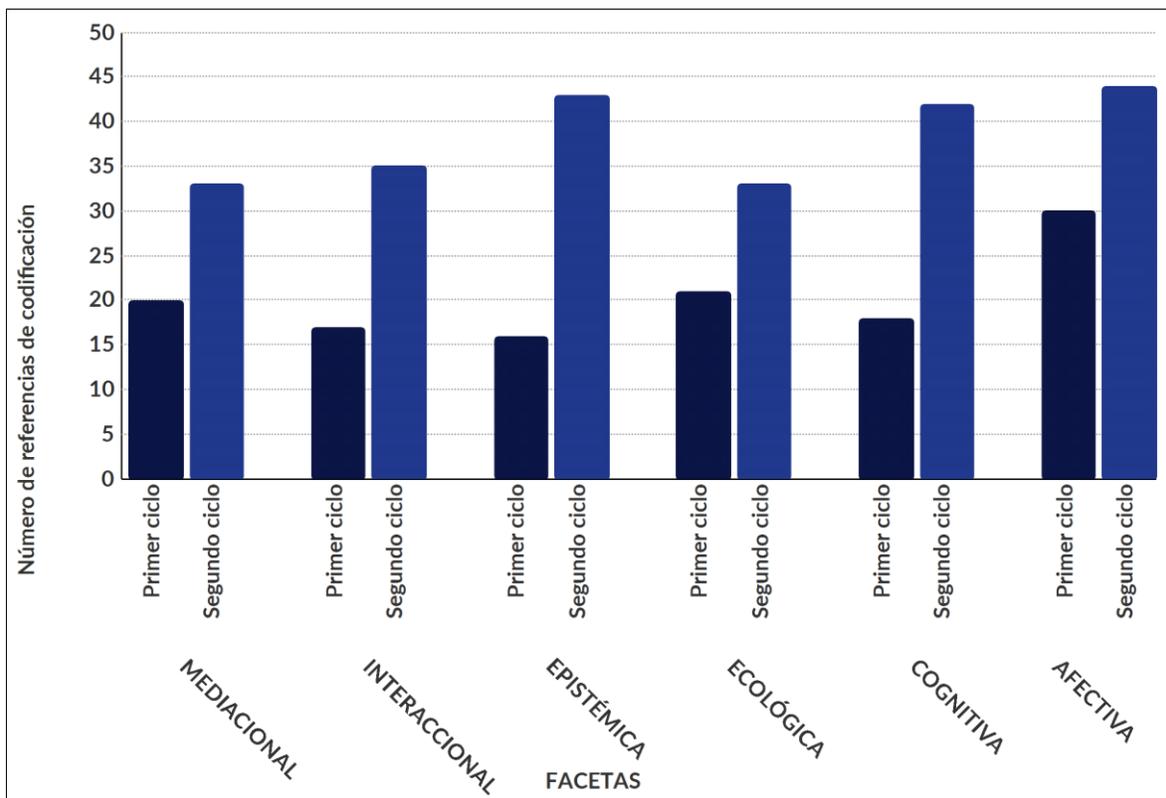


Figura 40. Contrastación del estado inicial y final de las facetas del CDM sobre MM.

Elaborado en NVivo.

La faceta Cognitiva presenta el mayor crecimiento en lo que respecta a la cantidad de episodios seleccionados durante el análisis del estado final del CDM sobre MM en los profesores. Este crecimiento se ve motivado por la preocupación manifiesta de los profesores al diseñar y desarrollar actividades con un nivel de dificultad acorde a los conocimientos previos de los estudiantes, teniendo en cuenta siempre el desfase identificado entre los aprendizajes esperados que se relacionan en los referentes de calidad para cada grado y los conocimientos matemáticos adquiridos efectivamente por los escolares.

Ahora bien, el análisis del estado final del CDM sobre MM de los profesores permite reconocer a la faceta Epistémica como la más referenciada durante la implementación del segundo ciclo LS, seguida en su orden por las facetas Interaccional, Cognitiva, Afectiva, Mediacional y Ecológica, tal como se aprecia en la Figura 41.

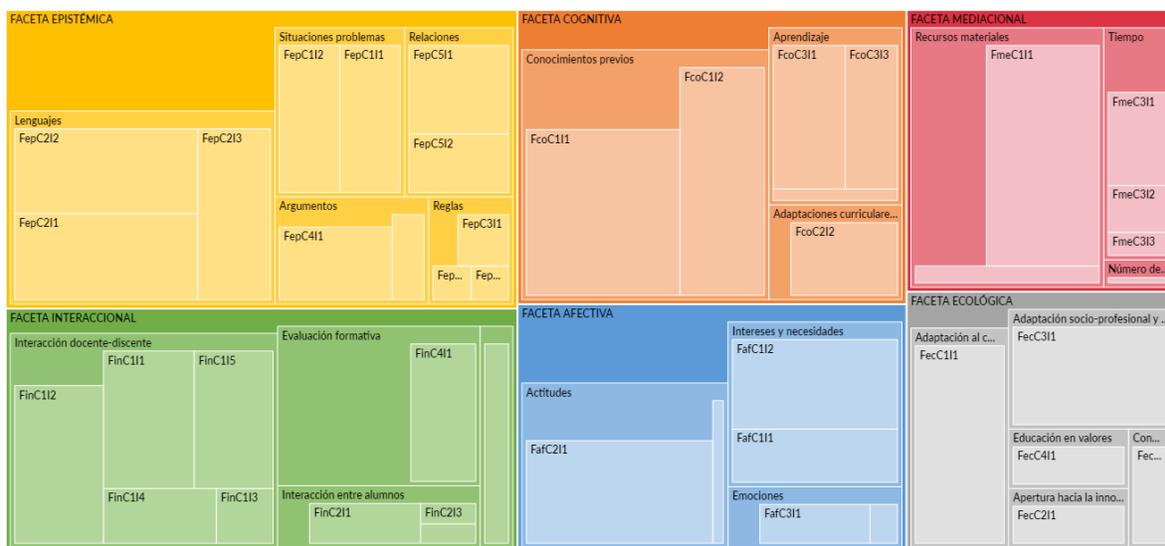


Figura 41. Mapa jerárquico del estado final del CDM sobre MM. Elaborado en NVivo.

El componente “Lenguajes” se muestra como el más representativo al interior de la faceta Epistémica, la cual, cumple un rol protagónico en el análisis del estado final del CDM sobre MM de los profesores participantes del proyecto. Ponderar este componente frente a los demás, deja en manifiesto una correlación identificada entre la faceta Epistémica y la Cognitiva durante el desarrollo de los ciclos LS, donde los profesores se preocuparon por presentar las temáticas con un nivel de lenguaje adecuado a los niños a los que se dirigen (F_{epC2I2}) y haciendo uso de diferentes modos de expresión matemática

($F_{ep}C_2I_1$), asegurándose siempre de que los estudiantes tuvieran los conocimientos previos necesarios para desarrollar las actividades propuestas ($F_{co}C_1I_1$) y, que de esta manera, los contenidos pretendidos se pudieran alcanzar ($F_{co}C_1I_2$).

La faceta Interaccional también presenta un gran protagonismo en la definición del estado final del CDM sobre MM en los profesores. En mayor medida, gracias al aporte del componente “Interacción docente-discentes”, lo cual, es coincidente con la concepción sobre el rol del docente que manifiestan los profesores durante la aplicación de las EF, donde se le atribuye al docente de matemáticas, como principal función, la orientación y acompañamiento de los estudiantes durante el desarrollo del proceso instruccional, implicando de cierta manera la presentación adecuada del tema ($F_{in}C_1I_1$), el reconocimiento y solución de las dudas presentadas por los estudiantes ($F_{in}C_1I_2$), el uso de recursos retóricos para captar su atención ($F_{in}C_1I_4$) y facilitar su inclusión en la dinámica de la clase ($F_{in}C_1I_5$).

Se debe recordar que las condiciones particulares a los que se ven enfrentados, tanto profesores como estudiantes, alude a la preocupación inmediata de repensar los modos de interacción entre los estudiantes y los profesores para desarrollar los procesos instruccionales. Sin embargo, esta preocupación, parece haber afectado negativamente el desarrollo de actividades que promuevan en los estudiantes el trabajo colaborativo o autónomo, por lo cual, se ve reducida la participación de los componentes “Interacción entre alumnos” y “Autonomía”, presentándose de esta manera como aspectos de la práctica docente que se deben mejorar.

La faceta Afectiva también presenta una participación importante, destacando las acciones de los profesores que promueven la participación de los estudiantes durante el desarrollo del proceso instruccional ($F_{af}C_2I_1$) en los diferentes momentos analizados durante la implementación del segundo ciclo LS. Sin embargo, no presentan una representatividad significativa el componente “Emociones”, que da cuenta de las habilidades del profesor por resaltar las cualidades de las matemáticas ($F_{af}C_3I_1$), promover la autoestima y evitar el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas ($F_{af}C_3I_2$). Lo que significa, un aspecto del CDM sobre MM de los profesores que se debe desarrollar y estimular.

La baja incidencia de las facetas Mediacional y Ecológica en la explicitación del CDM sobre MM de los profesores, se puede presentar debido a las limitaciones propias del contexto en que se desarrolla el proyecto, sin embargo, no implica que dejen de considerarse como un especial foco de atención para posteriores proyectos de investigación o intervención que tengan como propósito el desarrollo del CDM sobre MM en profesores de matemáticas de la I.E.D. Las Mercedes.

Así mismo, el hecho de que en el segundo ciclo LS no se presente un aumento en algunos indicadores con respecto a los resultados obtenidos durante el primer ciclo LS, evidencian que el desarrollo del CDM sobre MM en profesores en ejercicio es un proceso complejo, amplio y que implica un ejercicio continuo de reflexión por parte de los maestros, que les permita llegar a un nivel de comprensión y apropiación óptimo de los

criterios de idoneidad que definen el buen desarrollo de un proceso instruccional, para aplicarlos en el aula y establecer un ciclo de mejora continua en cada una de las facetas que componen el modelo, en función del proceso de Modelación Matemática. Ante esta situación, se propone el diseño e implementación de proyectos de intervención que enfatizan en la orientación de la práctica reflexiva de los profesores, en función del desarrollo de una faceta específica del CDM, con respecto al proceso de Modelación matemática.

Ahora bien, buscando ser más rigurosos en el análisis del desarrollo del CDM sobre MM evidenciado en los profesores durante su participación en este proyecto de intervención, en el siguiente apartado se efectúa un proceso de contrastación entre el estado inicial y final de cada faceta en función del proceso de Modelación Matemática. Para esto, se describirá el análisis de episodios puntuales donde se aprecia el progreso de los profesores con respecto a la inclusión en su discurso y accionar de nuevos elementos del CDM sobre MM.

Faceta Epistémica

El análisis del estado final de la faceta Epistémica de los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática, permitió identificar un grado de avance significativo en la mayoría de los componentes e indicadores que la configuran. De acuerdo con la Figura 42, es evidente un crecimiento en el número de episodios donde se logra identificar una relación entre el discurso o accionar de los profesores con los indicadores y

componentes que configuran la faceta Epistémica, en función del proceso de Modelación Matemática. Se destaca principalmente el crecimiento de los indicadores contenidos en los componentes “Lenguajes” (componente 2), “Argumentos” (componente 4) y “Relaciones” (Componente 5).

Así mismo, se logra observar que los componentes “Situaciones problemas” (componente 1) y “Reglas” (componente 3) se mantienen estables, con diferencias poco significativas entre el análisis de los episodios del primer y segundo ciclo LS. Razón por la cual se considera necesario implementar otro tipo de estrategias que permitan el desarrollo específico de este tipo de competencias en el profesorado, en donde se enfatice en la importancia de vincular con más frecuencia en su práctica docente los indicadores contenidos en estos componentes.

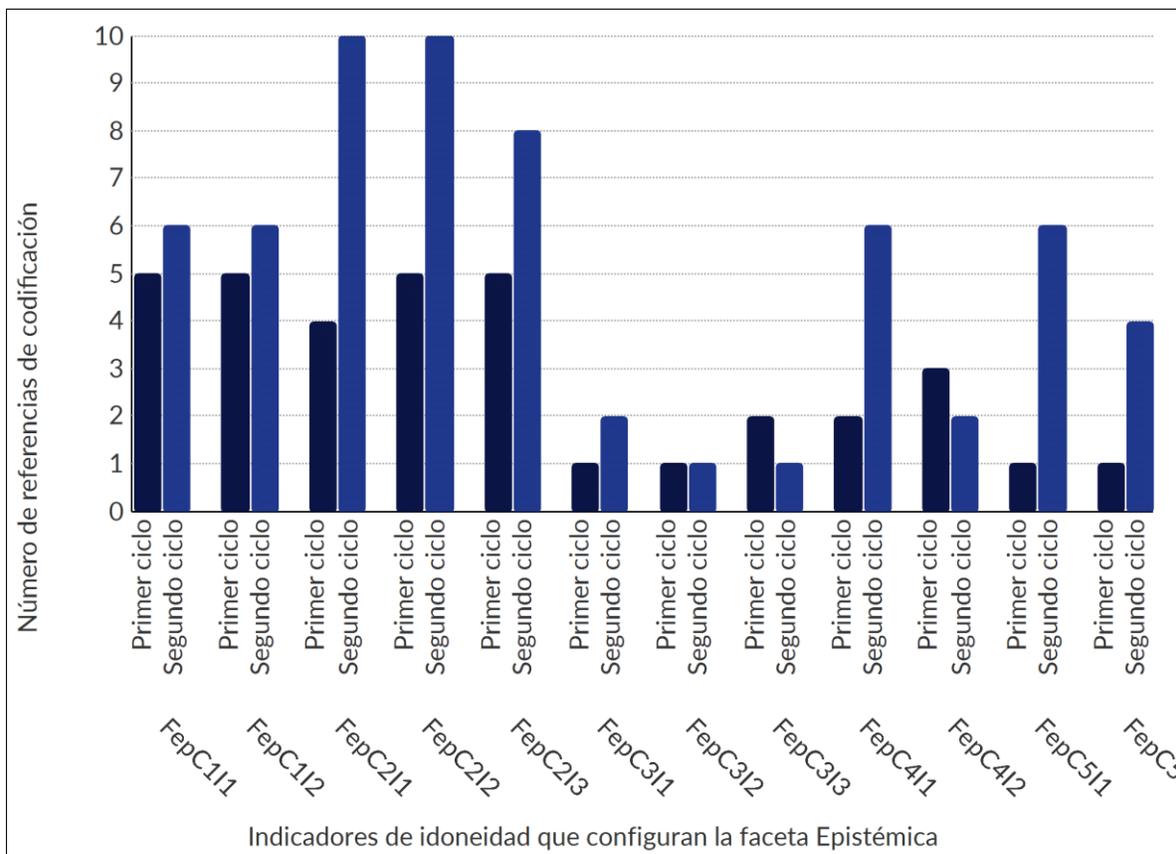


Figura 42. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.

El avance descrito inicialmente se puede explicar debido a que, durante el análisis del segundo ciclo LS, además de identificar relaciones implícitas entre el discurso y accionar de los profesores con elementos generales de la faceta Epistémica y los componentes e indicadores que la configuran, se logró evidenciar episodios puntuales donde los docentes vincularon en su discurso y en su práctica, elementos mucho más específicos de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática. A continuación, se presentan algunos ejemplos de aquellos episodios puntuales que evidencian este desarrollo.

Un ejemplo claro se puede apreciar en el episodio EF₁S₉Ep₇, donde se evidencia el desarrollo de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática, cuando el profesor X, al describir su solución inicial a la situación problema planteada, reconoce los subprocesos iniciales del ciclo de Modelación Matemática. De esta manera, se logra evidenciar que, además del conocimiento de los tópicos matemáticos relacionados con la actividad, el profesor demuestra un progreso en la comprensión del cuerpo teórico estudiado en la sesión 5 del proyecto de intervención, y lo vincula en su práctica discursiva.

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₇]

Sección III, Ítem 1, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 7]

Transcripción natural:

“Se entiende que, para poder resolver esa situación, como cualquier otra situación problema, primero se tiene que hacer una planeación, en el sentido, de que hay que hacerse obligatoriamente unas preguntas iniciales. Esas preguntas iniciales tendrían que ver con cosas como, el tamaño, el espacio, la forma, el número o tipo de personas, porque sabemos que no es lo mismo, trabajar con personas adultas o con niños, me imagino que varía en cierta forma. Habría que comparar en términos generales, el espacio, la forma, con hacer pequeños grupos, de pronto, de muestras y después utilizando las proporciones, haciendo pequeños intentos. Hay que hacer ensayos de todas formas, para ir ajustando a las pequeñas necesidades que se requieren.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica.

Así mismo, el episodio EF₁S₉Ep₁₁ se destaca como un episodio clave que evidencia el desarrollo de la faceta Epistémica de los profesores con relación al proceso de Modelación Matemática. En este episodio se puede distinguir el dominio del cuerpo teórico estudiado por parte del profesor X, cuando describe elementos contrastantes entre la resolución de problemas tradicionales y el desarrollo de tareas de modelación, para establecer diferencias entre los tipos de situaciones a las cuales se pueden enfrentar sus estudiantes, destacando en este caso, las dificultades que evidencian estos al momento de transitar por los subprocesos iniciales del ciclo de Modelación Matemática.

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₁₁]

Sección III, Ítem 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 10]

Transcripción natural:

“Las dificultades por lo general que están cometiendo nuestros estudiantes es que, ellos están acostumbrados a resolver problemas, pero problemas ideales, problemas ya prácticamente propuestos. Mientras que, en este caso, sería un problema en donde a ellos les va a tocar empezar a tomar decisiones. La toma de decisiones de ¿qué mido?, ¿cómo lo mido?, ¿con qué instrumento lo mido?, después, el otro paso, ¿qué hago con eso que medí?, ¿qué fórmula utilizo? Entonces, en forma general, ese tipo de paso a paso que se necesita para resolver ese problema, ellos no lo tienen... y no lo tienen porque, lastimosamente, en las clases de matemáticas, se pinta el dibujito de un rectángulo, pero no se le lleva al patio para que mida el mismo cuadrado de, por ejemplo, la maceta donde está el palo de mango, para determinar el área real. Entonces,

el estudiante es capaz de hacerlo en el papel, pero en la realidad, tomando el instrumento de medida, quemando esa experiencia, a él se le está dificultando.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_1$, $F_{me}C_1I_1$, $F_{me}C_1I_2$.

Fuente: Elaboración propia.

El análisis de la discusión y reflexión sobre las evidencias registradas (GE3) que se desarrolló durante la implementación del segundo ciclo LS, permitió identificar episodios donde los profesores lograron relacionar directamente acciones puntuales de su práctica con elementos de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática. Es así como, en GE3S₆Ep₅, cuando se le presenta a los profesores un episodio previamente seleccionado de las EI (EI₁S₁Ep₇), estos logran relacionarlo con la faceta Epistémica.

Esta relación se evidencia cuando el profesor X resalta el conocimiento especializado del área que el docente de matemáticas debe tener para orientar de una forma efectiva el desarrollo de un proceso instruccional, teniendo la capacidad de identificar diferentes alternativas de solución a las tareas de modelación planteadas y de resolver las dificultades que los estudiantes puedan presentar. Lo anterior pondera la importancia atribuida en el discurso del profesor al indicador "Uso de diferentes modos de expresión

matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos", contenido en el componente "Lenguajes".

Profesor X

Fecha: 14/10/2020

[GE3S₆Ep₅]

Sección I, Ítem 9, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Ahí estaríamos dentro de las facetas epistémica y cognitiva porque en la parte epistémica tiene que ver con el conocimiento que debe tener uno como tal y de buscar otras nuevas alternativas de solución. Ahí se decía que hay miles de formas, porque podríamos asumir que las personas se ubiquen de forma triangular, o de forma rectangular, o sea, una gran cantidad de pasos que equivalen a dominios de otros conceptos que tienen que ver con la matemática como tal. Y en la parte cognitiva porque cada uno de esos nuevos modelos equivalen a nuevas formas de encarar a las matemáticas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica.

Fuente: Elaboración propia.

En el momento de la planeación de la segunda lección (PF), se logró identificar que, en PFS₆Ep₁₅, el profesor X busca explicar mediante un ejemplo, la aplicación de los números enteros en situaciones relacionadas con posicionamiento y desplazamientos. Esta explicación es adecuada para el nivel educativo de los estudiantes al que se dirige ($F_{ep}C4I1$), ya que les permite identificar, mediante un ejemplo sencillo, una secuencia de pasos que permiten la producción de un modelo básico, partiendo de la identificación de las

características propias de una situación problema particular (desplazamiento), siguiendo por la selección de objetos relevantes (dirección, magnitud, etc.), la traslación de los objetos y relaciones al lenguaje matemático (recta numérica, puntos, segmento de recta, longitud, etc.), el uso de métodos matemáticos para obtener resultados (posicionamiento de puntos y segmento en la recta, cálculo de longitud de un segmento de recta, etc.), la interpretación de los resultados (respuesta a la pregunta inicial), y finalmente, la evaluación de la validez del modelo.

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[PFS₆Ep₁₅]

Página 5, sección: Posiciones y desplazamientos.

Transcripción natural:

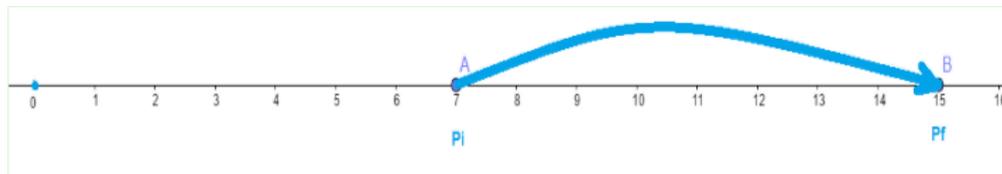
“Observe la siguiente situación

1. Un cuerpo estaba inicialmente en la posición 7 y luego está en la posición 15, ¿Cuál es el valor del desplazamiento? ¿Cuánto se movió? ¿hacia dónde se movió?

Solución

Se construye una línea recta, horizontal y se ubican la posición inicial (P_i) y la posición final (P_f), del cuerpo

Se traza una flecha que va desde la posición inicial hasta la posición final, la flecha puede apuntar hacia la derecha o hacia la izquierda, dependiendo para donde se mueva.



¿Hacia dónde apunta la flecha?

La flecha apunta hacia la derecha, empieza en el número 7 y termina en el número 15

¿Cuánto se desplazó el cuerpo?

El cuerpo se desplaza 8 unidades hacia la derecha, tenemos un desplazamiento positivo”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes, Argumentos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_2$, $F_{ep}C_4I_1$.

Fuente: Elaboración propia.

Además, en la parte final de la guía de aprendizaje presentada a los estudiantes en la PI, se puede apreciar un mapa conceptual donde se evidencia la presencia de los indicadores contenidos en el componente “Relaciones” cuando el profesor X relaciona diferentes definiciones atribuibles al tópico matemático a enseñar ($F_{ep}C_5I_2$), y lo relaciona con los diferentes procedimientos, situaciones problemas y aplicaciones ($F_{ep}C_5I_1$) que se explican durante el desarrollo de la guía (ver Figura 43).

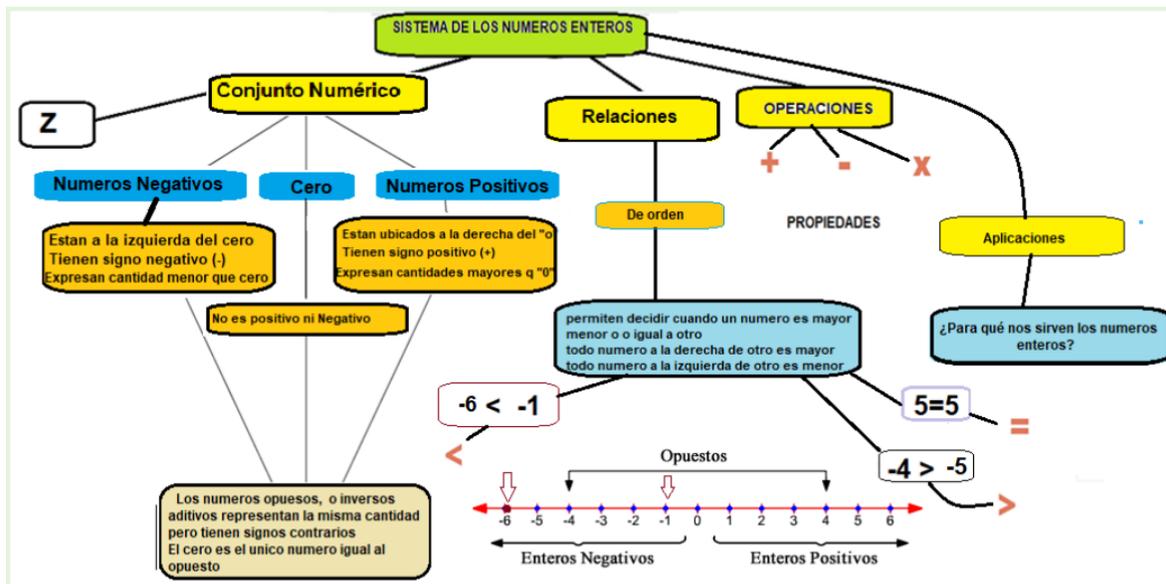


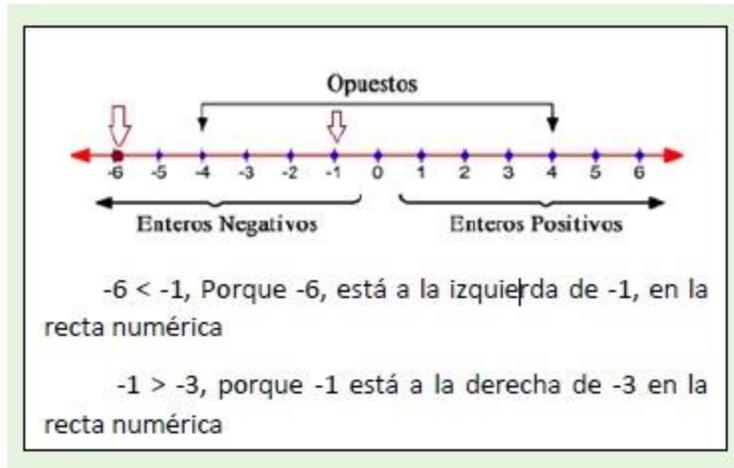
Figura 43. Mapa conceptual presentado por el profesor X en PI.

Durante el desarrollo de la lección (CW2), en CW2S7Ep22, el profesor X usa una imagen como recurso para mostrar de forma gráfica el procedimiento mental que se realiza para determinar la relación de orden de dos números, brindándole a los estudiantes una herramienta valiosa para enfrentarse a tareas de modelación que aborden situaciones de la vida real donde se necesite comparar números enteros, tales como, diferencias de temperatura, altitud, posición, utilidades, etc. En este sentido, se logra evidenciar que el uso de "Recursos materiales" (faceta Mediacional), es relacionado por el profesor con elementos propios de la faceta Epistémica en función del proceso de Modelación Matemática.

Profesor X	Fecha: 03/11/2020
[CW2S7Ep22]	Intervención profesor 11:14 a.m.

Transcripción natural:

“3/11/2020 11:14 a. m. - Freddie: IMG-20201103-WA0101.jpg (archivo adjunto)”



3/11/2020 11:14 a. m. - Freddie: en esta imagen se ven relaciones de orden también”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes, Argumentos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_2$, $F_{ep}C_4I_1$.

Fuente: Elaboración propia.

En definitiva, por medio de la Figura 44 se puede apreciar el mapa jerárquico que representa gráficamente el estado final de la faceta Epistémica, en función del proceso de Modelación Matemática, que se evidencia en los profesores luego de la implementación del segundo ciclo LS.

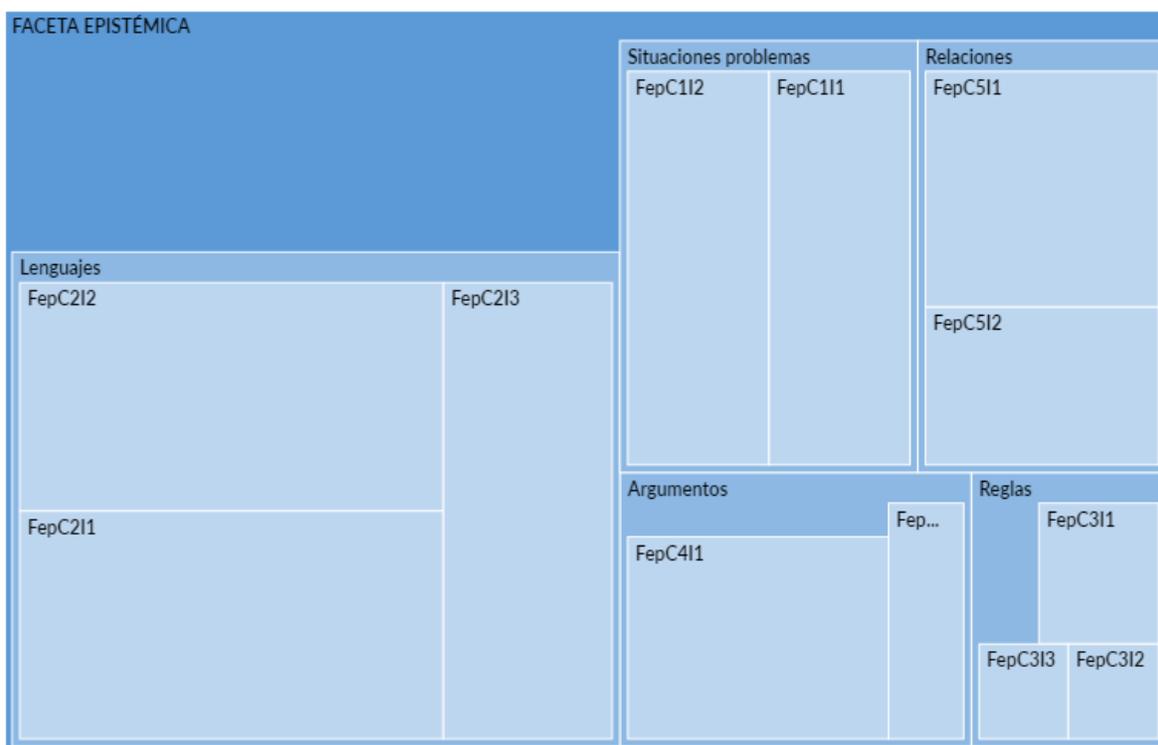


Figura 44. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Epistémica. Elaborado en NVivo.

En el mapa jerárquico se reafirma que el componente “Lenguaje” prevalece sobre los demás, presentando la mayor representatividad al interior de la faceta Epistémica, conteniendo los 3 indicadores que la componen, lo cual, indica que los profesores al participar de las sesiones de trabajo del segundo ciclo LS contemplaron el uso de diferentes modos de expresión matemática (F_{epC2I1}), de un nivel de lenguaje acorde al grado de escolaridad de los estudiantes (F_{epC2I2}) y la propuesta de situaciones de expresión matemática e interpretación (F_{epC2I3}). En contraste, los componentes “Situaciones problemas”, “Relaciones”, “Argumentos” y “Reglas”, presentan una representatividad considerablemente menor.

Faceta Cognitiva

Como resultado del proceso de contrastación entre el estado inicial y final de la faceta Cognitiva de los profesores, se logra evidenciar que al avanzar en la implementación del primer y segundo ciclo LS, se presentó un crecimiento significativo de esta faceta y cada uno de los componentes e indicadores que la configuran, tal como se puede apreciar en la Figura 45. La prevalencia evidente del componente “Conocimientos previos” deja en evidencia nuevamente la preocupación manifiesta de los profesores por el rezago matemático que se presenta en la institución desde el nivel de básica primaria y que se mantiene hasta la culminación de la media académica. Por tal razón, la reflexión y discusión sobre aquellos conocimientos que pueden o no dominar los estudiantes antes de planear y desarrollar determina lección, independientemente de su grado de escolaridad y lo que sugieren los referentes de calidad, se consideran prácticamente como parte de su cotidianidad.

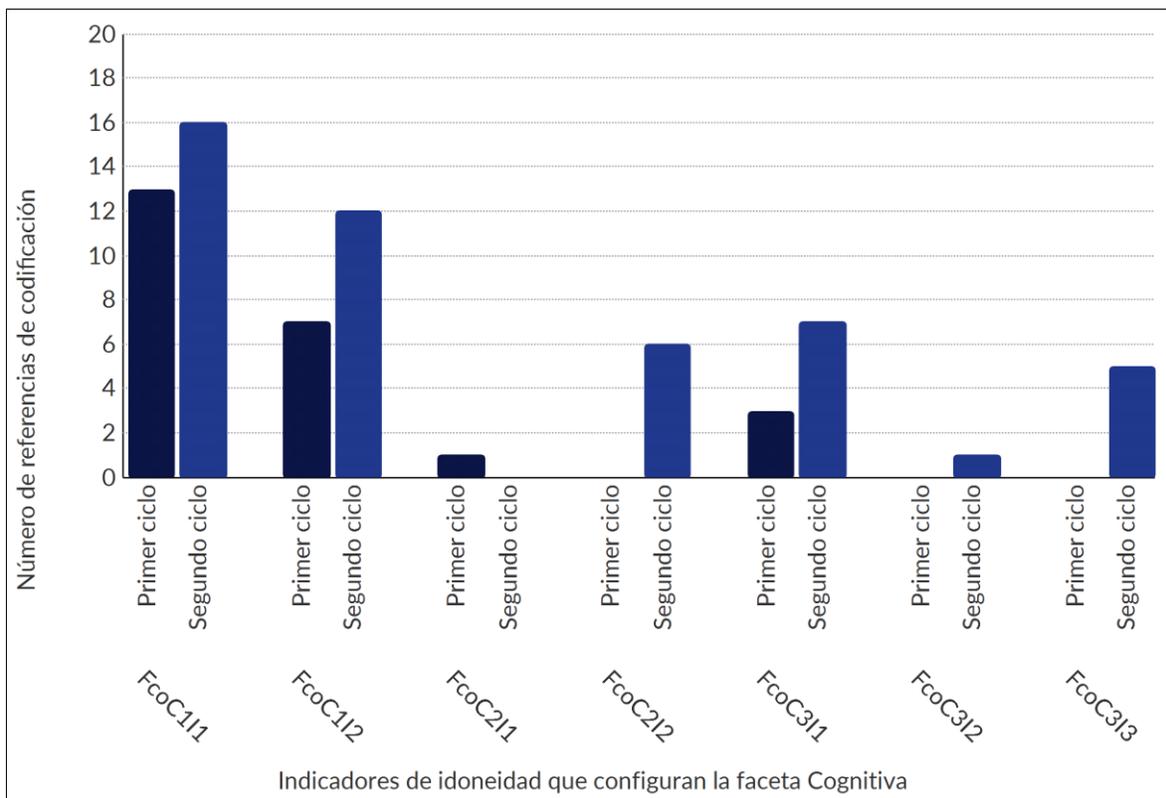


Figura 45. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.

Se destaca que, durante el análisis del segundo ciclo LS, se lograron identificar episodios puntuales donde se relacionan indicadores de la faceta Cognitiva, que no se observaron durante el análisis del primer ciclo LS. Estos indicadores son: “Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.”, “La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.” y “Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.”. Así mismo, resulta notoria la no aparición del indicador “Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.”, el cual, si se encontró presente en el análisis del ciclo LS1.

Al igual que en los casos analizados anteriormente, las EI realizan un aporte valioso al análisis del estado final de la faceta Cognitiva de los profesores, en función del proceso de Modelación Matemática. En EF₁S₉Ep₅, por ejemplo, el profesor advierte de la importancia del componente "Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales" de la faceta Cognitiva, cuando resalta la importancia de contemplar los diferentes ritmos de aprendizaje presentes en un aula de clases durante el desarrollo de un proceso instruccional.

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₅]

Sección II, Pregunta 3, Párrafo 1: [Línea 6 – Línea 9]

Transcripción natural:

“Y lo último, tener paciencia, porque se va a encontrar uno en el camino con diversos tipos de personas, que le van a poner retos, en el sentido de que hay unos que son muy fáciles para comprender y hay otros que no lo son tanto. Entonces, debe ser uno capaz de mirar los ritmos de aprendizaje de cada persona.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Adaptaciones curriculares.

Luego, en EF₁S₉Ep₉, el profesor X identifica con claridad y mayor profundidad, los conocimientos básicos que el estudiante necesitaría para dar respuesta a la situación problema planteada, evidenciando en su discurso, la vinculación de nuevos elementos que prevén el desarrollo de competencias previas en el estudiantado, en función de algunos de

los subprocesos presentes en el proceso de Modelación Matemática. Es así como, destaca nuevos conocimientos previos que deben tener los estudiantes para dar respuesta a la situación problema planteada, tales como: el uso de elementos de medida, la asociación de figuras geométricas con espacios o elementos físicos de la vida real, la habilidad para graficar en un plano la realidad percibida y desarrollar un plan de acción basado en procedimientos matemáticos.

Profesor X

Fecha:30/12/2020

[EF₁S₉Ep₉]

Sección III, Ítem 3, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 8]

Transcripción natural:

“Conocimientos de geometría básica. En este caso las formas de las figuras geométricas convencionales, tendría que ser capaz de utilizar elementos de medida, en este caso, metros. Tendría que ser capaz de realizar un pequeño plano. Tendría que ser capaz de darle al espacio una forma general, a través del plano, y luego ser capaz de dividirlo en pequeñas figuras geométricas convencionales que él conozca para poder hallarle las áreas particulares, más o menos... El todo dividirlo en partes y después llevar eso nuevamente al todo mediante fórmulas matemáticas de área de figuras convencionales, de figuras que él conozca. Habría que tener en cuenta también el concepto de proporcionalidad, de razones, de proporciones; en este caso también, las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, todas ellas se podrían incluir ahí.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁.

Al momento de discutir sobre las evidencias registradas (GE3) se lograron distinguir episodios donde los profesores señalaron la relación directa del discurso y las acciones empleadas durante el desarrollo del primer ciclo LS con elementos de la faceta Cognitiva. Es así como en GE3S₆Ep₈, el profesor X relaciona la pregunta presentada con el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva, al distinguir diversos tópicos matemáticos en los cuales los estudiantes podrían presentar ciertas dificultades cuando se enfrenten al desarrollo de la actividad propuesta.

Profesor X

Fecha: 14/10/2020

[GE3S₆Ep₈]

Sección II, Pregunta 3, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 3]

Transcripción natural:

“Pregunta 3: “¿Qué dificultades cree usted que podría tener un estudiante mientras resuelve la situación problema o qué errores podría cometer?”

PROFESOR 1: Ahí se identifica la faceta cognitiva. Puede pasar que él no distinga un cuadrado, un rectángulo... que tenga confusión con respecto al agrupamiento en ese tipo de estructura y cosas así... que no identifique fórmulas de área, que no sepa dividir bien, que no sepa multiplicar bien, cosas así.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos.

Por su parte, al analizar los episodios seleccionados de la sesión correspondiente a la planeación de la lección final (PF), se logra identificar que en PFS₆Ep₃ el profesor X invita a los estudiantes, en la guía de trabajo compartida antes de dar inicio al desarrollo de la lección, a realizar una lectura sobre un tema que va a abordar durante el proceso instruccional; asegurándose de esa manera que los estudiantes tengan los conocimientos previos necesarios para interactuar de manera acertada en el momento previsto.

La lectura “¿Cómo Newton descubrió la Gravedad? (Con un poco de humor)” destaca dos elementos claves que valen la pena resaltar: la observación y el cuestionamiento a los fenómenos que se presentan en la vida real. Estos elementos son importantes para el desarrollo de habilidades en los estudiantes que les permitan solucionar tareas de modelación con mayor solvencia, ya que posibilitan la comprensión de los fenómenos que los rodean, para producir fenómenos naturales que sirvan de base para la subsiguiente consolidación de modelos matemáticos que contribuyan con la solución de situaciones problemas identificadas en la vida real.

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[PFS₆Ep₃]

Páginas 2, Sección: Actividades a realizar (*Lectura*).

Transcripción natural:

“Leer con anticipación a la clase: ¿Cómo Newton descubrió la Gravedad? (Con un poco de humor)”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes (Epistémica), Conocimientos previos (Cognitiva).

Indicador(es) asociado(s): F_{ep}C₂I₂, F_{co}C₁I₁.

Posteriormente, el profesor X hace uso del mensaje que se presenta en esta lectura en CW2S_{7p11}, cuando invita a los estudiantes, durante el desarrollo de la lección (CW2), a que se conviertan en observadores, y presenta una actividad con la que busca asegurarse de que tengan las competencias necesarias para desarrollar la siguiente tarea. En esta actividad el profesor invita a los estudiantes a que se conviertan en observadores, buscando a partir de una imagen no matemática incentivar el desarrollo de esta habilidad, que se vislumbra como un conocimiento previo necesario para el abordaje de la temática durante el desarrollo de la lección.

Profesor X

Fecha: 03/11/2020

[CW2S_{7Ep11}]

Intervención profesor 10:42 a.m.

Transcripción natural:

“Bueno, a todos los voy a invitar para que se conviertan ya en observadores y me digan exactamente después que ven y si pueden, características”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Actitudes (Afectiva).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁, F_{co}C₁I₂, F_{af}C₂I₁.

Seguidamente, en CW2S7Ep16, se destaca el momento en que el profesor X hace uso de una imagen como recurso para presentar formalmente un panorama muy general de la temática, donde invita a que los estudiantes realicen un proceso de observación crítica y se realicen las preguntas necesarias para identificar el mensaje que se muestra. Resulta importante este episodio porque permite identificar en el accionar del profesor la preocupación por presentar un mensaje a los estudiantes de una forma sencilla, con un nivel de lenguaje adecuado para el grado de escolaridad al que se dirige ($F_{ep}C_2I_2$), y en donde se pueden identificar incluso el uso de modos de expresión matemática diferentes ($F_{ep}C_2I_1$) a las utilizadas posteriormente de una forma mucho más formal.

Profesor X

Fecha: 03/11/2020

[CW2S7Ep16]

Intervención profesor 10:49 a.m.

Transcripción natural:

“3/11/2020 10:49 a. m. - Freddie: IMG-20201103-WA0060.jpg (archivo adjunto)”



3/11/2020 10:49 a. m. - Freddie: que ven ahora

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Mediacional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes (Epistémica), Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional), Adaptación al currículo (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_1$, $F_{ep}C_2I_2$, $F_{co}C_1I_1$, $F_{co}C_1I_2$, $F_{me}C_1I_1$, $F_{ec}C_1I_1$.

El tránsito entre un proceso de observación de temas “no matemáticos” a temas “matemáticos”, identificado en las actividades de exploración presentadas por el profesor X en el episodio PFS₆Ep₅, representan una potencialidad instruccional importante que también vale la pena destacar, ya que evidencia el desarrollo de competencias clave en los estudiantes para identificar relaciones entre procesos efectuados en escenarios “naturales” y “matemáticos”, y llegar a consensos que evidencien la posibilidad de producir modelos matemáticos a partir de la comprensión de modelos naturales, para dar solución a problemas de la vida real.

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[PFS₆Ep₅]

Páginas 3, Sección: Actividades a realizar (*Exploración*).

Transcripción natural:

“Actividades de exploración

- Se formula una pregunta de un tema “no matemático” y se proponen actividades de observación mediante imágenes suministradas por el docente con las cuales se motiva al estudiante a participar oralmente*
- Se proponen actividades de observación con imágenes de temas “matemáticos”, el estudiante participará de acuerdo con sus preconceptos, el docente se encargará de que todos los participantes manejen conceptos básicos”*

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Actitudes (Afectiva).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₁, F_{co}C₁I₂, F_{af}C₂I₁.

Fuente: Elaboración propia.

El momento de observación durante la implementación del segundo ciclo LS fue mucho más profundo, en este caso se lograron identificar episodios que aportaron mucho al análisis del estado final de la faceta Cognitiva en los profesores. En RO2S₇E₄, por ejemplo, el profesor le atribuye un rol fundamental al acto de planeación, fundamentado en una de las características definitorias de la faceta Cognitiva en general, cuando manifiesta que, por medio de esta acción, el profesor logra anticiparse a las respuestas que puedan dar los estudiantes frente a cada actividad planteada. Lo anterior implica que el profesor reconoce que se estaría desarrollando la faceta Cognitiva del docente durante el acto de planeación, cuando este identifica, antes de desarrollar la lección, aquellos errores y dificultades que podrían presentar los estudiantes y, en consecuencia, contemplar acciones puntuales para orientarlos.

Profesor Y

Fecha: 03/11/2020

[RO2S₇Ep₄]

Acción 1, Columna 4.

Transcripción natural:

“Este acto (Planeación del acto educativo) es fundamental para evitar la improvisación, así como también incorporar, organizar y ejecutar las acciones esperadas

anticipadamente, es decir anticipar lo que se quiere alcanzar con esos aprendizajes entre los estudiantes, del mismo depende el éxito del desarrollo de las prácticas de aulas, al unir las teorías pedagógicas, las estrategias didácticas y las prácticas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Interaccional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Argumentos (Epistémica), Adaptaciones curriculares (Cognitiva), Interacción docente-discentes (Interaccional), Conexiones intra e interdisciplinares (Ecológica).

Además, en RO2S₇E₁₄ el profesor Y advierte que su colega asume el compromiso de evaluar las respuestas dadas por los estudiantes a las actividades propuestas y programar un encuentro para realizar la respectiva retroalimentación. En este sentido, el profesor señala implícitamente la presencia del indicador "Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones", contenido en el componente "Aprendizaje" de la faceta Cognitiva.

Profesor Y

Fecha: 03/11/2020

[RO2S₇Ep₁₄]

Acción 5, Columna 4: Párrafo 2 [Línea 1 – Línea 3].

Transcripción natural:

“El profesor programa encuentros virtuales a futuro para realizar las respectivas retroalimentaciones de las tres actividades propuestas.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva.

Componente(s) asociado(s): Aprendizaje.

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₃I₃.

Finalmente, durante la reflexión final (GE4), se identificaron episodios relevantes, como por ejemplo, en GE4S₈Ep₄, donde el profesor Y en su recomendación alude implícitamente al indicador "Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes", contenido en el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva, cuando indica que la introducción de conceptos relacionados con el conocimiento científico, podrían presentar un nivel de dificultad muy alto, teniendo en cuenta el grado escolar que cursan los estudiantes.

Profesor Y

Fecha: 10/11(2020)

[GE4S₈Ep₄]

Pregunta 5, Intervención 1: [Línea 6 – Línea 9]

Transcripción natural:

“Como recomendación, la exploración ojalá se realice a partir de un video, de un cuestionario, de una canción... porque son niños de 6to grado, que apenas están abandonando la primaria y sucede que los marcó las imágenes sobre ciertos conceptos de conocimiento científico de lo que es la observación y ahí entró el niño a confundirse un poco.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{co}C₁I₂.

Además, en GE4S8Ep5, el profesor X deja en manifiesto la presencia del indicador "Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones", contenido en el componente "Aprendizajes" de la faceta Cognitiva. Esta referencia se da cuando el profesor afirma que tuvo en cuenta los errores presentados por los estudiantes durante el desarrollo de la clase, para tomar decisiones que respondieran a las dificultades presentadas por los estudiantes y, de esta manera, asegurarse que los estudiantes tuvieran los conocimientos previos necesarios para estudiar la temática a presentar. En este sentido, también logra evidenciarse la presencia del indicador "Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema", contenido en el componente "Conocimientos previos" de la faceta Cognitiva.

Profesor X

Fecha: 10/11/2020

[GE4S8Ep5]

Pregunta 5, Intervención 2: [Línea 15 – Línea 24]

Transcripción natural:

“Con esa primera fase de exploración, yo simplemente lo que hice fue que con esos errores que yo estaba observando de ellos, estaba mirando que bases conceptuales realmente estaban teniendo esos estudiantes... porque no se centran, sino que divagan en observaciones que no son relevantes en el momento... por ejemplo, se les presentó una imagen con el signo mayor y menor y, entonces, para ellos dentro de esa observación fue más importante decir “punto, veo un color azul, veo un color amarillo, o sea, no identificaron en cierta forma lo que uno pretendía que ellos ya tuvieran dentro

de su estructura matemática, que son las relaciones de orden. Entonces, yo esperaba que ellos manejaran ciertos conceptos como las relaciones de orden y las cantidades y resulta que ellos no estaban respondiendo a esa imagen que se les estaba presentando. Entonces, por eso la fase de exploración se alargó, porque quería saber exactamente hasta donde podía llegar esa base conceptual de los estudiantes en este caso.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_2$.

En síntesis, la representación gráfica del estado final de la faceta Cognitiva de los profesores se puede apreciar mediante el siguiente mapa jerárquico (ver Figura 46). Aquí se evidencia la prevalencia del componente “Conocimientos previos” (60%) sobre los demás, quien ocupa un área mayoritaria al interior de la faceta Cognitiva, seguido por los componentes “Aprendizaje” (23%) y “Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales” (17%).

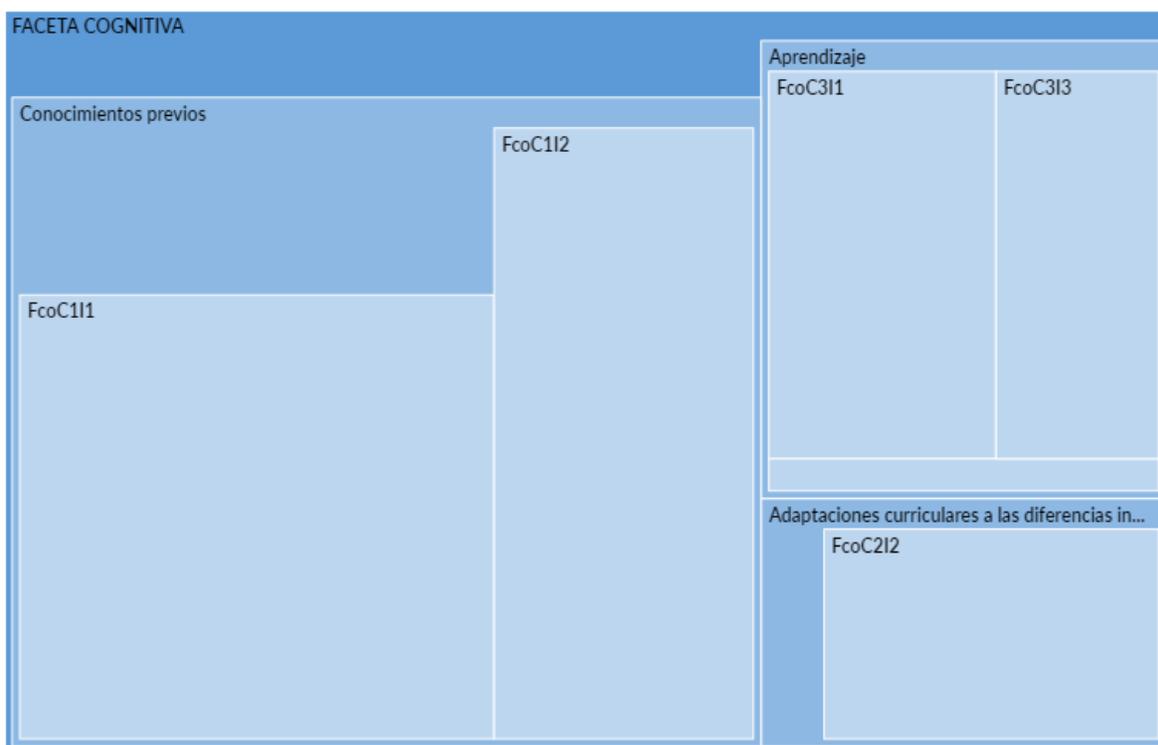


Figura 46. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Cognitiva. Elaborado en NVivo.

Faceta Afectiva

El proceso de contrastación entre el estado inicial y final del CDM sobre MM en los profesores, tal como se muestra en la Figura 47, no evidenció un crecimiento notable en la mayoría de los componentes e indicadores que configuran la faceta Afectiva. Sin embargo, se puede destacar la presencia del indicador “Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.” durante el análisis del segundo ciclo LS, el cual, se encontraba ausente en el análisis del ciclo LS1.

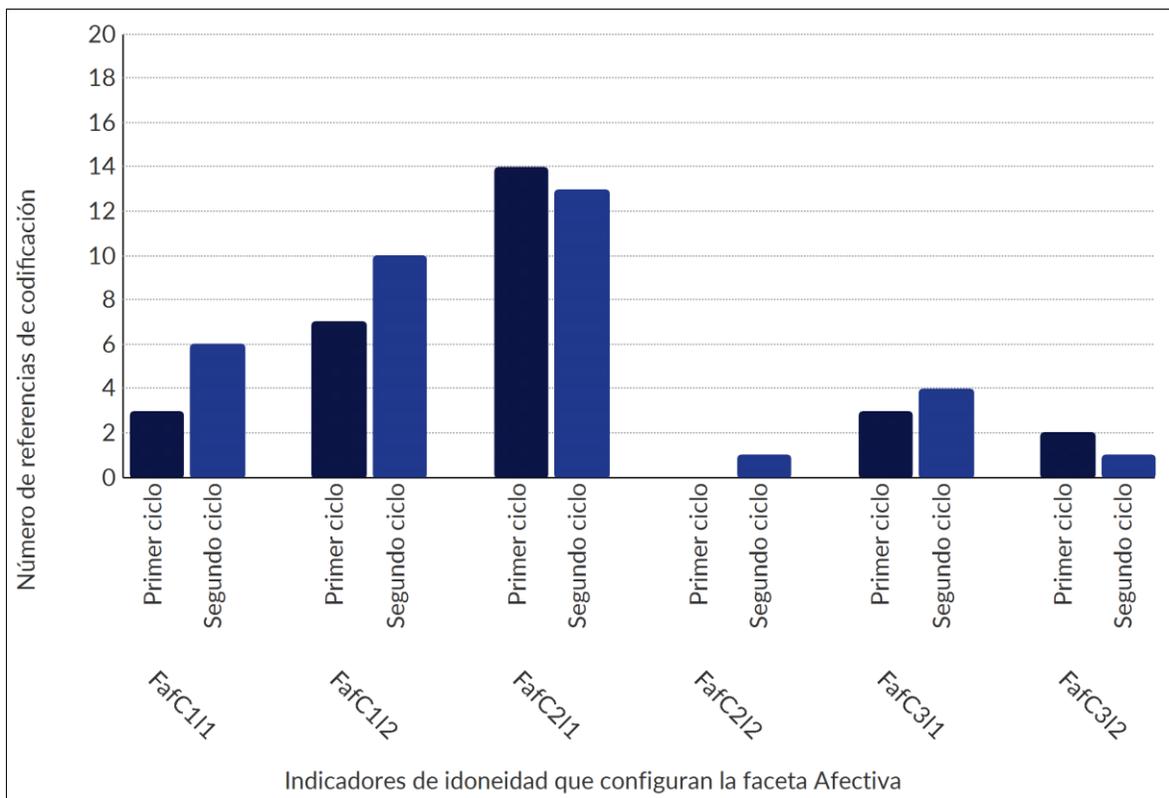


Figura 47. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.

El análisis de los episodios seleccionados en las EI, permitió identificar elementos importantes en el discurso de los profesores que se relacionaron con la faceta Afectiva. En EF₁S₉Ep₂, el profesor X destaca la importancia del indicador "Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional", contenido en el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva, cuando reconoce que es importante de hacerle notar a los estudiantes la utilidad de las matemáticas en su vida diaria.

Profesor X**Fecha:** 30/12/2020[EF₁S₉Ep₂]

Sección II, Pregunta 2, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“El estudiante o la persona debe comprender el significado, el valor y el uso de los diferentes sistemas numéricos y de lo que en sí representan las matemáticas en su vida como tal. No solamente verla como esa materia inmersa en una cantidad de números, de operaciones y símbolos, sino que, además, sea capaz de relacionarla con su entorno y su vida diaria.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Emociones.

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₂.

De igual manera, en EF₂S₉Ep₂, el profesor Y también advierte la presencia y utilidad de las matemáticas en la cotidianidad y en el desarrollo de las profesiones en las cuales se podrían formar los estudiantes. De esta manera, se advierte que el profesor, teniendo en cuenta el sentido que le otorga a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tiene en cuenta al momento de reflexionar, el indicador "Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional", contenido en el componente "Intereses y necesidades".

Profesor Y**Fecha:** 18/12/2020[EF₂S₉Ep₂]

Sección II, Pregunta 2, Párrafo 1: [Línea 2 – Línea 7]

Transcripción natural:

“Las matemáticas te permiten razonar, pensar, estimar, todo lo que tú, como ser, como persona, puedes llegar a necesitar en tu vida diaria, en tu vida social, en tu vida profesional. Es decir, las matemáticas las tenemos en todos lados y la aplicamos a diario. Entonces, ese es el sentido que se le debe dar a las matemáticas, que nos enseñen a pensar, a razonar, que sea unas matemáticas para la vida que nos ayude a progresar, a salir adelante y a ejercitar nuestras capacidades de conocimiento.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_1I_2$.

Luego, en EF₁S₉Ep₆ el profesor X resalta la importancia del indicador "Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas", contenido en el componente "Emociones" de la faceta Afectiva, cuando manifiesta que es necesario que un buen profesor de matemáticas evite distanciar a los estudiantes de las matemáticas, sino que, por el contrario, debe encontrar la manera de comunicarle que todos pueden llegar a desarrollar competencias matemáticas si se lo proponen.

Profesor X**Fecha:** 30/12/2020[EF₁S₉Ep₆]

Sección II, Pregunta 4, Párrafo 1: [Línea 17 – Línea 20]

Transcripción natural:

“Para ser un buen profesor de matemáticas, no tiene uno que estarle diciendo a los estudiantes que las matemáticas son un espanto, o que las matemáticas son algo para solo algunos privilegiados, sino que cualquier persona en cualquier condición y en cualquier espacio de tiempo o de lugar, puede, si se lo propone, ser un buen matemático.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Emociones.

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₃I₁.

Además, en EF₁S₉Ep₁₅, el profesor identifica con claridad como puede adaptar una tarea y presentarla como una actividad que despierte el interés entre los estudiantes, por lo que se evidencia en su comentario la presencia del indicador "Las tareas tienen interés para los alumnos", contenido en el componente "Intereses y necesidades" de la faceta Afectiva.

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₁₅]

Sección III, Pregunta 9, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Allá en los espacios que nosotros manejamos, la motivación más grande que puede haber es decirles a ellos que lo van a hacer de una forma práctica, de una forma diferente a la convencional. Tú le das a ellos la oportunidad de que ellos midan, de que ellos realicen, de que ellos dibujen... o sea, entre más, le ponga uno a hacer, ellos más se van a motivar.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_1I_1$.

Al analizar la guía de aprendizaje presentada como documento de apoyo para la PF, se logró identificar que la actividad colaborativa presentada en PFS₆Ep₁₈ se muestra como una propuesta muy completa, donde se destaca el planteamiento a los estudiantes de situaciones contextualizadas, articuladas, generadoras de problemas, que permiten al estudiante identificar la utilidad de las matemáticas en su vida, y que lo motivan a expresar matemáticamente sus ideas, interpretarlas y buscar una solución a la problemática planteada, la cual, debe ser argumentada en función de la temática estudiada. En este sentido, se evidencia en este episodio (PFS₆Ep₁₈) que la motivación principal del profesor es presentar a los estudiantes una situación que le permita valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, hecho que se relaciona con los indicadores contenidos en el componente “Intereses y necesidades”.

Profesor X**Fecha:** 30/10/2020[PFS₆Ep₁₈]

Página 7, Sección: Actividad colaborativa.

Transcripción natural:

“Con ayuda de tus padres, recolecta información que te ayude a resolver la siguiente situación:

Para el mes de diciembre quieres que tus padres te regalen de navidad un celular para usarlo en las clases virtuales ya que el que usas actualmente es de todos los miembros de la familia y en ocasiones son otros lo que lo tienen, haciendo que no puedas conectarte regularmente, el celular debe tener Cámara y espacio de almacenamiento suficiente, ¿en esas condiciones el valor mínimo en el mercado del celular es de 500000 pesos?

¿Qué posibilidades tienes que tus padres te lo compren, si tienes en cuenta los ingresos y egresos de la familia?, elabora una lista de ellos

¿Qué alternativas podría tener tu familia para comprarlo? ¿Cómo podrías ayudar a tus padres a mejorar sus ingresos y reducir sus gastos?

¿puedes crear un plan alterno o complementario al de tus padres que puedan ayudar a conseguir tu objetivo? ¿cuál es?

¿Qué recomendaciones le darías a tus padres para mejorar el estado financiero de tu familia?

Realiza una gráfica donde se resuma la información del estado financiero de tu familia.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Situaciones problemas, Lenguajes, Argumentos

(Epistémica), Conocimientos previos, Aprendizaje (Cognitiva), Intereses y necesidades

(Afectiva), Adaptación al currículo, Educación en valores (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): F_{ep}C₁I₁, F_{ep}C₁I₂, F_{ep}C₂I₃, F_{ep}C₄I₂, F_{co}C₁I₁, F_{co}C₁I₂,

F_{co}C₃I₁, F_{af}C₁I₂, F_{ec}C₁I₁, F_{ec}C₄I₁.

Luego, durante el desarrollo de la lección (CW2) se lograron identificar episodios que permitieron realizar un análisis profundo del comportamiento de la faceta Afectiva

durante el segundo ciclo LS. En muchas oportunidades se generaron espacios de participación para los estudiantes, desde la presentación del profesor, donde les pregunta cómo se encuentran, hasta el desarrollo de las actividades presentadas en clases, las cuales, también cumplen con el propósito de despertar el interés de los estudiantes.

Un ejemplo claro es el episodio CW2S7Ep25, en donde el profesor X busca despertar el interés de los estudiantes en la actividad que se va a presentar, mencionando que está relacionada con una tarea previa que desarrollaron con agrado. En este sentido, se denota la motivación del profesor por vincular en su práctica el indicador "Las tareas tienen interés para los alumnos", contenido en el componente "Intereses y necesidades"; promoviendo, además, su participación durante el desarrollo de la actividad, lo cual, permite identificar una relación entre el accionar del profesor X y el indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes".

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[CW2S7Ep25]

Intervención profesor 11:19 a.m.

Transcripción natural:

“Con los números enteros, una de las cosas que podemos hacer es que podemos ubicar posiciones dentro de la recta numérica. Yo quiero que ustedes me ayuden a ubicar unos puntos o unas posiciones, precisamente, de un ave que ya ustedes conocen. Quiero que me ayuden y entonces me digan rápidamente y me digan cuál es la posición de cada uno de los objetos siguientes”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades, Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_1I_1$, $F_{af}C_2I_1$.

Al analizar el proceso de observación (RO2) efectuado durante el segundo ciclo LS, se identifican episodios importantes que resaltan la presencia de la faceta Afectiva. En RO2S7Ep13, por ejemplo, se aprecia implícitamente la presencia del indicador "Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas", contenido en el componente "Emociones" de la faceta Afectiva, cuando el profesor manifiesta que la autoestima de los estudiantes se ve beneficiado cuando asume el reto de desarrollar las actividades propuestas de forma autónoma y son capaces de conseguirlo.

Profesor Y

Fecha: 03/11/2020

[RO2S7Ep13]

Acción 5, Columna 4: Párrafo 1 [Línea 1 – Línea 7].

Transcripción natural:

“Estos compromisos son importantes porque permite afianzar la motivación del estudiante hacia el tema, así como también fomentar su autonomía en la toma de decisiones, estimular su creatividad, mejorar su autoestima por medio de los retos presentes en la actividad, generar hábitos de cumplimiento y el valor de la responsabilidad”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Emociones (Afectiva), Autonomía (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_3I_1$, $F_{in}C_3I_1$.

Y finalmente, al analizar el proceso reflexivo efectuado por los profesores al finalizar el segundo ciclo LS en GE4S8Ep12, el profesor destaca directamente que tuvo presente la faceta afectiva al momento de planificar y desarrollar la lección. Además, en su discurso, se evidencia la presencia implícita del indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes" de la faceta Afectiva, cuando comenta que el propósito de desarrollar la actividad de la forma como la planificó, era brindarle la confianza suficiente a los estudiantes para que participaran de la forma que se sintieran más cómodos.

Profesor X

Fecha: 10/11/2020

[GE4S8Ep12]

Pregunta 6, Intervención 2: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Bueno, yo tuve en cuenta varios elementos... dentro de eso, yo tuve en cuenta la parte afectiva de los chicos... que ellos se sintieran bien, se sintieran seguros de lo que querían participar y les di la oportunidad de que escribieran, hablaran o lo hicieran de la forma en que se sintieran más cómodos. Porque me di cuenta de que, en la primera sesión, a veces el escribir... a pesar de que el profe nos hizo la aclaración en la sesión anterior de la importancia de aprender a escribir bien... la parte oral también es importante porque primero, también nos enseña a comunicarnos y lo hacen rápido, o sea, nos ahorraría tiempo.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_2$.

En síntesis, el estado final de la faceta Afectiva identificada en los profesores, se puede representar gráficamente por medio de un mapa jerárquico que delimita el área, al interior de esta faceta, que ocupan los diferentes componentes e indicadores que la configuran (ver Figura 48).

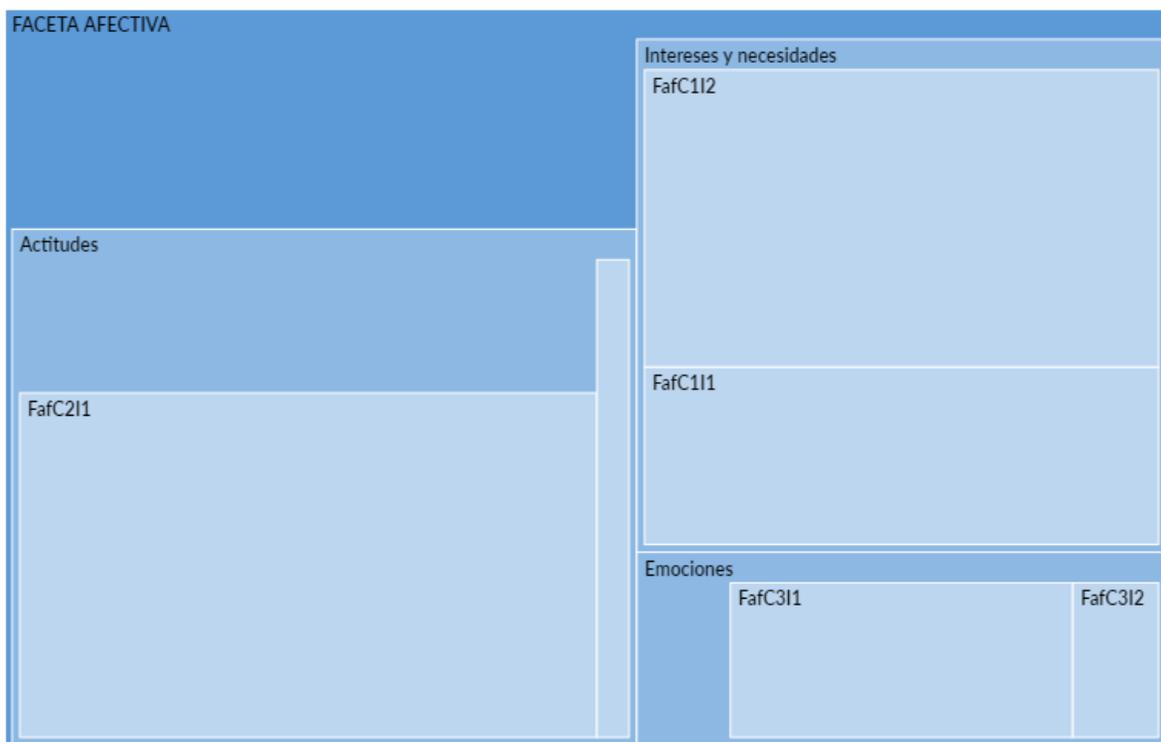


Figura 48. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Afectiva. Elaborado en NVivo.

Es evidente la prevalencia del indicador “Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.”, quien ocupa la mayor parte del área delimitada al interior de la faceta Afectiva. Esto tiene mucho que ver con la modalidad de enseñanza alternativa que se está empleando en la actualidad en esta institución, que obliga al profesor a incentivar la participación activa del estudiantado para comprobar su presencia y la adquisición de los conocimientos aprendidos.

Así mismo, los indicadores “Las tareas tienen interés para los alumnos.” y “Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.”, contenidos en el componente “Intereses y necesidades”, también asumen un rol protagónico, evidenciando nuevamente la importancia que se suscita, en este tipo de comunidades, por despertar el interés de los estudiantes por el estudio de las matemáticas y por permitirles visualizar la utilidad de esta área del conocimiento en su crecimiento personal y en su futura formación profesional.

Por otra parte, pese a estar presentes los indicadores “Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.” y “Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.”, contenidos en el componente “Emociones”, se destaca como un aspecto a mejorar el hecho de propiciar más espacios de interacción con los estudiantes que les permita admirar las grandes cualidades de las matemáticas y combatir el entorno hostil y de terror que a veces envuelve el estudio de esta ciencia en los escolares.

Faceta Interaccional

Al analizar el estado final de la faceta Interaccional en los profesores, luego de participar en el presente proyecto de intervención, se evidencia un progreso importante en el desarrollo de cada uno de los componentes e indicadores que la configuran, donde se destaca el crecimiento de los componentes “Interacción docente-discentes”, Interacción entre alumnos” y “Evaluación formativa”. Así como la presencia, durante la implementación del segundo ciclo LS, por primera vez, de los indicadores “Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos” y “Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.”, tal como se muestra en la Figura 49.

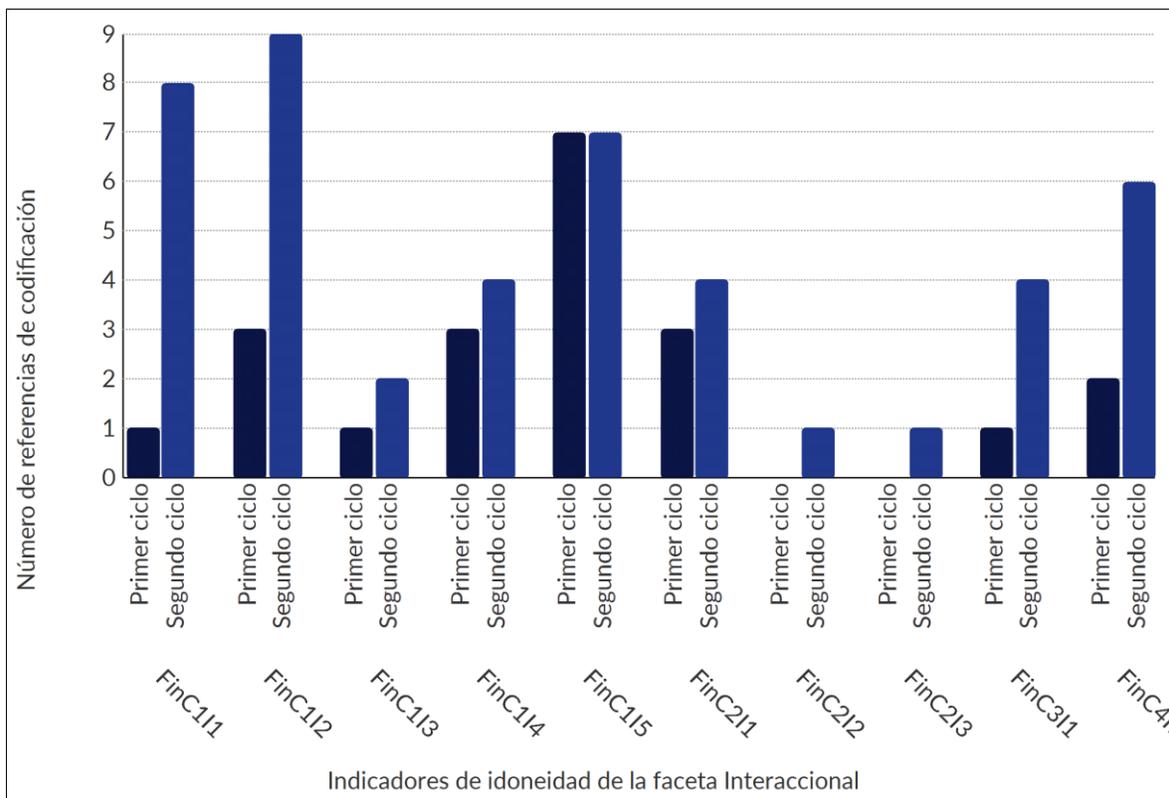


Figura 49. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.

Los diferentes instrumentos aplicados durante la implementación del segundo ciclo LS permitieron seleccionar episodios clave para la identificación del estado final de la faceta Interaccional en los profesores, luego de su participación en este proyecto de intervención. Un ejemplo claro es el episodio $EF_1S_9Ep_1$, donde se logra evidenciar de una forma implícita la faceta Interaccional en las acciones que describe el profesor X, destacando los indicadores contenidos en el componente "Interacción docente - discente", al reconocer en su discurso, el uso de recursos retóricos para captar la atención de los estudiantes ($FinC1I_4$), la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase ($FinC1I_5$), la

búsqueda de consensos y negociación de los significados ($F_{in}C1I3$), el planteamiento de preguntas adecuadas para orientar el proceso ($F_{in}C1I2$) y la presentación adecuada de la situación problema ($F_{in}C1I1$), lo cual, adicionalmente le permite al docente realizar una "Observación sistemática del proceso cognitivo de los alumnos" ($F_{in}C4I1$).

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF1S9Ep12]

Sección II, Pregunta 6, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Yo diría que el papel del maestro es el de orientador, de acompañante, de asesor y es quien debe estar ahí, en la medida de que, si el estudiante así lo necesita, pueda hacer sugerencias. No es que le vaya a hacer las cosas, pero si lo pueda persuadir a que él haga. Puede que una pregunta, en el momento oportuno, puede ser valiosa para que él tome una decisión. Entonces, podría preguntarles, ¿qué pasaría si midiéramos este lado?, ¿cuánto medirá?, entonces, ellos se motivan... ¿con qué instrumento lo utilizaríamos?, ¿cuál es la medida?, esa medida, trate de representarla en una hoja de papel. Entonces, tal como el rol del maestro, estar ahí, no dejarlo solo, porque al comienzo lógicamente le va a costar.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes, Reglas (Epistémica), Interacción docente-discentes, Evaluación formativa (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C2I1$, $F_{ep}C2I2$, $F_{ep}C2I3$, $F_{ep}C3I3$, $F_{in}C1I1$, $F_{in}C1I2$,

$F_{in}C1I3$, $F_{in}C1I4$, $F_{in}C1I5$, $F_{in}C4I1$.

Así mismo, en GE3S₆Ep₃, los profesores asocian el episodio referenciado con la faceta Afectiva, guiado seguramente por lo que se describe en el indicador "Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.", contenido en el componente "Actitudes". Además, de forma implícita, también se identifica una aproximación en el discurso del profesor Y con el indicador "Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase", contenido en el componente "Interacción docente-discente", cuando este relaciona la importancia de conservar un buen clímax de aula para el estudio.

Profesores X e Y

Fecha: 14/10/2020

[GE3S₆Ep₃]

Sección I, Ítem 3, Párrafo 2: [Línea 1 – Línea 2]

Transcripción natural:

“EPISODIO 3: “Entonces, la parte afectiva esa que te decía es fundamental, porque es un primer acercamiento entre uno y el estudiante. Tenemos que crear un ambiente chévere, cordial, que el estudiante sienta esa confianza con uno (...) hasta que se logre que esa comunicación sea una comunicación que fluya de manera normal, que los estudiantes se apropien.”

PROFESOR X: Se resalta la faceta afectiva.

PROFESOR Y: Y también del clímax del aula. También lo dice ahí, es chévere. Un clímax de aula favorable para el estudio, para el conocimiento.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Actitudes (Afectiva), Interacción docente-discentes (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$, $F_{in}C_1I_5$.

En la guía de aprendizaje presentada por los profesores (PF), se identifica un episodio (PFS₆Ep₁₀) donde se presenta un criterio de evaluación que vale la pena resaltar, debido a que, en él, se logra evidenciar que el profesor Y le atribuye un papel especial a la autonomía del estudiante para llevar a cabo actividades que contribuyan a su formación en la temática presentada. Lo anterior, evidencia una relación implícita entre el episodio seleccionado y el indicador "Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio", contenido en el componente "Autonomía".

Profesor Y

Fecha: 30/10/2020

[PFS₆Ep₁₀]

Página 3, Sección: Evaluación [Línea 14 – Línea 15].

Transcripción natural:

“Capacidad para plantear, razonar, explicar, analizar, refutar, deducir, o criticar y replantear información suministrada o consultada con autonomía.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Autonomía.

Indicador(es) asociado(s): $F_{in}C_3I_1$.

Durante el desarrollo de la lección se lograron identificar varios episodios clave, donde se evidencia que el profesor X se preocupa por reconocer y resolver las dificultades y los errores presentados por los estudiantes. En CW2S7Ep28, por ejemplo, el profesor realiza las preguntas adecuadas para identificar conflictos en la comprensión de la temática por parte de los estudiantes, para llevar a cabo una estrategia de orientación que les permitió llegar a la solución de la actividad propuesta. En este sentido, se evidencia que el profesor apeló al uso del indicador "Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)", contenido en el componente "Interacción docente-discente" de la faceta Interaccional.

Profesor X**Fecha:** 03/11/2020

[CW2S7Ep28]

Intervención profesor [11:29 a.m. – 11:37 a.m.]

Transcripción natural:

“3/11/2020 11:29 a. m. - Freddie: ¿Cuál es la temperatura que marca el termómetro A?

3/11/2020 11:29 a. m. - Luis Arroyave 6c: PTT-20201103-WA0118.opus (archivo adjunto)

“0°C”

3/11/2020 11:29 a. m. - Freddie: ¿Cómo se lee esa temperatura?

3/11/2020 11:29 a. m. - Keiner 6c: PTT-20201103-WA0119.opus (archivo adjunto)

“Hay temperaturas que son diferentes”

3/11/2020 11:30 a. m. - Freddie: ¿Cuál es el valor que marca el termómetro A?

3/11/2020 11:31 a. m. - Freddie: La temperatura está por encima o por debajo del cero

3/11/2020 11:31 a. m. - Keiner 6c: PTT-20201103-WA0125.opus (archivo adjunto)

“la temperatura está por encima o por debajo del 0”

3/11/2020 11:31 a. m. - Luis Arroyave 6c: PTT-20201103-WA0124.opus (archivo adjunto)

“la temperatura está por debajo del cero”

3/11/2020 11:31 a. m. - Daniela Ortiz 6c: PTT-20201103-WA0123.opus (archivo adjunto)

“La temperatura está debajo del 0”

3/11/2020 11:32 a. m. - Freddie: cuantas rayitas debajo del cero

3/11/2020 11:32 a. m. - Luis Arroyave 6c: PTT-20201103-WA0120.opus (archivo adjunto)

“Dos rayitas debajo del cero”

3/11/2020 11:32 a. m. - Keiner 6c: PTT-20201103-WA0122.opus (archivo adjunto)

“Las rayitas debajo del cero”

3/11/2020 11:33 a. m. - Daniela Ortiz 6c: PTT-20201103-WA0121.opus (archivo adjunto)

“Dos rayitas debajo del cero”

3/11/2020 11:33 a. m. - Freddie: cuantas rayitas

3/11/2020 11:34 a. m. - Keiner 6c: PTT-20201103-WA0126.opus (archivo adjunto)

“Dos rayitas debajo del cero”

3/11/2020 11:35 a. m. - Luis Arroyave 6c: PTT-20201103-WA0127.opus (archivo adjunto)

“Profe, en total hay 15 rayitas debajo del 0”

3/11/2020 11:35 a. m. - Freddie: correcto, la temperatura que marca el termómetro A es de 2 grados bajo cero

3/11/2020 11:35 a. m. - Freddie: *¿Cuál será la temperatura del termómetro registrada por el termómetro B?*

3/11/2020 11:36 a. m. - Luis Arroyave 6c: *Este mensaje fue eliminado*

3/11/2020 11:36 a. m. - Luis Arroyave 6c: *PTT-20201103-WA0128.opus (archivo adjunto)*

“19°C”

3/11/2020 11:37 a. m. - Freddie: *👍*”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades, Actitudes.

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₁, F_{af}C₂I₁.

El análisis del proceso de observación (RO2) efectuado por los profesores también aportó reflexiones importantes, tales como la que se puede evidenciar en RO2S₇Ep₁₂, donde el profesor Y, soportando su argumento en el modelo pedagógico constructivista adoptado por la institución, advierte que durante el desarrollo del proceso instruccional se debieron generar más espacios donde se promoviera el intercambio de ideas entre el profesor y los estudiantes. De esta forma, el profesor Y de forma implícita, pondera la importancia del indicador “Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento”, contenido en el componente “Interacción docente-discentes”.

Profesor Y

Fecha: 03/11/2020

[RO2S₇Ep₁₂]

Acción 4, Columna 4: Párrafo 1 [Línea 5 – Línea 10].

Transcripción natural:

“En el desarrollo de esta etapa el docente explicó la importancia de los números enteros, de manera magistral no hubo un intercambio de ideas entre el alumno y el profesor, tampoco se observó el constructivismo, pilar del modelo pedagógico de la Institución educativa”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Interaccional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Argumentos (Epistémica), Interacción docente-discentes (Interaccional), Adaptación al currículo (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_4I_1$, $F_{in}C_1I_3$, $F_{ec}C_1I_1$.

El proceso reflexivo adelantado por los profesores al finalizar el segundo ciclo LS también fue objeto de análisis. En GE4S8Ep7 el profesor X, implícitamente, resalta la importancia que tuvo en la clase el indicador "Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes", contenido en el componente "Interacción entre alumnos" de la faceta Interaccional, cuando señala las complementariedades en la argumentación que se presentaba en la sesión de trabajo cuando varios estudiantes interactuaban y respondían a las situaciones planteadas en clase.

Profesor X**Fecha:** 10/11/2020

[GE4S8Ep7]

Pregunta 5, Intervención 3, Párrafo 2: [Línea 4 – Línea 5]

Transcripción natural:

“Hubo un momento donde estaban 4 o 5 estudiantes y todos los niños estaban participando... eso es chévere... porque estábamos tratando de tomar el tema y uno se complementaba con otro.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Interacción entre alumnos.

Indicador(es) asociado(s): $F_{in}C_2I_1$.

Así mismo, en GE4S₈Ep₁₁ se evidencia la presencia implícita del indicador "Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos", contenido en el componente "Interacción docente-discente", cuando el profesor Y menciona que su colega se enfrentó a un momento complicado, donde los estudiantes se mostraron confundidos respecto a la temática y a las actividades planteadas, y resaltó que, a partir de intervenciones adecuadas, este logró identificar y solucionar todos los conflictos cognitivos que se presentaron. De esta manera, se evidencia la presencia implícita del indicador "Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos", contenido en el componente "Interacción docente-discente"

Profesor Y

Fecha: 10/11/2020

[GE4S₈Ep₁₁]

Pregunta 7, Intervención 1, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Observé los compromisos cognitivos cuando el profe les coloca la imagen de ciertos termómetros para medir la temperatura. Me gustó porque a pesar de que en cierto momento se entró en un estado de confusión, al final los niños se apropiaron de ese

conocimiento y dieron la respuesta adecuada. Se pudo observar que ellos estaban un poco confusos, pero lo que tenían dentro de ellos en sí, si era lo que el profe quería y al final, todos resolvieron adecuadamente. Los recursos empleados por el profe fueron muy planeados e ideados a la situación y se alcanzó lo que el profe quería alcanzar con los estudiantes y quedó muy claro.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Interaccional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos, Aprendizajes (Cognitiva),

Interacción docente-discentes (Interaccional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_2$, $F_{co}C_3I_1$, $F_{in}C_1I_2$.

Finalmente, en GE4S₈Ep₁₃ el profesor X señala directamente que tuvo presente la faceta afectiva al momento de planificar y desarrollar la lección, sin embargo, también se destaca en su discurso que el profesor promueve la inclusión de los estudiantes, cuando este sugiere que el propósito de desarrollar la actividad de la forma como la planificó, era brindarle la confianza suficiente a los estudiantes para que participaran de la forma que se sintieran más cómodos. De esta manera, se interpreta que el profesor promueve la inclusión de los estudiantes, distinguiendo la presencia implícita del indicador "Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase", contenido en el componente "Interacción docente-discente".

Profesor X

Fecha: 10/11/2020

[GE4S₈Ep₁₃]

Pregunta 7, Intervención 2, Párrafo 2: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Bueno, yo tuve en cuenta varios elementos... dentro de eso, yo tuve en cuenta la parte afectiva de los chicos... que ellos se sintieran bien, se sintieran seguros de lo que querían participar y les di la oportunidad de que escribieran, hablaran o lo hicieran de la forma en que se sintieran más cómodos.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Actitudes (Afectiva), Interacción docente-discentes (Interaccional), Tiempo (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_2I_1$, $F_{in}C_1I_5$.

En definitiva, el estado final de la faceta Interaccional de los profesores, se puede apreciar, de manera gráfica y sintética, por medio de un mapa jerárquico que pondera el área interior de cada componente e indicador de la faceta Interaccional, en función del número de referencias identificadas durante el análisis de los episodios previamente seleccionados, tal como se muestra en la Figura 50.

El análisis de este mapa jerárquico nos permite afirmar que, en su conjunto, el componente “Interacción docente-discente” y los indicadores que este contiene, presentan la mayor representatividad (52%) en el análisis del estado final de la faceta Interaccional en los profesores, siendo los indicadores “Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)” y “El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido,

enfatisa los conceptos clave del tema, etc.).”, quienes se vieron relacionados con el discurso y accionar de los profesores en un mayor número de episodios.

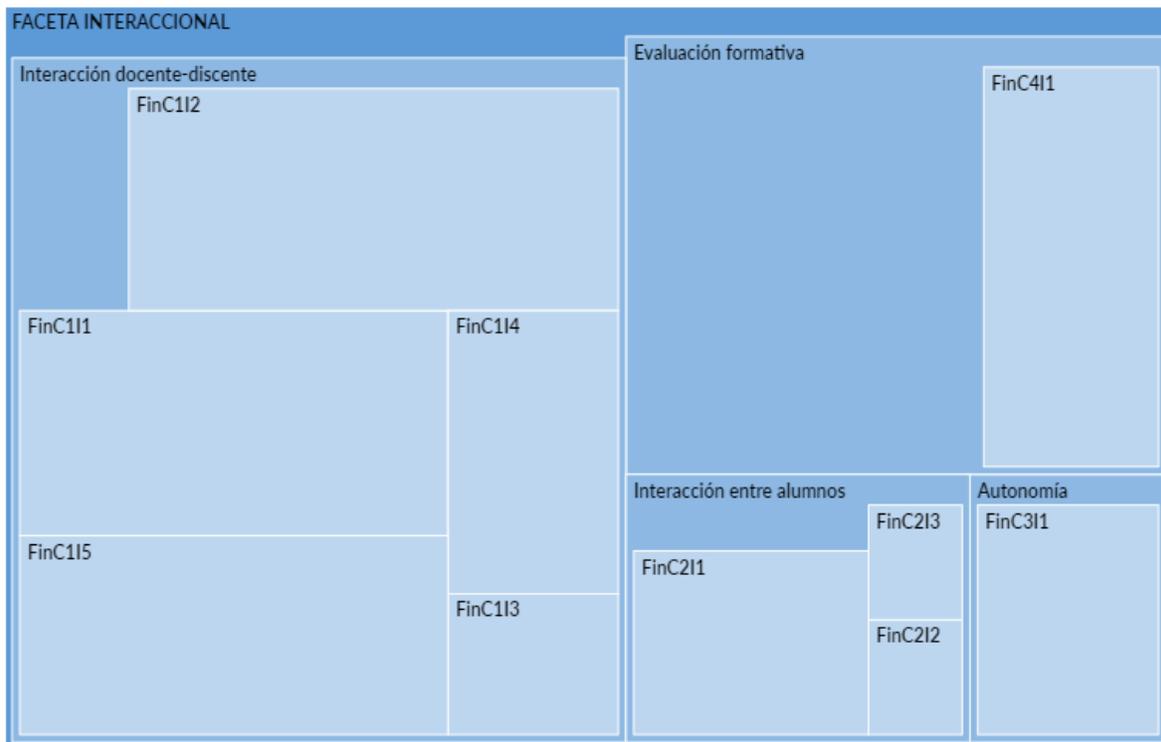


Figura 50. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Interaccional. Elaborado en NVivo.

La prevalencia del componente “Interacción docente-discentes”, en primera instancia, resalta la importancia que le otorgan los profesores a las explicaciones y el acompañamiento a sus estudiantes durante el desarrollo del proceso instruccional, ponderando, en este caso, la presentación adecuada del tema ($F_{in}C_1I_1$) y el reconocimiento y solución de los conflictos de los alumnos ($F_{in}C_1I_2$) como aspectos clave en los cuales se debe enfocar el profesor de matemáticas.

El componente “Evaluación formativa” también ocupa una posición importante al interior de la faceta Interaccional, lo que destaca la importancia dada por parte de los profesores al componente valorativo durante el desarrollo del proceso formativo con los estudiantes, lo cual, resulta evidente en su práctica cuando buscan vincular, desde el momento de la planeación, actividades que le permitan realizar una “observación sistemática del proceso cognitivo de los alumnos” (F_{in}C₄I₁).

En contraste, los componentes “Interacción entre alumnos” y “Autonomía”, pese a que todos sus indicadores son referenciados, se destacan como un aspecto a mejorar, debido a que resulta trascendente para el enriquecimiento de los procesos instruccionales que se desarrollen en adelante, que se generen más espacios donde se promueva la comunicación, diálogo, discusión de ideas, fabricación de argumentos e inclusión de los estudiantes en dinámicas de trabajo colaborativo. Además, de fortalecer procesos de trabajo autónomo que les permita profundizar y/o poner en práctica las temáticas abordadas durante el desarrollo de la lección.

Faceta Mediacional

La contrastación del estado inicial y final de la faceta Mediacional en los profesores luego de participar del proyecto de intervención, tal como se aprecia en la Figura 51, evidencia un crecimiento significativo del indicador “Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.”, contenido en el componente

“Recursos Materiales”. Lo cual, reafirma la constante preocupación que manifiestan los profesores, durante la planeación y el desarrollo de la lección, por facilitar herramientas que les facilite a los estudiantes la comprensión de las temáticas estudiadas.

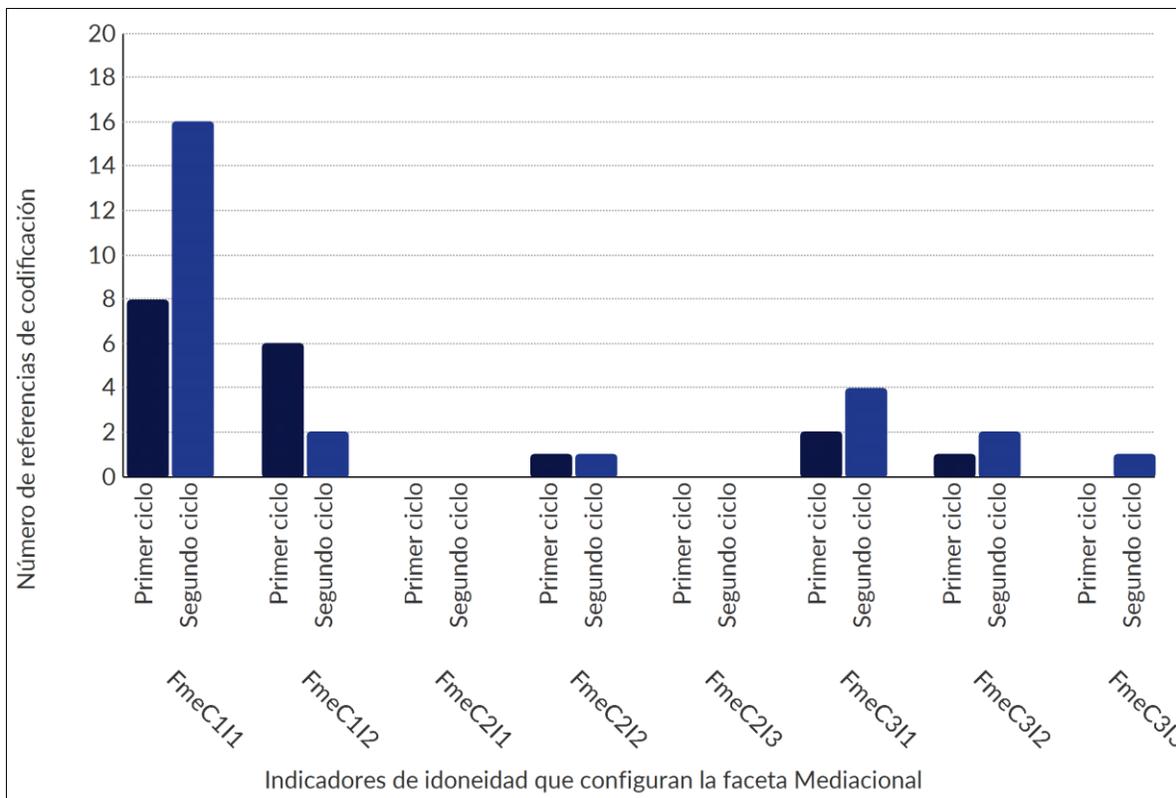


Figura 51. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Mediacional. Elaborado en NVivo.

El análisis de las EF permitió la identificación de episodios clave donde se evidencia la relación del discurso de los profesores con los componentes e indicadores que configuran la faceta Interaccional. En , por ejemplo, se logra distinguir la mención implícita del indicador "Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir

buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido", contenido en el componente "Recursos Materiales", cuando el profesor X advierte que una de las acciones que definen el papel del profesor durante el desarrollo de un proceso instruccional, es el de facilitar los medios necesarios para que el estudiante alcance los aprendizajes esperados.

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₁]

Sección II, Pregunta 1, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Bueno, la palabra profesor ha tenido varias connotaciones a través de la historia, pero últimamente se está relacionando con esa persona que está tratando de orientar y acompañar un proceso, donde hay un sujeto que está interesado en cierto tipo de conocimiento y lógicamente, esa persona que se llama profesor, es la encargada de facilitarle los recursos y los medios a ese sujeto que quiere conocer sobre eso.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Interaccional, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Interacción docente-discentes (Interaccional), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{me}C₁I₁.

Además, en EF₁S₉Ep₁₁, cuando el profesor menciona como un limitante del proceso de enseñanza – aprendizaje que normalmente se desarrolla en el aula de clase con los estudiantes, el hecho de trabajar únicamente con “papel y lápiz” y desconocer las

potencialidades del uso de recursos importantes, como los instrumentos de medición, en el desarrollo de procesos instruccionales de calidad, se evidencia la presencia implícita del indicador "Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido", contenido en el componente "Recursos materiales".

Profesor X

Fecha: 30/12/2020

[EF₁S₉Ep₁₁]

Sección III, Pregunta 5, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 10]

Transcripción natural:

“Las dificultades por lo general que están cometiendo nuestros estudiantes es que, ellos están acostumbrados a resolver problemas, pero problemas ideales, problemas ya prácticamente propuestos. Mientras que, en este caso, sería un problema en donde a ellos les va a tocar empezar a tomar decisiones. La toma de decisiones de ¿qué mido?, ¿cómo lo mido?, ¿con qué instrumento lo mido?, después, el otro paso, ¿qué hago con eso que medí?, ¿qué fórmula utilizo? Entonces, en forma general, ese tipo de paso a paso que se necesita para resolver ese problema, ellos no lo tienen... y no lo tienen porque, lastimosamente, en las clases de matemáticas, se pinta el dibujito de un rectángulo, pero no se le lleva al patio para que mida el mismo cuadrado de, por ejemplo, la maceta donde está el palo de mango, para determinar el área real. Entonces, el estudiante es capaz de hacerlo en el papel, pero en la realidad, tomando el instrumento de medida, quemando esa experiencia, a él se le está dificultando.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{me}C_{1I1}$, $F_{me}C_{1I2}$.

Por su parte, en EF₂S₉Ep₁₀, el profesor Y contempla como estrategia para el desarrollo de la actividad el uso de recursos materiales que lo ayudarían a potenciar el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, se evidencia la presencia del indicador "Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido", contenido en el componente "Recursos materiales".

Profesor Y

Fecha: 18/12/2020

[EF₂S₉Ep₁₀]

Sección III, Pregunta 8, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 6]

Transcripción natural:

“Para implementar esta actividad, asociaría la situación problema con un tema matemático de la geometría y usaríamos el papel milimetrado, hojas cuadrículadas, etc. Supongamos que cada niño necesitaría identificar gráficamente un metro cuadrado (cuadrícula del papel), entonces, se les pregunta cuántos niños podrían caber en ese recinto si se le otorga a cada niño un metro cuadrado como espacio. Porque si es una actividad lúdica va a necesitar todo ese espacio. Entonces, ahí se le presentarían situaciones asociadas al tema del área y demás.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes (Epistémica), Recursos materiales (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_1$, $F_{me}C_1I_1$.

Durante la planeación (PF) y desarrollo de la lección (CW2), también se destacaron episodios clave en donde los profesores presentaron una gran variedad de imágenes a los estudiantes con el objetivo de introducir situaciones, definiciones y propiedades relacionadas con la temática estudiada. Un ejemplo claro es CW2S7Ep15, donde el profesor usa una imagen como recurso que le permite presentar un panorama amplio de la temática, en el cual, se identifican diferentes modos de expresión matemática y se usa un nivel de lenguaje y de dificultad adecuado para el grado de escolaridad de los estudiantes a los que se dirige.

Profesor X

Fecha: 03/11/2020

[CW2S7Ep15]

Intervención profesor 10:49 a.m.

Transcripción natural:

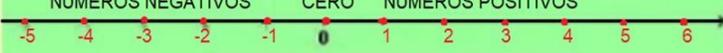
“3/11/2020 10:49 a. m. - Freddie: IMG-20201103-WA0060.jpg (archivo adjunto)

CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

Símbolo: IZQUIERDA DERECHA

Z

sentido del crecimiento
→



RECTA NUMÉRICA

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Epistémica, Cognitiva, Mediacional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Lenguajes (Epistémica), Conocimientos previos (Cognitiva), Recursos materiales (Mediacional), Adaptación al currículo (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{ep}C_2I_1$, $F_{ep}C_2I_2$, $F_{co}C_1I_1$, $F_{co}C_1I_2$, $F_{me}C_1I_1$, $F_{ec}C_1I_1$.

El protagonismo del componente “Recursos materiales” y el indicador “Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.” fue el común denominador durante el análisis de los demás instrumentos, sin embargo, se destacan también algunos episodios donde se pudo apreciar la presencia de los demás componentes indicadores que configuran la faceta Mediacional.

En RO2S₇Ep₁₉ el profesor Y manifiesta que su colega presentó dificultades en el manejo del tiempo, puntualizando en los indicadores "El tiempo (presencial y no

presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida" y "Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema", contenidos en el componente "Tiempo", cuando afirma que el momento de la exploración ocupó la mayor parte del tiempo del proceso instruccional.

Profesor Y

Fecha: 03/11/2020

[RO2S7Ep19]

Acción 8, Columna 3: Párrafo 1 [Línea 1 – Línea 10].

Transcripción natural:

“Se observó que no hubo un manejo equilibrado del tiempo, tanto fue así, que la mayor parte del tiempo asignado para el desarrollo de la actividad, se las llevó la exploración de los conocimientos previos, donde se presentaron actividades que no estaban incluidas en la guía didáctica como las imágenes del Cormorán imperial y las del Pac-Man.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Actitudes (Afectiva), Tiempos (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): F_{me}C₃I₁, F_{me}C₃I₂.

Finalmente, GE4S8Ep₁ se destaca como otro de los episodios claves del segundo ciclo LS, donde el profesor X precisa que, teniendo en cuenta el momento histórico en que nos encontramos, cuando nos enfrentamos a una pandemia que nos ha obligado a redefinir los procesos instruccionales que desarrollamos con nuestros estudiantes, la faceta Mediacional, particularmente los indicadores contenidos en el componente "Tiempo", juegan un rol muy importante, debido a que los profesores nos encontramos con un reto que

contempla, lo que el profesor denomina un proceso de "calibración" de los tiempos estipulados para desarrollar los diferentes momentos de una clase.

Profesor X

Fecha: 10/11/2020

[GE4S8Ep1]

Pregunta 1, Intervención 2: [Línea 6 – Línea 15]

Transcripción natural:

“Yo quiero comentar que, de pronto, cuando uno diseña una clase, la planea teniendo unos objetivos muy claritos, una competencia. Y resulta que uno siempre tiene en cuenta esos 3 momentos básicos de una clase que es la apertura, el desarrollo y el cierre o evaluación. Entonces, calibrar, en estos momentos de pandemia, esos tiempos, es complicado. Yo decía que hay que dosificar un poco la información para que el estudiante tenga tiempo a digerirla con tiempo; de pronto, en el caso mío, yo después de que terminó la clase... yo quise abarcar una gran cantidad de temas, pero no se dieron las condiciones por la misma conectividad y entonces, un tiempo valioso para el desarrollo se empleó fue para la apertura y eso le restó tiempo a los demás momentos que eran también bastante importantes.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Mediacional.

Componente(s) asociado(s): Tiempos (Mediacional).

Indicador(es) asociado(s): $F_{me}C_3I_1$, $F_{me}C_3I_2$, $F_{me}C_3I_3$.

En la Figura 52 se presenta, mediante un mapa jerárquico, una representación gráfica del estado final de la faceta Mediacional en los profesores luego de participar del proyecto de intervención, donde se puede evidenciar la representatividad de cada uno de los

componentes e indicadores que la configuran, en función del área que se ve delimitada en cada caso.

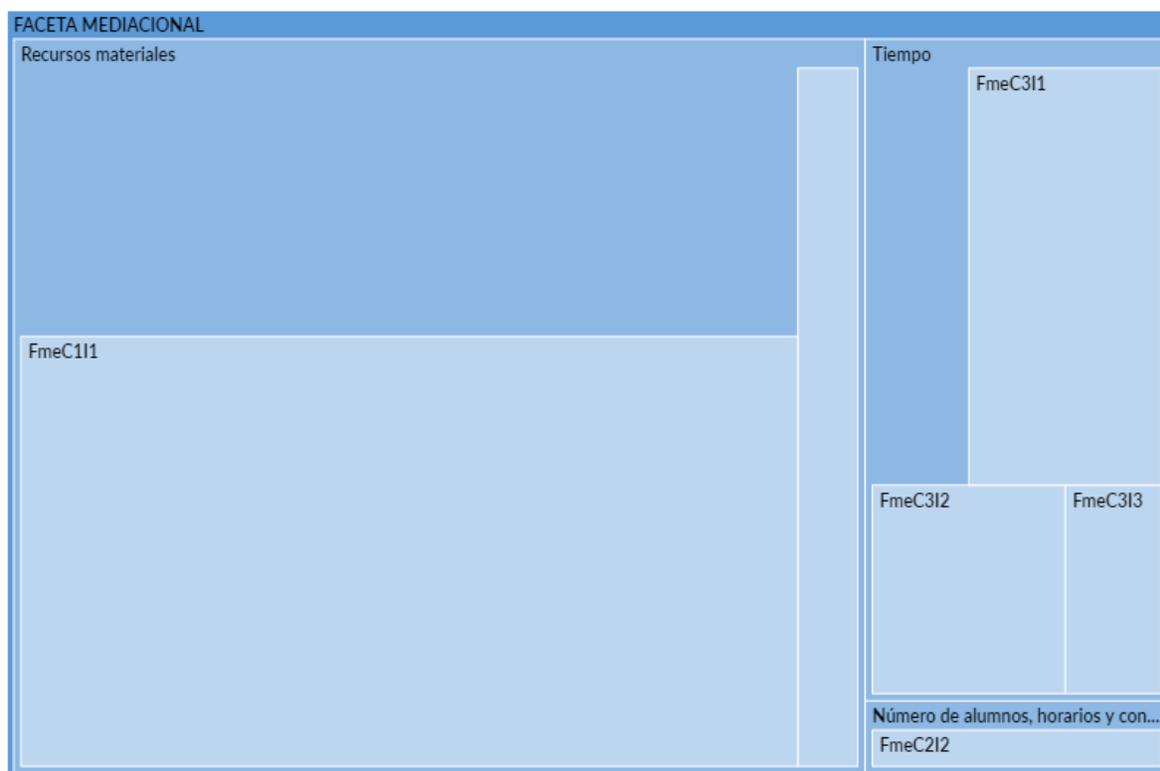


Figura 52. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Mediacional Elaborado en NVivo.

En este mapa jerárquico se puede evidenciar, tanto el protagonismo del componente “Recursos materiales”, más específicamente del indicador “Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.”, como la limitada participación de los componentes “Tiempo” y “Números de alumnos, horarios y condiciones del aula” en el discurso y accionar de los profesores.

La prevalencia del indicador referenciado anteriormente sobre los demás, da indicios de la importancia que le atribuyen los profesores a la inclusión de recursos que maximicen las oportunidades de aprendizaje que se puedan presentar durante el desarrollo de un proceso instruccional, sin embargo, la desproporción evidente en el interior del área delimitada para el componente “Recursos materiales”, indica que se deben generar oportunidades de mejoramiento en la contextualización de las definiciones y propiedades que se presente a los estudiantes, las cuales, deben ser motivadas a partir del uso de situaciones y modelos concretos.

Es importante recalcar que este proyecto se desarrolló en un contexto rural, donde los estudiantes que participaron de las sesiones de trabajo con los profesores, se veían limitado por condiciones particulares de su entorno, como lo son, las constantes fallas del fluido eléctrico y la conectividad, por lo que las referencias del componente “Tiempo” se ven motivadas esencialmente por la preocupación manifiesta de los profesores por desarrollar un proceso instruccional en donde el tiempo efectivo de clase sea suficiente para desarrollar las actividades diseñadas y alcanzar los objetivos de aprendizaje pretendidos.

Esta motivación se ve potencializada por el panorama al que se enfrentan actualmente los profesores, quienes se encuentran en un periodo de adaptación a una modalidad de enseñanza, que en ese momento no se encontraba muy bien definida, y para la cual aún no se sentían preparados. Además, se debe considerar que, en esta modalidad, no resulta sencillo hacer cambios respecto a “Condiciones del aula”, “Horarios del curso” y

“Número y distribución de alumnos”, dado que las condiciones están dadas, en la mayoría de los casos, por orientaciones de un orden superior que no permiten ser modificadas.

Lo anterior justifica, en cierta medida, la menor cantidad de referencias del componente “Número de alumnos, horarios y condiciones del aula” identificadas durante el análisis de los instrumentos aplicados en el segundo ciclo LS, las cuales, se consideran aisladas y poco representativas para el análisis del estado final de la faceta Mediacional de los profesores. Sin embargo, se postula el desarrollo de este componente como un aspecto a mejorar, bien sea desde un ámbito personal (profesores) o institucional (escuela), que podría contribuir significativamente en el desarrollo de unas prácticas de aula mucho más ricas y provechosas tanto para estudiantes como profesores.

Faceta Ecológica

Contrastar el estado inicial y final de la faceta Ecológica en los profesores, luego de participar del presente proyecto de intervención, no evidenció un desarrollo significativo de los componentes e indicadores que configuran esta faceta. Tal como se puede apreciar en la Figura 53, se evidencia el crecimiento de los indicadores “Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares”, “Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.” y “Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico”, pero también un decrecimiento de los indicadores “Innovación basada en la investigación y la práctica

reflexiva” e “Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo”.

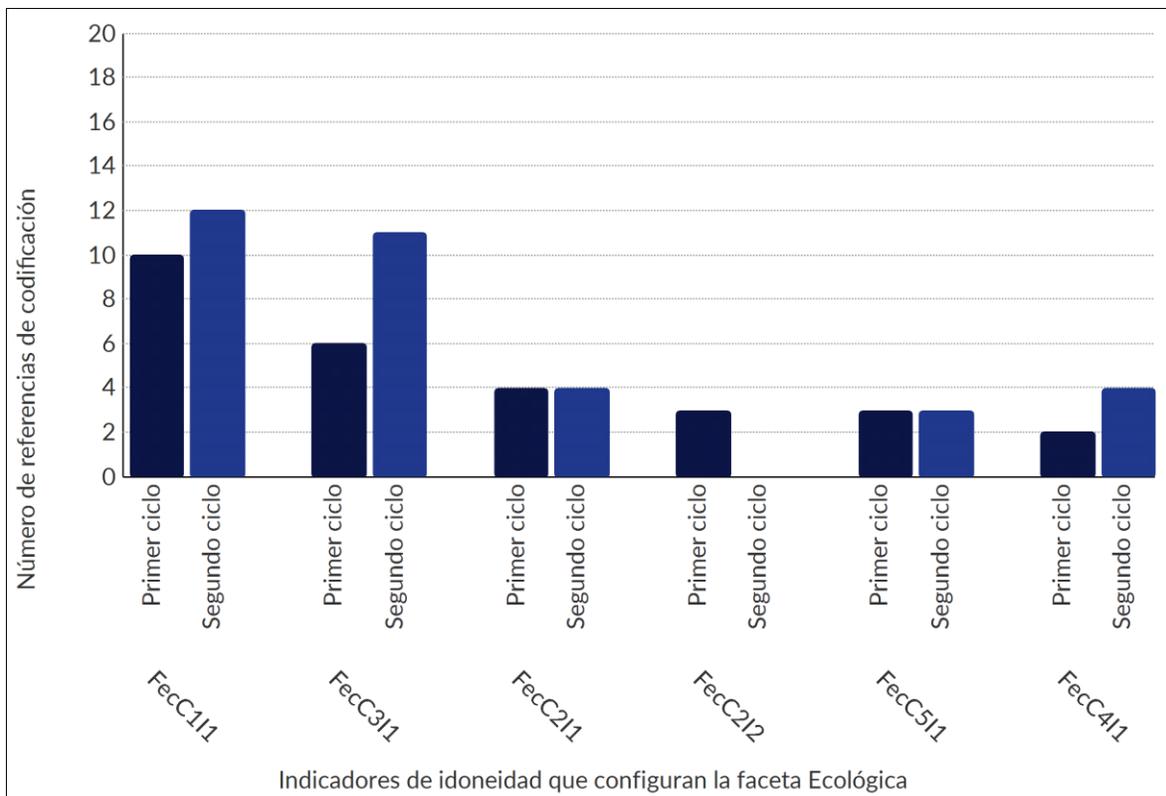


Figura 53. Contrastación del estado inicial y final de la faceta Ecológica. Elaborado en NVivo.

De lo anterior, se debe destacar que la ausencia del indicador “Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo” durante el análisis del segundo ciclo LS se da, luego de ser objeto de una discusión durante la implementación del primer ciclo LS, en donde se concluyó que, dadas las condiciones

propias del contexto de intervención, resulta traumática la integración de nuevas tecnologías que no están al alcance de los estudiantes por su condición económica y los problemas de conectividad y de fluido eléctrico. Hecho que resalta la necesidad de desarrollar estrategias de intervención que permitan a los docentes valorar la variedad de herramientas tecnológicas disponibles en la actualidad, e identificar la viabilidad de alguna de ellas para potencializar el desarrollo de las competencias matemáticas de sus estudiantes.

La presencia de la faceta Ecológica se ve identificada en el discurso y accionar de los profesores en los diferentes instrumentos aplicados durante la implementación del segundo ciclo LS. Al analizar las EF, por ejemplo, podemos identificar en EF₂S₉Ep₁, una definición de profesor que resalta la importancia del docente en la formación de los futuros profesionales. En este sentido, se evidencia la presencia implícita del indicador "Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes", contenido en el componente "Adaptación socio-profesional y cultural".

Profesor X

Fecha: 18/12/2020

[EF₂S₉Ep₁]

Sección II, Pregunta 1, Párrafo 1: [Línea 2 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Entonces, el profesor es aquella persona que se entrega a la enseñanza de los contenidos, de unos saberes, para que los niños y la misma sociedad, aprendan y puedan surgir más adelante nuevos profesionales.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Adaptación socio-profesional y cultural.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₃I₁.

Así mismo, en EF₂S₉Ep₇ se puede apreciar la presencia del indicador "Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares", contenido en el componente "Adaptación al currículo", cuando el profesor Y menciona diferentes formas de adaptar la situación problema planteada inicialmente, teniendo en cuenta, en todo caso, que estas adaptaciones se correspondan con las directrices curriculares asociadas a los grados que se refiere.

Profesor Y

Fecha: 18/12/2020

[EF₂S₉Ep₇]

Sección II, Pregunta 1, Párrafo 1: [Línea 2 – Línea 4]

Transcripción natural:

“Yo diría que, desde primero de primaria hasta grado once, cada una con su nivel de dificultad para que él asuma ese reto, porque por ejemplo en primero de primaria nosotros podríamos decirles “bueno, si somos tantos y tenemos este espacio”, se da para que ellos estimen. O podríamos decirles “estamos en un salón amplio y vamos a movernos para un salón más reducido”, ellos enseguida te van a decir “no profe, ahí no vamos a caber todos”. Entonces, yo diría que desde primero hasta grado once, poniéndole, desde la pedagogía, a cada situación un grado de dificultad acorde a la edad y al grado de los niños.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Cognitiva, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Conocimientos previos (Cognitiva), Adaptación al currículo (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{co}C_1I_2$, $F_{ec}C_1I_1$.

Durante el estudio y discusión sobre las evidencias registradas (GE3), se destaca el episodio GE3S₆Ep₁₃. En este episodio se evidencia que el profesor X logra identificar en el documento de planeación inicial la presencia del indicador "Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares", contenido en el componente "Adaptación al currículo" de la faceta Ecológica, cuando manifiesta que en la guía presentada por el profesor X durante la planeación final, se distinguen elementos que se relacionan con las directrices curriculares que ofrece el MEN en Colombia.

[GE3S₆Ep₁₃] Sección III, Intervención 2, Párrafo 1: [Línea 1 – Línea 3]

Transcripción natural:

“Yo lo que alcanzo a ver es que, por ejemplo, desde el comienzo cuando el profe dice “unidad 1: números enteros” y presenta los logros... ahí estaría ya entrando en la faceta ecológica, porque ya va el tema dirigido a cierto tipo de estudiante de cierto grado... estamos teniendo en cuenta los DBA...”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Adaptación al currículo.

Indicador(es) asociado(s): $F_{ec}C_1I_1$.

Pese a la notable prevalencia del componente “Adaptación al currículo” y el indicador “Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares” que se ha identificado en el análisis de los instrumentos aplicados durante el segundo ciclo LS, también se logran identificar algunos episodios donde la presencia de los demás componentes e indicadores contenidos en la faceta Ecológica resulta relevante. En la guía de aprendizaje presentada por el docente X (PF), desde el planteamiento de la pregunta problematizadora inicial en PFS₆Ep₁, se invita a los estudiantes a reflexionar sobre el uso de los números enteros en su vida cotidiana y su relación con las otras áreas del conocimiento, lo cual indica, la presencia del indicador "Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios", contenido en el componente "Conexiones intra e interdisciplinarios".

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[PFS₆Ep₁]

Página 2, sección: Pregunta problematizadora.

Transcripción natural:

“PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: “Cómo utilizar los números enteros para resolver situaciones problema, propias de la matemática, de otras áreas o de la vida cotidiana”

¿Para qué sirven los números enteros?”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades (Afectiva), Conexiones intra e interdisciplinarios (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): F_{af}C₁I₂, F_{ec}C₅I₁.

Además, durante el desarrollo de la lección (CW2), el profesor X realiza un comentario en CW2S₇Ep₁₀ donde pretende resaltar la importancia atribuible al proceso de observación, haciendo énfasis en elementos que se corresponden con el desarrollo de un pensamiento crítico. En este sentido, se puede evidenciar un acercamiento en el discurso con el indicador "Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico", contenido en el componente "Educación en valores".

Profesor X

Fecha: 30/10/2020

[CW2S₇Ep₁₀]

Intervención profesor 10:39 a.m.

Transcripción natural:

“Bueno, les comento a todos... las lecturas y las reflexiones nos apuntan a un solo interés... que nosotros tenemos que ser personas que se acostumbre no solo a ver, sino observar... observar es mirar detalles de las cosas, es tratar de sacar lo más importante y no conformarnos con solamente cosas muy simples. Hay dos tipos de observación: una es la observación ordinaria, la que hacen comúnmente todas las personas, pero hay otra que es la observación científica. Entonces, en ese sentido, yo los voy a invitar en el día de hoy a que ustedes se conviertan en unos buenos observadores”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Educación en valores.

Indicador(es) asociado(s): F_{ec}C₄I₁.

El proceso de observación (RO2), también permitió identificar en RO2S7Ep15, que el profesor Y resalta la importancia de presentarle situaciones a los estudiantes que les permita aplicar las matemáticas en su entorno, relacionando implícitamente este comentario con el indicador "Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes", contenido en el componente "Adaptación socio-profesional y cultural" de la faceta Ecológica.

Profesor Y**Fecha:** 03/11/2020

[RO2S7Ep15]

Acción 6, Columna 4: Párrafo 1 [Línea 1 – Línea 5].

Transcripción natural:

“La importancia de este proceso consiste en que el estudiante aplique lo aprendido a su entorno cotidiano, familiar, social y cultural, mediante trabajos colaborativos con sus pares estudiantes, con sus padres y personas de su entorno.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Afectiva, Interaccional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Intereses y necesidades (Afectiva), Interacción entre alumnos (Interaccional), Adaptación socio-profesional y cultural (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{af}C_1I_2$, $F_{in}C_2I_1$, $F_{ec}C_3I_1$.

Finalmente, en GE4S8Ep10, el profesor Y en primera instancia señala el horario en que se desarrolla la lección como un factor que tiene incidencia durante el proceso instruccional y, adicionalmente, plantea que este fenómeno que se presenta en la institución merece ser estudiado con mayor profundidad por medio de algún proceso investigativo. En

este sentido, se identifica la presencia implícita de la faceta Mediacional y el indicador "Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva", contenido en el componente "Apertura hacia la innovación didáctica".

Profesor Y

Fecha: 10/11/2020

[GE4S8Ep10]

Pregunta 5, Intervención 4, Párrafo 2: [Línea 6 – Línea 10]

Transcripción natural:

“un martes, por la mañana, los estudiantes estaban como perdidos... y esa es una teoría que yo siempre he tenido... y ojalá que podamos hacer una investigación a ver por qué ocurre eso en nuestra institución los lunes, donde en otros colegios sucede lo contrario, que el estudiante viene más picante, vienen entregado... allá nos ocurre a la inversa, el estudiante viene con todo ese conocimiento que se llevó, bloqueado o dejado no se en dónde.”

Elementos del CDM vinculados al episodio:

Faceta(s) asociada(s): Mediacional, Ecológica.

Componente(s) asociado(s): Tiempos (Mediacional), Apertura hacia la innovación didáctica (Ecológica).

Indicador(es) asociado(s): $F_{me}C_2I_2$, $F_{ec}C_2I_1$.

En definitiva, el estado final de la faceta Ecológica se puede visualizar gráficamente y de manera sintética mediante el mapa jerárquico que se presenta en la Figura 54. En este mapa jerárquico se evidencia la prevalencia del componente “Adaptación al currículo” y el indicador “Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.” al interior de la faceta Ecológica, resaltando el compromiso de los

profesores durante los diferentes momentos del segundo ciclo LS, por diseñar, desarrollar y evaluar actividades de tal forma que se corresponda con los lineamientos curriculares establecidos, tanto a nivel nacional (Derechos Básicos de Aprendizaje, Estándares Básicos de Competencia, Lineamientos curriculares), como institucional (Proyecto Educativo Institucional, Plan de área y Planes de asignatura).

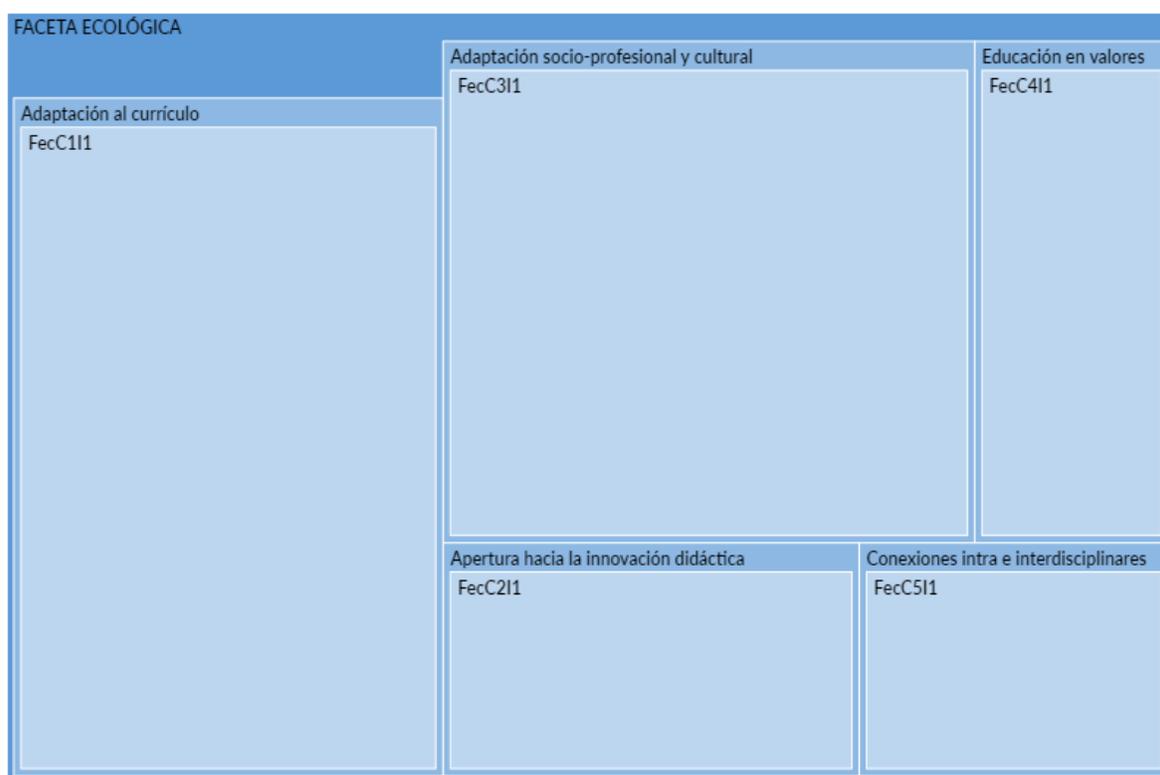


Figura 54. Mapa jerárquico: Estado final de la faceta Ecológica. Elaborado en NVivo.

La presencia de los componentes “Educación en valores” y “Adaptación socio-profesional y cultural” se justifica por la preocupación (desde la definición del objetivo de enseñanza a largo plazo en GE1) manifiesta en los profesores, por fomentar el pensamiento

crítico en sus estudiantes a partir del estudio de las matemáticas. Haciendo énfasis en diferentes situaciones que se pueden presentar en el ámbito social, profesional o cultural, donde el estudio de las matemáticas y el desarrollo de un pensamiento crítico puede ser importante para la toma de decisiones.

También, durante el análisis del segundo ciclo LS, se logran identificar episodios donde los profesores presentan a los estudiantes o discuten sobre actividades que podrían relacionar las temáticas estudiadas con otros contenidos específicos del área o de otras disciplinas, lo cual, evidencia una participación importante del componente “Conexiones intra e interdisciplinarias” al interior de la faceta Ecológica. Así mismo, las oportunidades mejora identificadas durante la implementación de este proyecto de intervención, estimuló la motivación de los profesores por desarrollar nuevos trabajos investigativos que contribuyan al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas al interior de la institución.

Pese a lo anterior, dada la baja representatividad del indicador “Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo” al interior de la faceta Ecológica, se pondera como estrategia para su desarrollo en los profesores, la importancia de fomentar en los profesores la participación en proyectos de innovación e investigación basados en la reflexión sobre su propia práctica, que propicien espacios de mejora y desarrollo profesional docente, en función de la inclusión sistemática de nuevas tecnologías en el desarrollo de los procesos instruccionales, que se adapten a las realidades contextuales de la institución en la que laboran.

Conclusiones

El análisis y la contrastación del estado inicial y final de los diferentes componentes e indicadores que configuran cada una de las facetas del modelo CDM, permiten afirmar que se generó un impacto positivo en los profesores que participaron del proyecto de intervención, ya que evidentemente se denota un desarrollo de su CDM sobre MM. Hecho que se evidencia cuando estos logran vincular en sus prácticas discursivas, durante la implementación del segundo ciclo LS, indicadores que no fueron considerados o tuvieron una presencia poco significativa durante el primer ciclo LS.

Entre las evidencias que explicitan el desarrollo de estas facetas por parte de los profesores se destaca, el reconocimiento inicial de los subprocesos de modelación y las diferencias entre Modelación Matemática y Resolución de Problemas tradicionales (Epistémica), la identificación de las dificultades que presentan los estudiantes para enfrentarse a tareas de modelación (Cognitiva), las necesidades de desarrollo profesional docente que presentamos los profesores de matemáticas para implementar tareas de modelación en los procesos instruccionales (Ecológica), la estimación de tiempos y recursos requeridos para el desarrollo de tareas de modelación (Mediacional), la necesidad de motivar la participación de los estudiantes (Afectiva), propiciar su inclusión en la dinámica de la clase y presentar actividades que promuevan el trabajo colaborativo (Interaccional).

Sin embargo, pese a los avances evidenciados en el desarrollo del CDM sobre MM en los profesores, la frontera invisible y generalmente imperceptible, que existe entre las facetas que componen este modelo, conlleva a que, en ocasiones, los profesores asocien episodios puntuales con facetas que no se corresponden. Razón por la cual, resulta necesario desarrollar proyectos de intervención efectivos, que se focalicen directamente en el desarrollo de cada una de las facetas, que permita a los profesores identificar de manera clara sus alcances y limitaciones, para consolidar una cosmovisión mucho más ajustada a los desarrollos teóricos que se han configurado en torno al modelo CDM y en el marco del EOS.

También se concluye que, la implementación de proyectos de intervención de esta índole, efectivamente contribuyen de forma positiva con el cultivo y consolidación de comunidades de aprendizajes conformadas por los profesores participantes de la propuesta formativa, y el fomento de semilleros matemáticos de estudiantes vinculados al proyecto, que se motivan por desarrollar actividades matemáticas extracurriculares con el propósito de fortalecer su práctica docente (en el caso de los profesores) y sus habilidades y competencias matemáticas (en el caso de los estudiantes).

Finalmente, luego de analizar los resultados de la implementación de este proyecto de intervención, nos permitimos hacer las siguientes recomendaciones que, según nuestra experiencia, inciden positivamente en el desarrollo de una propuesta formativa efectiva, sobre todo en circunstancias particulares como en las que se presenta el presente estudio:

- **Apoyo de los directivos:** Resulta determinante el apoyo de los directivos para generar los espacios, recursos y permisos necesarios a nivel institucional para el desarrollo del proyecto de intervención. Por lo que se considera un momento fundamental, cuando se presenta a los directivos la propuesta del proyecto y se justifica la necesidad de su implementación en la institución.
- **Convencimiento y apropiación por parte de los profesores:** Es importante implicar a los profesores y visibilizar la necesidad de desarrollar el proyecto de intervención, y justificar el impacto positivo que este propiciaría en el desarrollo de procesos instruccionales más efectivos. Esto se logra desde la sesión inicial, al momento de presentar el propósito del proyecto de intervención a los profesores, donde se resaltan las necesidades evidenciadas en la escuela para desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y las potencialidades de los cuerpos teóricos vinculados al proyecto de intervención para incidir positivamente en estas.
- **Actitud flexible, vinculante y no juzgativa:** Dadas las condiciones particulares en que se desarrolla el proyecto de intervención, resulta determinante la actitud mostrada por parte del docente investigador hacia los profesores participantes del proyecto, para no generar obstáculos en la implementación. Razón por la cual, resulta importante asegurar en todo caso, que la opinión de los profesores en la toma de decisiones trascendentes para el desarrollo del proyecto siempre se considera importante y se tiene en cuenta.

Referencias

Aké, L., Castro, W. F. y Godino, J. D. (2011). Conocimiento didáctico-matemático sobre el razonamiento algebraico elemental: un estudio exploratorio. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco y M. Palarea (Eds), Investigación en Educación Matemática. XV Simposio de la SEIEM (pp. 227-236). Ciudad Real.

Alcaldía Municipal de Zona Bananera. (22 de 07 del 2020). Plan Territorial de Seguridad Alimentaria y Nutricional (PTSAN). Obtenido de: <http://zonabananera-magdalena.gov.co/Transparencia/PlaneacionGestionyControl/PTSAN%20-%20Zona%20Bananera.pdf>

Alsina, Á. y Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. SUMA, 23-31.

Amaya, T. (2020). Evaluación de la faceta epistémica del Conocimiento Didáctico Matemático de futuros profesores de matemáticas en el desarrollo de una clase utilizando funciones. Bolema, 34(66), 110 – 131

Araujo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), 55-68.

Arceo, A., Breda, A., Font, V. y Páez, D. (2019). Criterios utilizados por un formador de futuros profesores al reflexionar sobre su práctica. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXIII (pp. 173-182). Valladolid: SEIEM.

Aroza, C. J., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *AIRES*, 6(1).

Arteaga, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Directora: Carmen Batanero.

Ball, D., Hoover, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 389-407.

Barbosa, J. (2001). Modelagem na educação matemática: Contribuições para o debate teórico. Reunião anual da ANPED (págs. 1-30). Río de Janeiro: ANPED.

Barbosa, J. (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, 27(98), 65-74.

Barbour, R. (2007). Doing Focus Groups. *The Canadian Journal of Action Research*. London: SAGE Publications.

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (Traductora Mina, M.), 145 - 159.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. En M. Blomhøj & S. Carreira, *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (págs. 1-18). Monterrey: Roskilde universitet.

Blomhøj, M. & Hojgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan, *Mathematical Modeling (ICTMA 12)* (págs. 222-231). Chichester: Horwood publishing.

Bolivar, A. (1993). "Conocimiento Didáctico del Contenido" y formación del profesorado: El programa de L. Shulman. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*(16), 113-124.

Bolivar, A. (2013). La lógica del compromiso del profesorado y la responsabilidad de la escuela. Una nueva mirada. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en la educación.*, 60 - 86.

Bolivar, A. y Bolivar, M. (2014). Las escuelas como comunidades de aprendizaje docente. En L. Razeto, J. Batalloso, A. Bolivar, M. Bolivar y M. Nuñez, *La educación necesaria: Extendiendo la mirada* (págs. 3-23). Santiago de Chile: Universitas Nueva Civilización.

Bolivar, M. (2017). *Los centros escolares como Comunidades Profesionales de Aprendizaje*. Granada: Universidad de Granada.

Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling. *Journal für Mathematik didaktik*, 31(1), 99-118.

Burgos, M., Beltrán, P., Giacomone, B. y Godino, J. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, 44, e182013. Epub November 23, 2018. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201844182013>

Breda, A. (2018). Regularidades en el análisis didáctico que realizan los profesores de matemáticas en situaciones valorativas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 787 - 795

Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema*, 34(66), 69 – 88

Breda, A., Font, V. y Calle, C. (2019). La idoneidad didáctica en la formación de profesores de matemáticas. XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Medellín: Universidad de Antioquia.

Breda, A., Font, V., Lima, V. y Villela, M. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 162 - 176.

Breda, A. y Lima, V. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74 – 103. DOI:10.4471/redimat.2016.1955

Camacho, Y. (2016). La modelación en los libros de texto de matemática del grado quinto de educación básica primaria: Un estudio en escuela nueva en Colombia. Florencia: Universidad de Antioquia.

Camelo, F. y Mancera, G. (2016). Qué y para qué de la modelación matemática: Posibilidades y desafíos. *Encuentro Distrital de Educación Matemática*, 3, 46-50.

Camelo, F., Perilla, W. y Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.

Castro, W. (2011). Evaluación y desarrollo de competencias de análisis didáctico de tareas sobre razonamiento algebraico elemental en futuros profesores. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Director: Dr. Juan D. Godino.

Cervantes, L. (2015). Consideraciones sobre la modelización matemática. En L. Cervantes, Modelización matemática: Principios y aplicaciones (págs. 1-10). Puebla: Textos científicos.

Consortium for Mathematics and Its Applications and Society [COMAP] & Society for Industrial and Applied Mathematics [SIAM]. (02 de 2019). Guidlines for Assesment & Instruction in Mathematical Modeling Education. United States of America: COMAP & CIAM. Obtenido de [siam.org](https://www.siam.org):

<https://www.siam.org/Publications/Reports/Detail/Guidelines-for-Assessment-and-Instruction-in-Mathematical-Modeling-Education>

Contreras, J. M. (2011). Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional. Universidad de Granada. Directoras: Dra. Carmen Batanero y Dra. Carmen Díaz.

Contreras, Á., García, M. y Font, V. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Bolema*, 26(42B), 667 – 690.

Cordero, F., Rosa, M., Villa-Ochoa, J. y Mendoza, E. (2019). La modelación en la Matemática Educativa: sus métodos de investigación y el impacto en la formación y desarrollo de la docencia de la matemática. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, 32(1), 539-547

Crisóstomo, Ed. (2012). Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en

didáctica del cálculo y el conocimiento profesional. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Director: Dr. Juan D. Godino.

Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). (22 de 07 de 2020).

Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI). Obtenido de:

<https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/pobreza-y-condiciones-de-vida/necesidades-basicas-insatisfechas-nbi>

D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, 28(2), 49-77.

Díaz-Bravo, L., Torroco-García, U., Martínez-Hernández, M. y Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación médica*, 162-167.

Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. (2018). *Diseño curricular para la educación primaria : primer ciclo y segundo ciclo* . Buenos Aires: Dirección de Producción de Contenidos.

Erbas, A., Kertil, M., Centikaya, B., Cakiroglu, E., Alacaci, C. & Bas, S. (2014). *Mathematical Modeling in Mathematics Education: Basic Concepts and Approaches*. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(4), 1621 - 1627.

Espejo, R. y Sarmiento, R. (2017). Una clasificación de trabajo para las metodologías activas. En R. Espejo y R. Sarmiento, *Metodologías activas para el aprendizaje* (págs. 25-46). Santiago de Chile: Universidad Central de Chile.

Esqué de los ojos, D. y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1). doi: 10.15359/ru.35-1.3 (In-Press Version)

Fernández, C. & Yoshida, M. (2004). Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Ferrando, I., Gallart, C. y Carcía, L. (2017). Análisis de los procesos de resolución de tres tareas de modelización. *Modelling in Science Education and Learning*, 10(2), 137 - 152.

Florencia, M., Mántica, A. y Gallo, M. (2020). Experiencia de modelización matemática llevada a cabo con futuros profesores. *Números*, 13 – 28

Font, V., Adán, M. y Ferreres, S. (2015). Valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Comunicación. XIV CIAEM-IACME*, Chiapas.

Font, V. y Breda, A. (2018). Criterios de idoneidad didáctica en la formación de profesores. *IV Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática*. Barranquilla: Universidad del Atlántico.

Font, V., Breda, A., Seckel, M. y Pino-Fan, L. (2018). Análisis de las reflexiones y valoraciones de una futura profesora de matemáticas sobre la práctica docente. *Ciencia y tecnología*, 34(2), 62 – 75

Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2009). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y aprendizaje*, 1-18.

Font, V., Seckel, M. y Breda, A. (2018). Los criterios de idoneidad didáctica en la formación de profesores. *IV Encuentro EIEM*, Barranquilla.

Gallardo, J. y González, J. (2006). El análisis didáctico como metodología de investigación en educación matemática. Ponencia invitada. *X Simposio de la SEIEM*, Huesca.

Gallart, C. (2016). La modelización como herramienta de evaluación competencial. Valencia: Universitat Politècnica de Valencia.

Gallart, C., Ferrando, I. y García, L. (2019). Modelización matemática en la educación secundaria: Manual de uso. *Modelling in Science Education and Learning*, 12(1), 71 - 85.

García, M., Contreras, A. y García, A. (2017). Idoneidad didáctica de un proceso de estudio sobre el límite de una función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Giacomone, B. (2018). Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico.(Anexos).Tesis doctoral. Universidad de Granada. Directores: Dr.Juan D. Godino y Dr. Segundo Quinriqueo.

Giacomone, B., Godino, J., Wilhelmi, M. y Blanco, T. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1 – 24. DOI: <http://dx.doi.org/10.5209/RCED.54880>

Giacomone, B., Godino, J., Wilhelmi, M. y Blanco, T. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 269-277). Málaga: SEIEM.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(3), 237 – 284.

Godino, J. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 221 - 252.

Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (20), 13-31.

Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educacao Matemática (págs. 1-20). Recife, Brasil: (CIAEM-IACME).

Godino, J. (2016). La idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del profesor de matemáticas. Granada: Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO).

Godino, J., Aké, L., Contreras, A., Díaz, C., Estepa, A., Blanco, T., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, M. y Wilhelmi, M. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33.1, pp. 127-150

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 14(3), 325 - 355

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). Perspectiva educativa de las matemática. En J. Godino, C. Batanero y V. Font, *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros* (págs. 13-52). Granada: ReproDigital.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En J. Godino, *Didáctica de las matemáticas para maestros* (págs. 5-154). Granada: Universidad de Granada.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 127 - 135.

Godino, J., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. *Investigación en Educación Matemática XX*, 285-294.

Godino, J., Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 46-74.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.

Godino, J., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39 – 88.

Godino, J. y Font, V. (2007). Algunos desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas. URL: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.

Godino, J., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 131 -155.

Godino, J., Font, V., y Wilhelmi, M. (2008). Análisis didáctico de los procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, 25 – 48.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. y Castro, W. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59 – 76.

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.

Godino, J., Gonzato, M., Contreras, A., Estepa, A. y Díaz-Batanero, C. (2016). Evaluación de Conocimientos Didácticos Matemáticos sobre visualización de objetos tridimensionales en futuros profesores de educación primaria. *REDIMAT*, 5(3), 235 – 262.
DOI: 10.4471/redimat.2016.1984

Godino, J., Rivas, H. y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Praxis educativa*, 7(2), 331 – 354

Godino, J., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, A., y Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 91-110

Gómez, E. (2014). Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria. Universidad de Granada. Directores: Dra. Carmen Batanero y Dr. José M. Contreras.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 252 – 292.

Gonzato, M., Godino, J. D. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.

Gutierrez, R., Prieto, J. y ortíz, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con Geogebra. *Revista de Educación Matemática*, 37-68.

Hernández Carrera, R. (2014). La investigación cualitativa a través de entrevistas: su análisis mediante la teoría fundamentada. *Cuestiones pedagógicas*, 187 - 210.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.

Hernández, E. y Zapata, L. (2020). La investigación en educación matemática. Una mirada a la metodología en un estudio cualitativo. En R.E. Quiroz y A.K. Runge (Coord.), *Investigación para ampliar fronteras* (pp. 67–82). Medellín, Colombia: Aula abierta

Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teacher's Popic-Specific Knowledge of Students. *Journal of Research in Mathematics Education*, 372-400.

Huincahue, J. y Mena-Lorca, J. (2015). Modelación matemática en la formación inicial de profesores. XIX JNEMAt, (págs. 184 - 191). Villarrica.

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R., y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 36(1), 99-115.

Hummes, V. B., Breda, A. y Seckel, M. J. (2019). Idoneidad didáctica en la reflexión de profesores: análisis de una experiencia de estudio de clases. En J. M. Marbán,

M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 393-402). Valladolid: SEIEM.

Hummes, V., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (08 de Septiembre de 2019). ICFES. Obtenido de:
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/237489/Presentacion%20evento%20de%20socializacion%20-%20pisa%202018.pdf>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (17 de Mayo de 2019). icfesinteractivo. Obtenido de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadoHistoricoEstablecimiento.jsf#>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (17 de Mayo de 2019). icfesinteractivo. Obtenido de: <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/clasificacionPlanteles.jsf#No-back-button>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (22 de Julio de 2020). Reporte de resultados para establecimientos educativos 2019-4. Obtenido de:
<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#>

Jackson, P. (1975). *La vida en las aulas*. Madrid. Morova.

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education—Examples and Experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 51-76.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.

King, N. & Horrocks, C. (2009). *Interviews in qualitative research*. London: Sage.

Kipatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington: National Academy Press.

Konic, P. (2011). Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Director: Dr. Juan D. Godino.

Krichesky, G. y Murillo, J. (2011). Las comunidades profesionales de aprendizaje. Una estrategia de mejora para una nueva concepción de escuela. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 65-83.

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Graó.

Lesh, R. y English, L. (2005). Trends in the evolution of models & modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *The International Journal on Mathematics Education*, 487-489.

Marín, A., Correa, M. y Gómez, P. (2015). *La modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemáticas: visiones de algunos formadores*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Marshall, C. & Rossman, G. (1989). *Designing qualitative research*. Newbury Park: Sage.

Martínez, E. (2016). *Posiciones críticas en actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Martínez, F. y Amador, L. (2010). *Educación y desarrollo socio-económico*. Contextos educativos, 83-97.

Mateus, E. (2017). *Análisis didáctico a un proceso de instrucción del método de integración por partes*. Tesis doctoral. Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia). Directores: Dr. Rodolfo Vergel Causado y Dr. Carlos E. Vasco Uribe.

Mejías, C. .A. (2019). *Evaluación de los conocimientos para la enseñanza del álgebra en profesores en ejercicio de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Girona. Director: Dr. Ángel Alsina.

Ministerio de Educación de Chile. (23 de 09 de 2019). curriculumnacional.cl.
Obtenido de <https://www.curriculumnacional.cl/614/w3-article-20852.html>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Revolución Educativa Colombia Aprende.

Ministerio de Educación Nacional. (08 de Septiembre de 2019). *Min Educación*.
Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/PISA/Generalidades/363433:Infografias>

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2018).

Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación.

Ministerio del Trabajo. (2015). Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. Bogotá: Ministerio del Trabajo.

Mohamed, N. (2012). Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad. Universidad de Granada. Directores: Dr. Juan J. Ortiz y Dr. Luis Serrano.

Mora, A. y Ortíz, J. (2015). Capacidades didácticas en el diseño de tareas de modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva educacional, Formación de profesores*, 110 – 130

Morales, L.M. (2019). Competencia de análisis e intervención didáctica del docente de primaria en Panamá. Facultad de Educación. Universidad de Barcelona. Director: Dr. Vicenç Font.

Morales, Y. y Araya, D. (2020). Apoyando a los futuros profesores a reflexionar. *Acta Scientiae*, 22(1), 88 – 112.

Morales, L. M. y Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45, 1 – 10.

Nardoni, G. y Pochulu, M. (2013). La enseñanza de los números racionales en la escuela secundaria ¿Qué proponen los textos escolares?. VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. CIEM, Montevideo.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *ntcm.org*. Recuperado el 22 de 09 de 2019, de

https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/PtAExecutiveSummary_Spanish.pdf

Obando, J. y Sánchez, J. (2014). Construcción de modelos matemáticos en un contexto cafetero. Medellín: Universidad de Antioquia.

Organización para la Cooperación y para el Desarrollo Económico. (2016). La educación en Colombia. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Organización para la Cooperación y para el Desarrollo Económico. (2016). Resultados clave PISA 2015. París: OCDE.

Organización para la Cooperación y para el Desarrollo Económico. (2017). Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo. Paris: OECD Publishing.

Organización para la Cooperación y para el Desarrollo Económico. (08 de Septiembre de 2019). Education GPS. Obtenido de OECD:
http://gpseducation.oecd.org/IndicatorExplorer?query=2&indicators=S000*S019*S004*S003*S002*N058*N059*S007*S008*S090*S006*S009*S010*S011*S012*S082*S083*S084*S085*S086*S087*S088*S089*N100*N101*N109*N110*N111*N112*N113*N114*N115*N116*N117*N118*N119*N120*N121

Ortega, J. (2017). Conocimiento escolar y conocimiento "disciplinar" del profesor: Algunas reflexiones sobre la participación del profesor en la construcción y enseñanza del contenido asociado a las disciplinas escolares. Folio(45), 87-102.

Ortega, J. (2019). *El concepto de tecnología escolar: una mirada alternativa*. Editorial Unimagdalena.

Parra, M. (2015). Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Medellín: Universidad de Antioquia.

-
- Perafán, Gl. (2004). *Epistemología del profesor sobre su propio conocimiento profesional*. Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional (UPN).
- Perez, A., y Soto, E. (2011). Lesson Study, la mejora de la práctica y la investigación docente. *Cuaderno de pedagogía*, 64 - 68.
- Perrenet, J. & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the Mathematical Modeling Cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 3-21.
- Pino-Fan, L. (2013). Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Directores: Dr. Juan D. Godino y Dr. Vicenç Font.
- Pino-Fan, L. y Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor. *Paradigma*, 87-109.
- Pino-Fan, L., Assis, A. & Castro, W. (2015). Towards a Methodology for the Characterization of Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 1429-1456.
- Pino-Fan, L., Báez, D., Molina, J. y Hernández, E. (2020). Criterios utilizados profesores de matemáticas para el planteamiento de problemas en el aula. *Uniciencia*, 34(2), 114 – 136
- Pino-Fan, L., Castro, W., Godino, J. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123 – 150
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 361 – 394.

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia de análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemáticas a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 71 - 98

Quiroz, S., Hitt, F. & Rodriguez, R. (2015). Evolutions des conceptions de futurs enseignants du primaire sur modelisation mathematique. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 20(1), 149-179.

Reyes-Salvador, J. (2016). La planeación de clase; una tarea fundamentada en el trabajo docente. *Maestro y Sociedad*, 87 – 96.

Ribeiro, M., Carrillo, J. & Rocha, R. (2012). Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.

Rivas, H. (2014). Idoneidad didáctica de procesos de formación estadística de profesores de educación primaria. Universidad de Granada. Directores: Dr. Juan D. Godino y Dr. Pedro Arteaga.

Rivas, M. (2013). Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Director: Dr. Juan D. Godino.

Robles, M., Castillo, A. y Font, V. (2012). Análisis y valoración de un proceso de instrucción sobre la derivada. *Educación Matemática*, 24(1), 35 – 71

Rubio, N. (2012). Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona. Director: Dr. Vicenç Font.

Biembengut, M., y Hein, N. (1999). Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación matemática*, 11(1), 119-134.

Sánchez, N. y Ramírez, J. (2018). Idoneidad didáctica de un libro de texto de educación primaria en la unidad de álgebra. *Revista Internacional de Investigación y Formación Educativa*, 4(2), 47 – 66

Sánchez, M. y Revuelta, F. (2005). El proceso de transcripción en el marco de la metodología de investigación cualitativa actual. *Enseñanza*, 367 – 386.

Santos, J., y Acuña, C. (2017). Adaptación de los criterios de idoneidad didáctica para la valoración de videos educativos de matemáticas disponibles en internet. México: Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción Matemáticos. Obtenido de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

Seckel, M. J. (2016). Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática. Universidad de Barcelona. Director: Dr. Vicenç Font

Seckel, M., Breda, A. y Font, V. (2018). Regularidades en la reflexión de futuros profesores sobre su práctica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 803 – 808

Schoenfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. *International Handbook of Mathematics Teacher Education*, 1-35.

Secretaría de Educación Departamental del Magdalena 2010-2019. (2010). Plan decenal de educación del departamento del Magdalena. Santa Marta: Gobernación del Magdalena.

- Secretaría de Educación Pública. (2011). Plan de estudios 2011. México D.F.:
Secretaría de Educación Pública.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.
Educational Researcher, 15(2), 4-15.
- Shulman, L. (1987). Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma
(Bolívar, A.). Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-22.
- Solares, A., Preciado, A., Peña, F., Ortiz, A., Sandoval, M., Soriano, R., . . .
Farrugia, M. (2018). Tendencias de modelación matemática en Latinoamérica. Looking
Back, Looking Ahead: Celebrating 40 Years (págs. 1-13). South Carolina: PME-NA.
- Soto, E. y Pérez, Á. (2015). Lesson Studies: un viaje de ida y vuelta recreando el
aprendizaje comprensivo. En E. Soto y Á. Pérez, *Lesson Study, Investigación acción
cooperativa para formar docentes y recrear currículum* (págs. 15-28). Zaragoza: Asociación
Universitaria de Formación de Profesores.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas.
Innovación educativa, 75-87
- Vanegas, Y., Font, V. y Pino-Fan, L. (2019). Análisis de la práctica profesional de
un profesor cuando explica contenidos de medida. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández
y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación,
práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 43-62). Salamanca:
Ediciones Universidad Salamanca.
- Vásquez, C. (2014). Evaluación de los conocimientos didáctico – matemáticos para
la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo. Tesis
doctoral. Universidad de Girona. Director: Dr. Ángel Alsina.

Velásquez, H. y Cisneros, J. (2013). Conocimiento Didáctico Matemático del maestro que enseña matemáticas. I Congreso de Educación Matemática de América y Central y El Caribe. Santo Domingo: CEMACYC.

Velásquez, H., Wilde, J. y Castro, W. (2015). Conocimiento matemático para la enseñanza. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 710-714.

Villa-Ochoa, J. (2013). Miradas y actuaciones sobre la modelación matemática en el aula de clase. *Modelagem Matemática: pesquisas, prática e implicacoes para a Educacao Matemática*, 1-8.

Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis*, 133 – 148

Villa-Ochoa, J. (2018). Tipos de tareas en Modelación en Educación Matemática. Congreso Internacional en Didácticas - Manizales. Manizales: RECOMEM. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/12557/1/Conferencia_Manizales.pdf

Villa-Ochoa, J., Castrillon, A. y Sánchez, J. (2017). Tipos de tarea de modelación para la clase de matemáticas. *Espacio plural*, 1(36), 219-251.

Villa-Ochoa, J. y Souza, E. (2019). Un panorama de investigaciones sobre modelación matemática en Colombia y Brasil. *Revista da Sociedade Brasileira de Educacao Matemática - Regional Sao Paulo*, 18 - 27.

Zaldívar, J. (2016). Una reflexión sobre la modelación desde la construcción social del conocimiento matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 817-827.

Zaldívar, J., Quiroz, S. y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *Revista de investigación educativa*, 8(15), 87-110.

ANEXOS

ANEXO 1. Cuestionario para entrevista semiestructurada

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) sobre Modelación Matemática (MM) a partir de la implementación de una Lesson Study

Autor: Víctor Enrique Valencia Espejo

Directores: Jorge Mario Ortega Iglesias y Eric Hernández Sastoque

Propósito del instrumento: Explorar el Conocimiento Didáctico Matemático de los docentes de la IED Las Mercedes al responder preguntas sobre un problema de modelación matemático dirigido a los estudiantes.

Entrevista semi estructurada

La aplicación de este instrumento hace parte del proyecto de intervención “Desarrollo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) sobre Modelación Matemática (MM) a partir de la implementación de una Lesson Study” desarrollado en el marco de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas orientada en la Universidad del Magdalena. Los datos una vez recolectados serán analizados de manera confidencial y su uso será de carácter estrictamente académico e investigativo.

I. Identificación

Nombre del profesor: _____

Grados en los que dicta clases: _____

Lugar: _____ Fecha: _____

Hora de inicio: _____ Hora de finalización: _____

II. Reconocimiento de la historia profesional

1. ¿Cuál es su formación profesional?
2. ¿Cuánto tiempo lleva trabajando como profesor?
3. ¿En cuántas instituciones educativas se ha desempeñado como profesor?
4. ¿En qué grados se ha desempeñado?
5. ¿Cuánto tiempo lleva trabajando como profesor de esta institución?
6. ¿Cuál es su definición de profesor?
7. ¿Qué lo motivó a formarse/trabajar como profesor de matemáticas?
8. ¿Qué sentido tiene para usted enseñar y aprender matemáticas?
9. ¿Qué se necesita para ser un buen profesor?
10. ¿Qué se necesita para ser un buen profesor de matemáticas?

III. Reconocimiento del Conocimiento Didáctico Matemático

Teniendo en cuenta la siguiente situación problema: “¿cuántas personas pueden ser ubicadas en el patio del colegio durante la realización de un evento?” responda los siguientes ítems:

1. Describa paso a paso como resolvería la situación problema planteada.

2. ¿Habría otra forma de resolver la situación problema planteada? Si crees que sí, escribe la otra forma de resolverlo. Si crees que no, justifica por qué no es posible.
3. ¿Qué conocimientos necesitaría un estudiante para resolver esta situación problema?
4. ¿En qué grado podrías implementar esta situación problema? ¿Por qué?
5. ¿Con qué dificultades se podría encontrar el estudiante mientras resuelve el problema y cuales errores podrían cometer?
6. ¿Cómo orientarías a un estudiante que no ha podido resolver la situación problema?
7. ¿Se podría adaptar esta situación problema para implementarla en un grado menor? ¿y en un grado superior? Explique cómo en cada caso si su respuesta es afirmativa.
8. ¿Qué estrategia(s) usarías para que los estudiantes desarrollen esta actividad?
9. ¿Qué medidas implementaría para motivar a los estudiantes a resolver este problema?
10. ¿Qué recursos físicos o tecnológicos usarías para potenciar el aprendizaje de los estudiantes?
11. ¿Cuánto tiempo o sesiones de trabajo necesitarías para desarrollar esta actividad con los estudiantes?

Muchas gracias por su participación.

ANEXO 2. Protocolo de observación

 PROTOCOLO DE OBSERVACIÓN 		Código del instrumento:		
PROFESOR OBSERVADOR		FECHA:		
PROFESOR OBSERVADO		HORA INICIO - HORA FIN		
DBA ASOCIADO		# DE ESTUDIANTES		
CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA LECCIÓN				
INSTITUCIÓN EDUCATIVA		INTENSIDAD HORARIA		
ASIGNATURA		GRADO		
TEMAS ASOCIADOS		RECURSOS UTILIZADOS		
ESTRATEGIAS USADAS				
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO SOBRE MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROFESOR OBSERVADO REGISTRO DE EPISODIOS				
No.	Momento inicio - Momento fin	Descripción de las acciones de Estudiantes (E) y profesores (P)	Facetas(s) y componente(s) asociado(s) al episodio	¿Por qué se asocian estas facetas y componentes al episodio?
1				
2				
3				
4				
Página 1 de ____				

ANEXO 3. Protocolo de reflexión

 DIARIO REFLEXIVO 		Código del instrumento:	
		FECHA:	
<p><i>En este formato de diario reflexivo se busca que el profesor reflexione sobre ¿Cuáles de las ideas trabajadas le parecieron más importantes? ¿Qué pretendía al desarrollar esa idea con los estudiantes? ¿Se logró el propósito inicial planteado al desarrollar esta idea?, ¿Se podrían realizar mejoras para el desarrollo de esta idea? Si no se logró ¿Qué pudo haber fallado? y ¿Qué cambios se podrían efectuar para solucionarlos?</i></p>			
¿CUÁLES IDEAS TRABAJADAS LE PARECIERON MÁS IMPORTANTES?	¿CUÁL CREE QUE ERA EL PROPÓSITO DE LA IDEA?	¿SE CUMPLIÓ EL PROPÓSITO DE LA IDEA?	COMENTARIOS
Reflexiones finales: * * * * *			

ANEXO 4. Protocolo grupo de discusión: Objetivo de enseñanza a largo plazo

 <p style="text-align: center;">PROTOCOLO DE GRUPO DE DISCUSIÓN DEFINICIÓN DEL OBJETIVO DE ENSEÑANZA A LARGO PLAZO</p>	<p>Código del instrumento:</p> <p>FECHA:</p> <p>HORA INICIO - FIN</p>
<p>INVESTIGADOR:</p>	<p>PROFESORES PARTICIPANTES:</p>
<p>OBJETIVO:</p>	
<p>PREGUNTAS ORIENTADORAS:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué tipo de personas esperamos que nuestros estudiantes lleguen a ser? 2. ¿Qué tipo de aprendizaje puede ser considerado valioso para ayudar a nuestros estudiantes a construir su proyecto de vida? 3. ¿Qué tipo de competencias y/o aptitudes matemáticas queremos que nuestros estudiantes logren desarrollar? 4. En definitiva... ¿Cuál es nuestro objetivo de enseñanza a largo plazo? 	

ANEXO 5. Protocolo grupo de discusión: Discusión sobre evidencias registradas

 <p style="text-align: center;">PROTOCOLO DE GRUPO DE DISCUSIÓN DISCUSIÓN SOBRE LAS EVIDENCIAS REGISTRADAS</p> 	<p>Código del instrumento:</p> <p>FECHA:</p> <p>HORA INICIO - HORA FIN</p>
<p>INVESTIGADOR:</p>	<p>PROFESORES PARTICIPANTES:</p>
<p>OBJETIVO: Identificar elementos de las facetas que configuran el Conocimiento Didáctico Matemático sobre Modelación Matemática en los profesores, en episodios previamente seleccionados de las sesiones de trabajo desarrolladas durante el primer ciclo LS.</p>	
<p>SECCIONES:</p> <p>Sección 1. Discusión y reflexión sobre episodios de la entrevista inicial. En esta sección cada profesor debe identificar aspectos del CDM en algunos episodios clave identificados y presentados por el investigador.</p> <p>Sección 2. Identificación de facetas presentes en preguntas de la entrevista inicial. En esta sección, los profesores deben identificar que faceta responde a cada pregunta orientadora que se presentó durante la entrevista inicial.</p> <p>Sección 3. Identificación de facetas en el documento Planeación inicial. Los profesores inicialmente deben identificar las facetas presentes en el documento de planeación inicial.</p> <p>Sección 4. Identificación de facetas en episodios clave del desarrollo de la lección. Los profesores inicialmente deben identificar las facetas presentes en la transcripción de la lección inicial.</p> <p>Sección 5. Identificación de facetas en el Registro de observación. Los profesores deben identificar las facetas presentes en el documento de registro de observación diligenciado por el profesor que cumplió el rol de observador durante el desarrollo de la clase.</p> <p>Sección 6. Reflexión final sobre las evidencias registradas. En esta sección, los profesores por medio de preguntas orientadoras desarrollan un proceso reflexivo centrado en los aspectos de las prácticas docentes discutidas anteriormente.</p>	