REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

CONEXIONES ENTRE EL PENSAMIENTO NUMÉRICO Y EL PENSAMIENTO ALEATORIO A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO DE CONTABILIDAD

Proyecto de Tesis presentado como requisito para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

Antonio Manuel Ceballos Sandoval

Santa Marta

2022

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Programa de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

CONEXIONES ENTRE EL PENSAMIENTO NUMÉRICO Y EL PENSAMIENTO ALEATORIO A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO DE CONTABILIDAD

Proyecto de tesis presentado como requisito para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

Antonio Manuel Ceballos Sandoval

Director: Dr. Eric Hernández Sastoque

Santa Marta.

2022

Nota de aceptación:

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Firma del presidente del Jurado

_____

Firma del Jurado

_____

Firma del Jurado

AGRADECIMIENTOS

Los momentos importantes de nuestras vidas se viven en un instante, pero se construyen en diversos tiempos y con el apoyo y la comprensión de muchas personas.

Al culminar esta maestría quiero agradecerle a mi familia (mi esposa y mis hijos) quienes en este trasegar supieron comprender los sacrificios de compartir con ellos, significativos momentos y por brindarme su incondicional apoyo para alcanzar esta meta.

A mis padres quien, con mucho sacrificio, desde mi infancia me inculcaron principios de responsabilidad y estimularon mis deseos de superación.

Al doctor Eric Hernández Sastoque, director de este proyecto quien, con su inmensa paciencia, pero con mucho rigor, dispuso de sus amplios conocimientos profesionales para asesorarme en la consecución de este logro.

A todos ellos y a todas las personas que hicieron posible cursar esta maestría; muchas gracias.

DEDICATORIA

A Eduardo Villar Sierra (Yayo), Q. E. P. D. El gran maestro que supo guiarme en los aprendizajes básicos de las matemáticas, quien además de despertar en mi la curiosidad y el gusto por esta esta disciplina, me inspiro para optar por la profesión docente.

RESUMEN

Despertar el interés en el aprendizaje de las matemáticas es casi que imperativo en nuestra sociedad, como también lo es el establecimiento de conexiones entre objetos matemáticos y entre las matemáticas con otras disciplinas y con el mundo real, ya que actualmente dichos aprendizajes se presentan bastante fragmentados y en ocasiones resultan poco pertinentes en el contexto de los educandos. La presente intervención tiene por objetivo fortalecer las conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio para estudiantes de grado séptimo de una institución educativa del Distrito de Santa Marta (Magdalena, Colombia), a través de la modelación matemática en un contexto de contabilidad. Para lograrlo, se utilizó un enfoque cualitativo de tipo investigación-acción-participativa. En este sentido, se diseñó una estrategia de intervención estructurada en cuatro fases: diagnóstico, diseño de una propuesta, implementación de la propuesta y, por último, la evaluación de su impacto. Los resultados muestran que las estudiantes tenían dificultad para desempeñarse adecuadamente en tareas que implican conexiones matemáticas y utilizando la modelación matemática se logró que éstas mejoraran significativamente su desempeño frente a estas tareas; de esta forma se concluye que el proceso de intervención fue exitoso, debido a los logros alcanzados en cada actividad, así como, en los resultados que evidenciaron fortalezas de las estudiantes en cada uno de los subprocesos de la modelación matemática.

Palabras Claves: Conexiones matemáticas, modelación matemática, pensamiento numérico, pensamiento aleatorio.

ABSTRACT

In the recent years, reviving the interest for math learning is almost imperative like it is also creating connections between mathematical objects and the math with other disciplines and also with the real world, this is because currently that learnings are presented very fragmented and it is not suitable in the students context. The current research objective it to establish a connection between numerical thought and random thought, through mathematical modeling, in the accounting context for seventh grade students of the IED Magdalena, a qualitative approach of participatory action-research type was used to achieve this current objective, thereby, the target population was the seventh-grade students of the IED Magdalena and a sample of 11 students was obtained from a convenience sampling. In this sense, an intervention proposal was designed and structured in 4 phases: the first phase was a phase of diagnosis, the second phase was a phase of strategy design, the third phase was a phase of strategy implementation and, finally, the impact project evaluation. The results show that the students had difficulty to perform adequately some tasks involving mathematical connections and using the mathematical modeling was possible for the students to significantly improve their performance in these tasks. Thereby, it is concluded that the intervention process was successful, due to the achievements reached in each activity, as well as in the results, since the students were strengthened in each of the subprocesses of mathematical modeling.

Keywords: Mathematical connections, mathematical modeling, numerical thought, random thought**.**

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 1
1. CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 3
1.1. Contexto 4
1.1.1. Contexto regional 4
1.1.2. Contexto institucional 4
1.1.2.1. Recursos institucionales. 5
1.1.2.2. Objetivos institucionales. 5
1.2. Problema 6
1.2. Justificación 17
1.3. Objetivos 20
2. CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA 22
2.1. Referentes de investigación 23
2.2. Referentes teóricos y conceptuales 29
2.2.1. Educación matemática realista 29
2.2.3. Modelación matemática 34
2.2.3.1. Ciclos de la modelación matemática. 37
2.2.3.3. La evaluación en la modelación matemática. 42
2.2.4. Conexiones matemáticas 42
2.2.5. Pensamiento matemático 50
2.2.5.1. Pensamiento. 50
2.2.5.2. Pensamiento numérico. 51
2.2.5.3. Pensamiento aleatorio. 52
2.2.6. El contexto en contabilidad 53
3. CAPÍTULO III. METODOLOGÍA 56
3.1. Enfoque 56
3.2. Los sujetos 58
3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos 58
3.3.1. Exploración documental 59
3.3.2. Cuestionario 60
3.3.3. La entrevista directa 60
3.3.4. La bitácora 61
3.3.5. El portafolio 61
3.4. Fases del proyecto 62
3.5. Análisis y procesamiento de la información 65
3.6. Consideraciones éticas 66
4. CAPÍTULO IV. RESULTADOS, ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN 67
4.1. Estudio preliminar sobre conexiones entre pensamiento numérico y aleatorio 67
4.2. Diseño de la propuesta de intervención 77
4.3. Implementación de la propuesta 81
4.4. Valoración de la propuesta de intervención 132
5. CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. 138
5.1. Conclusiones 138
5.2. Recomendaciones 141
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 143
ANEXOS 152

Lista de tablas

Tabla 1. *Niveles para la implementación de tareas de modelación matemática* 40
Tabla 2. *Fases del proyecto de intervención* 63
Tabla 3. *Descripción de símbolos en los esquemas generados con ATLAS.ti para la prueba de caracterización* 73
Tabla 4. *Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica* 78
Tabla 5. *Descripción de símbolos en los esquemas generados con ATLAS.ti para la descripción de las actividades* 81
Tabla 6. *Conexiones establecidas en la etapa de aprestamiento.* 126
Tabla 7. *Conexiones establecidas a través de tareas de modelación* 127
Tabla 8. *Autoevaluación y heteroevaluación* 133
Tabla 9. *Comparación entre la prueba de caracterización y el desempeño final* 134

Lista de figuras

Figura 1. *Esquema del planteamiento del problema* 3
Figura 2. *Posición de Santa Marta en Colombia* 4
Figura 3 *Fachada de la Sede Instituto Magdalena* 4
Figura 4. *Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 3°* 9
Figura 5. *Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 5°* 9
Figura 6. *Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 9°* 10
Figura 7. *Resultados de grado tercero en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño* 11
Figura 8. *Resultados de grado quinto en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño* 11
Figura 9. *Resultados de grado noveno en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño* 12
Figura 10. *Resultados de grado noveno en el área de matemáticas IED Magdalena. Relacionados con la modelación matemática y el pensamiento aleatorio* 12
Figura 11. *Estructura del marco teórico* 22
Figura 12. *Ciclo de la modelación matemática* 37
Figura 13. *Ciclo de la modelación de Blomhøj.* 39
Figura 14. *Tipologías y categorías de las conexiones* 47
Figura 15. *Ejemplo de conexión intramatemática relacionada con representaciones diferentes* 47
Figura 16. *Esquema del marco metodológico* 56
Figura 17. *Estructura de la presentación de los resultados del proyecto de intervención* 67
Figura 18. *Resultados de la pregunta N°7 en la prueba de caracterización* 72
Figura 19. *Desempeño de las estudiantes en los subprocesos de modelación matemática durante la prueba de caracterización.* 74
Figura 20. *Identificación de conexiones intramatemáticas en las estudiantes* 75
Figura 21. *Identificación de conexión extramatemática en las estudiantes* 76
Figura 22. *Logros obtenidos entre las actividades N°1 y N°3* 82
Figura 23. *Conexión de modelado en la primera actividad* 86
Figura 24. *Respuesta de la estudiante E1 a la pregunta en la actividad 2.* 88
Figura 25. *Esquema elaborado por una estudiante* 91
Figura 26. *Desarrollo de actividad N°3* 95
Figura 27. *Desarrollo de actividad N°3 sesión 2: Definición de proporcionalidad* 96
Figura 28. *Desarrollo de actividad N°3 sesión 3: Uso de GeoGebra* 98
Figura 29. *Logros obtenidos en las actividades N°4 y N°5* 98
Figura 30. *Formato de factura* 102
Figura 31. *Elaboración de facturas y recibos de caja* 104
Figura 32. *Gráficos de sectores y probabilidades.* 108
Figura 33. *Cálculo de ingresos, costos y utilidades. Cálculo de costos de cajas compradas en el mes de abril.* 110
Figura 34. *Ejemplo de conexiones intramatemáticas de representaciones equivalentes.* 112
Figura 35. *Ejemplo de conexiones intramatemáticas de representaciones distintas.* 113

Figura 36. *Gráfico y tablas de costos, ingresos y utilidades acumulados.* 115
Figura 37 *Modelo Gráfico de costo, ingreso y utilidad.* 115
Figura 38 *Logros obtenidos entre las actividades N°6, N°7 y N° 8* 116
Figura 39 *Análisis del modelo gráfico del costo, ingreso y utilidad acumulada.* 118
Figura 40 *Estado de resultado a partir de los costos, ingresos y utilidades en 3 meses* 119
Figura 41 *Cuestionario para validación del modelo* 121
Figura 42 *Esquema final de síntesis para la comprensión de conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio a través de la modelación matemática* 123

Lista de anexos

Anexo 1. Prueba de caracterización aplicada a los estudiantes 152
Anexo 2. Acta de reunión de área 152
Anexo 3. Rúbricas de evaluación 152
Anexo 4. Consentimiento informado 152
Anexo 5. Oficio de aceptación de la propuesta 152
Anexo 6. Entrevista a docente del área comercial 152
Anexo 7. Secuencia didáctica 152
Anexo 8. Guías de aprendizaje 152
Anexo 9. La bitácora 152
Anexo 10. Portafolio 152
Anexo 11. Conversatorio con estudiantes y padres de familia 152

INTRODUCCIÓN

El problema identificado para esta intervención partió de la necesidad de una institución pública de la ciudad de Santa Marta asociada a un contexto de la contabilidad y con dificultades para desarrollar aprendizajes matemáticos que faciliten interpretar, elaborar modelos, y establecer conexiones entre tipos de pensamientos matemáticos y entre las matemáticas y la contabilidad. La intervención se desarrolló mediante la implementación de una secuencia didáctica conformada con actividades de modelación y apoyadas en herramientas, como Excel y GeoGebra.

El propósito de esta intervención fue fortalecer el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el aleatorio en las estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Distrital Magdalena, a través de la modelación matemática en un contexto de contabilidad. La intervención se llevó a cabo en cuatro fases. La primera fue un *estudio preliminar*, donde se recolectaron datos, mediante una revisión documental, una prueba diagnóstica y una entrevista, que permitieron determinar un diagnóstico sobre un estado inicial de las conexiones entre el pensamiento numérico y aleatorio que realizan las estudiantes. La segunda fase se refirió al *diseño de la propuesta de intervención,* en la cual se diseñó una secuencia didáctica con ocho actividades. La tercera fase fue la *implementación de la propuesta,* donde por la emergencia sanitaria debido al COVID19 se realizaron encuentros para las clases de manera virtual mediante la plataforma Zoom, realizando un total de 21 encuentros virtuales. La cuarta y última fase se trató de la *valoración de la propuesta de intervención.*

Este documento está estructurado en cinco capítulos. El primero expone el contexto de la investigación, la formulación del problema, la justificación y los objetivos. El segundo, describe los antecedentes y referentes teóricos y conceptuales. El tercero detalla la

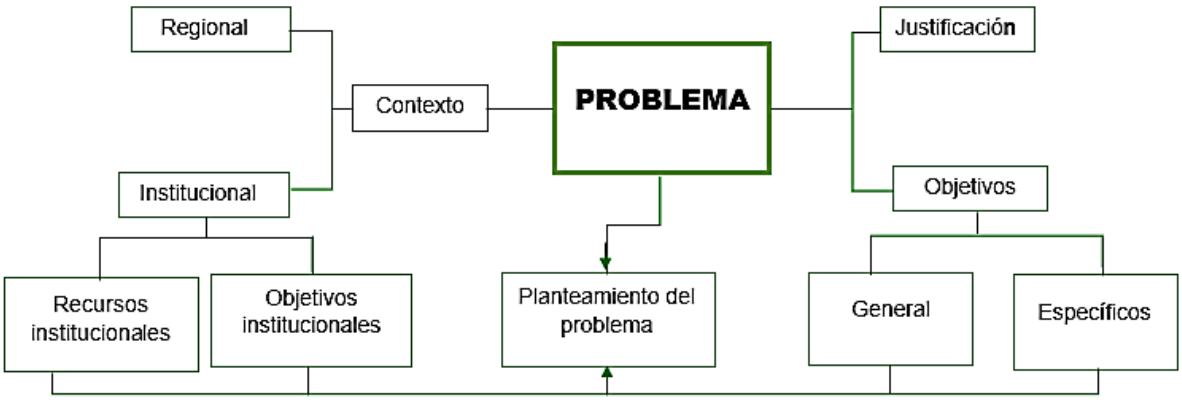
metodología, el enfoque, tipo de investigación y técnicas e instrumentos, las actividades desarrolladas en la intervención y en el quinto se analizan los resultados obtenidos en el proceso de intervención, comparando los momentos de entrada y salida de las estudiantes. Finalmente, se indican las conclusiones de la investigación y las respectivas recomendaciones

1. CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación matemática en su esencia tiene la misión de dar respuesta a las nuevas necesidades globales y nacionales, tales como una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos competentes para ejercer sus derechos y deberes democrático (Ministerio de Educación Nacional MEN, 2006). Esto no será posible si a los educandos se le sigue impartiendo el conocimiento de una forma rígida, fraccionada y desarticulado del entorno social y de su contexto escolar. En este sentido, a continuación, se describe una situación problema que afecta el aprendizaje de las matemáticas en las estudiantes de una de las instituciones educativas de la ciudad de Santa Marta (Colombia) denominada IED Magdalena. Para ello se parte de la descripción del contexto regional e institucional y se plantea un problema apoyado en la práctica de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la IED Magdalena y en referentes nacionales dados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN, al igual que en estudios del campo de la educación matemática a nivel nacional e internacional, como se esboza en el esquema indicado en la figura 1.

Figura 1.

Esquema del planteamiento del problema



Fuente: Elaboración propia

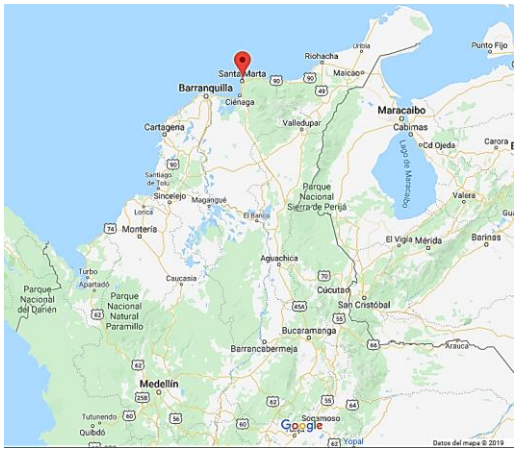
1.1.Contexto

En la IED Magdalena, el aprendizaje está influenciado por las condiciones sociales y culturales del entorno, las orientaciones curriculares de la institución, entre otros aspectos que según el MEN (1996) son importante en el diseño y ejecución de experiencias didácticas.

1.1.1. Contexto regional

Figura 2.

Posición de Santa Marta en Colombia



Fuente: google maps

Santa Marta D.T.C.H. por ser ciudad turística y puerto marítimo importante para el país, es fuente laboral importante para personas con formación en el perfil comercial. Cuenta con instituciones de educación que ofrecen correrás técnicas, tecnológicas y profesionales en el perfil empresarial, facilitando la continuidad vertical de las estudiantes que en la media técnica desarrollan competencias en el perfil comercial, como las egresadas de la IED Magdalena.

1.1.2. Contexto institucional

La Institución Educativa Distrital Magdalena, atiende solo personal femenino en los niveles de básica secundaria y media técnica en la sede principal, ubicada en la Avenida Libertador N° 17-22 de Santa Marta D. T. C. H. cuya fachada se puede observar en la figura 3.

Figura 3

Fachada de la Sede Instituto Magdalena

Fuente: página www.iedmagdalena.edu.co

La institución atiende aproximadamente a 2500 estudiantes de los estratos 1, 2 y 3, distribuidos en los tres niveles educativos que ofrece. Las egresadas de grado 11° se titulan como bachilleres comerciales y como técnica en operaciones contables y financieras o en asistencia administrativa, en convenio con el SENA.

1.1.2.1. Recursos institucionales.

La IED Magdalena posee buena dotación de recursos físicos, didácticos, tecnológicos, de servicios complementarios y humanos, lo que proporciona un ambiente escolar óptimo. El SENA, la UCC y UNIMAGDALENA, proporcionan personal de apoyo para el área técnica y la orientación escolar. En medio de la emergencia sanitar por el COVID-19, los estudiantes acceden asincrónicamente a recursos de aprendizajes en la página web institucional y reciben orientación sincrónica por cada docente, a través de cuentas institucionales por la plataforma digital Google Meet.

1.1.2.2.Objetivos institucionales.

Los objetivos institucionales buscan la formación integral de las estudiantes, desarrollando en ellas, competencias laborales que favorecen la comprensión de la cultura empresarial, así como el desarrollo de actitudes para ejercer funciones en ella. (PEI, 2015, p. 48).

1.2. Problema

La globalización como fenómeno mundial ha enmarcado la educación como el activo más importante de la sociedad, por lo que ésta ha pasado de ser reactiva a ser propositiva. Por tanto, cada individuo debe desarrollarse y desarrollar sus conocimientos de acuerdo con la realidad cambiante, estableciendo relación y conexión entre los conocimientos adquiridos en las distintas disciplinas y los nuevos conocimientos en las mismas. Se requiere que el estudiante aplique y transforme su aprendizaje en una acción vivencial, dinámica y contextualizada de tal forma que vaya incrementando su capacidad crítica.

Aproximando este planteamiento específicamente en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, bien vale la pena plantearse los siguientes interrogantes: ¿pueden los estudiantes relacionar los conocimientos adquiridos en matemáticas con su propia realidad y la realidad de otros contextos?, ¿el estudiante a través de su aprendizaje hace conexiones entre los pensamientos matemáticos o lo considera como un conjunto fraccionado en partes?, ¿se puede hacer conexión entre los pensamientos matemáticos a través de la modelación matemática?

Para intentar responder a estos interrogantes es necesario tener en cuenta las vivencias docentes relacionadas con el área de matemáticas, en este sentido, es importante mencionar que, la clase de matemáticas se debe ver como una comunidad de aprendizaje donde interactúan docentes y estudiantes con el fin de hacer un proceso de construcción y validación del conocimiento para aplicarlo en diferentes situaciones (MEN, 2006). El proceso de modelación matemática resulta ser adecuado para alcanzar este propósito, ya que, mediante él se puede establecer interacciones entre estudiantes y entre ellos con el docente, estableciendo conexiones entre una variedad de situaciones, pensamientos matemáticos y el contexto.

Partiendo de la experiencia docente del autor de este proyecto en la IED Magdalena se encuentra que, en ocasiones, los docentes al momento de presentar su plan de trabajo

manejan un discurso democrático que involucra la participación de los estudiantes, sin embargo, se observa poca coherencia entre este discurso, la planeación real y la práctica. Además, las opiniones de los estudiantes acerca de la pertinencia de sus aprendizajes, así como sus sugerencias relacionadas con aspectos metodológicos y elementos didácticos, pocas veces son tenidas en cuenta; lo cual puede producir desinterés en el estudiante por las actividades que se abordan, al tornarse estas poco motivadoras y sin sentido en su cotidianidad.

Particularmente se ha observado que los estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena tienen poco interés por participar en las actividades propuestas en las clases de matemáticas, así como, apatía por los temas tratados, , poco esfuerzo ante las dificultades que tienen para realizar las tareas que se proponen, y han manifestado afirmaciones como "no saber para qué es necesario aprender matemáticas", entre otras.

Otras situaciones detectadas en la IED Magdalena y que afectan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es el desarrollo de las clases en forma 'tradicional', enmarcadas en una organización del currículo institucional a través de contenidos temáticos (Plan de estudio, 2019). Se entiende como clases 'tradicionales' aquellas clases de matemáticas donde se ha privilegiado el protagonismo del docente mediante el desarrollo algorítmico estructurado en: conceptualización, ejemplificación, ejercitación y planteamientos desconectados de la realidad del estudiante, con muy poca participación de ellos durante las clases.

Por otra parte, desde el MEN se ha venido gestionando la dinamización de la educación acorde con las exigencias mundiales. En matemáticas, particularmente, la labor viene alineada con los principios y estándares para la Educación Matemática (National Council Of Teachers Of Mathematics [NCTM], 2000), cuya construcción se inició en el año 1997; casi simultáneamente se gestionaron los lineamientos curriculares en Colombia que se expidieron

en 1998 (MEN, 1998) y posteriormente, los estándares de competencias en el año 2006 (MEN, 2006). Estos dos últimos documentos se han denominados referentes de calidad por el MEN.

Igualmente, el MEN expidió los documentos de apoyo, así: en el año 2015 se publicó la primera versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (MEN, 2015), las matrices de referencia y las mallas curriculares y en el año 2016 se emitió la segunda versión de los DBA (MEN, 2016). En cada uno de estos documentos se hace énfasis en los procesos y los pensamientos matemáticos, estableciendo la coherencia vertical y horizontal entre ellos.

Esta breve revisión visualiza una serie de propuestas del MEN como principal tendencia de planificación curricular en la educación matemática. Sin embargo, los resultados de la evaluación externa como las pruebas SABER, dejan ver que en la mayoría de las instituciones educativas no se han implementado los cambios requeridos para la apropiación de las nuevas tendencias de la educación matemática, así como de los procesos y procedimientos requeridos para alcanzar los niveles de calidad esperados.

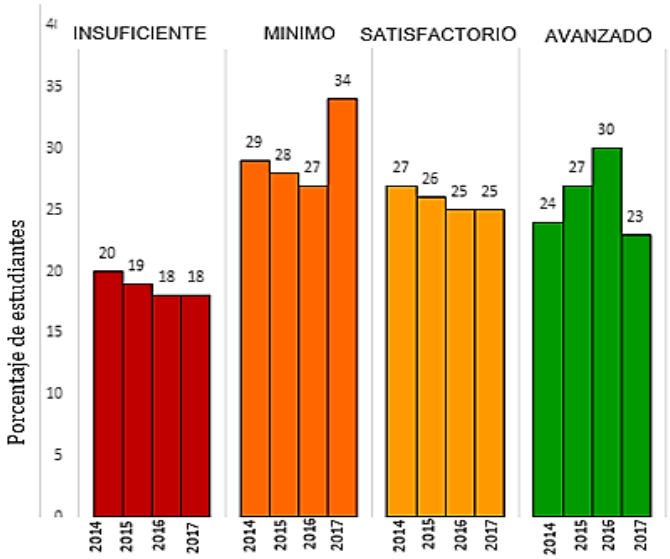
Haciendo una exploración en las pruebas externas, encontramos que en Colombia los resultados nacionales de las pruebas SABER 11 en los últimos 4 años reflejan un desempeño bajo en matemáticas. En promedio los estudiantes de grado 11, se ubican en nivel 2 (36 a 50 puntos) (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, 2018).

A continuación, se hace una breve revisión de los resultados de la prueba SABER en los grados tercero, quinto y noveno de la educación básica, como una referencia para identificar el nivel de desempeño en que se encuentran los estudiantes. Inicialmente se indaga por dichos resultados a nivel nacional y seguidamente se aborda dicha indagación desde los resultados de las estudiantes en la IED Magdalena.

A nivel nacional en grado tercero los resultados de la prueba SABER desde el año 2014 al año 2017, arrojan que cerca del 50% de los estudiantes se encuentran agrupados entre el desempeño mínimo y el insuficiente (figura 5)

Figura 4.

Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 3°

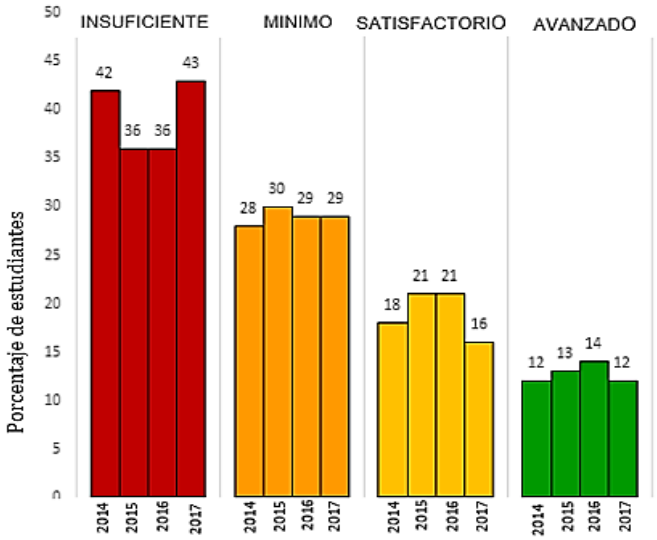


Fuente: Elaboración propia, basado en ICFES (2018)

En cuanto al grado quinto a nivel nacional el porcentaje de estudiantes ubicado entre insuficiente y mínimo está cerca del 70%, como se evidencia en la figura 6.

Figura 5.

Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 5°

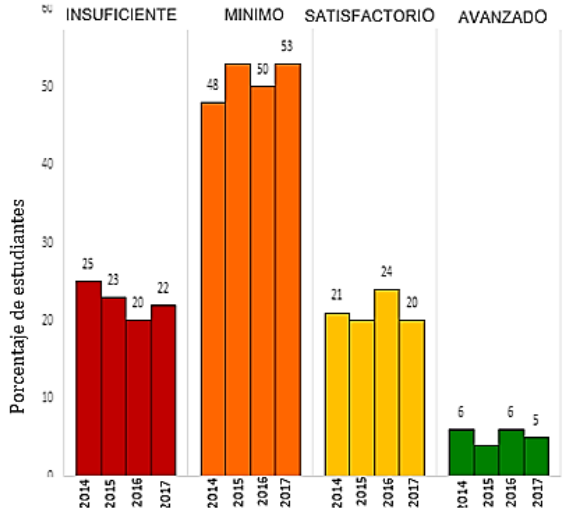


Fuente: Elaboración propia, basado en ICFES (2018)

En el caso del grado noveno a nivel nacional, alrededor del 75% de los estudiantes se encuentran en nivel mínimo o insuficiente, según se muestra en la figura 7.

Figura 6.

Resultados nacionales en matemáticas de las pruebas saber 9°



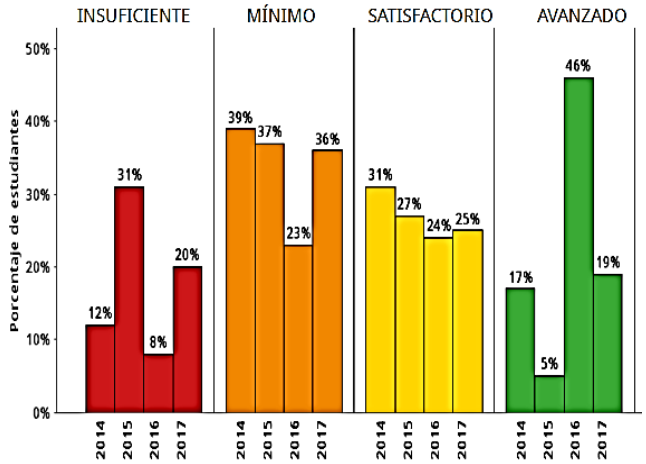
Fuente: Elaboración propia, basado en ICFES (2018)

Partiendo de lo anterior, se puede observar que a medida que se avanza en los grados de educación, el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño avanzado disminuye considerablemente, mientras que el porcentaje en nivel mínimo e insuficiente aumenta.

Para la IED Magdalena, en los grados terceros (figura 8) y quinto (figura 9) se observa una tendencia similar al comportamiento nacional, es decir, que entre los años 2014 a 2017, el porcentaje de estudiantes en nivel insuficiente o mínimo es el predominante, sin embargo, se evidencia un considerable ascenso en el nivel avanzado en el año 2016.

Figura 7.

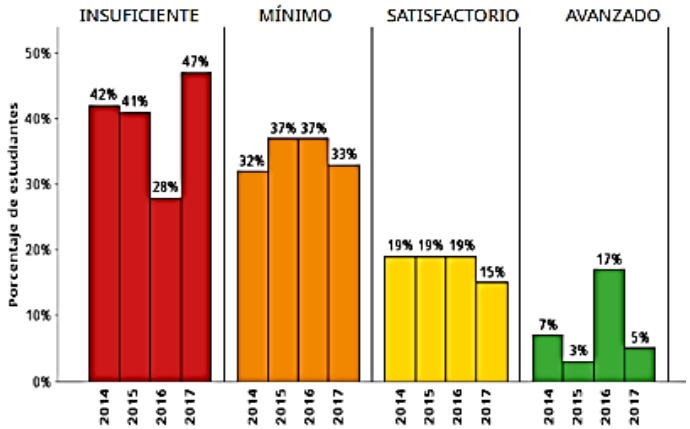
Resultados de grado tercero en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño



Fuente: ICFES (2018)

Figura 8.

Resultados de grado quinto en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño

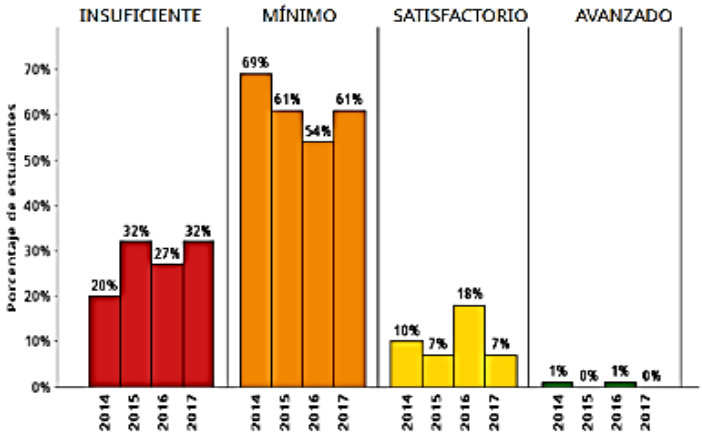


Fuente: ICFES (2018)

Por su parte, en el grado noveno más del 90% de los estudiantes se agrupa en los niveles insuficiente y mínimo cada año y en el nivel avanzado es casi nula la cantidad de estudiantes que lo alcanzan, como se muestra en la figura 10.

Figura 9.

Resultados de grado noveno en la IED Magdalena en el área de matemáticas, porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño

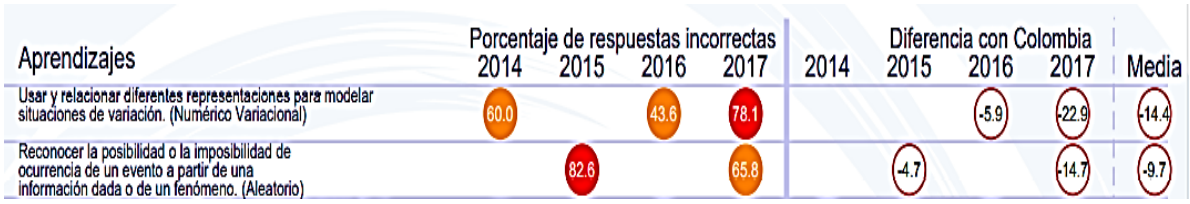


Fuente: ICFES (2018)

Un análisis más detallado y específico, dado por el ICFES, muestra que los estudiantes de la IED Magdalena presentan un desempeño bajo en los aprendizajes relacionados con la modelación matemática y el pensamiento aleatorio, como se muestra en la figura 11.

Figura 10.

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas IED Magdalena. Relacionados con la modelación matemática y el pensamiento aleatorio



Fuente: ICFES (2018)

Además de los aspectos relacionados con algunas dificultades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la IED Magdalena (descritos anteriormente con base en la experiencia y observación del autor del proyecto) y del análisis de los resultados de la prueba SABER se elaboró un diagnóstico que ayudó con la configuración del problema de intervención. Para ello se realizó una Prueba de Caracterización (Anexo 1) aplicada a estudiantes de grado séptimo de educación básica, la cual proporcionó la siguiente información:

1. Las estudiantes reconocen un modelo matemático como una representación de la realidad, pero se les dificulta interpretar y extraer información de este, así como, a partir de él responder planteamientos que conectan los pensamientos numérico y aleatorio. Se encontró que esto se debe a que no identifican patrones gráficos y numéricos.
2. La mayoría de las estudiantes expresa sentirse confundidas al momento de dar sus respuestas e indican que este tipo de evaluaciones casi nunca han sido aplicadas en clase, pero manifiestan que sería interesante aprender a responderlas. Afirman que mientras lo aprenden prefieren la evaluación de tipo algorítmica.
3. Existe poca articulación entre las matemáticas y el área técnica, ya que, la mayoría de las niñas indican que hay poca relación entre el aprendizaje matemático adquirido, la contabilidad, el emprendimiento y el empresarismo.

Los detalles de la Prueba de Caracterización están dados en los capítulos III y IV correspondientes a la metodología y a los resultados, análisis y evaluación de la propuesta de intervención. Por ahora, con base en estos resultados se resaltan los aspectos problemáticos encontrados y que configuran el planteamiento del problema a intervenir en la IED Magdalena.

De acuerdo con lo encontrado hasta ahora, se tiene que los estudiantes de la IED Magdalena al iniciar la educación básica secundaria se perfilan para adquirir su doble titulación al finalizar el bachillerato. Para esto, se hace necesario que las estudiantes aprendan a elaborar e interpretar modelos matemáticos y de igual manera alcancen el desarrollo de competencias y habilidades en el pensamiento numérico y en el pensamiento aleatorio.

De esta forma, el aprendizaje de las matemáticas adquirido por los educandos, en gran medida da respuesta a los contenidos del área. Sin embargo, se debe considerar que desde el grado sexto las estudiantes desarrollan nociones de contabilidad, pero los aprendizajes desarrollados en matemáticas no son complementarios a ellos, ni responden ampliamente a situaciones del contexto comercial. Esta es una realidad hacia la cual debe apuntar el desarrollo de las competencias que se persiguen en esta disciplina teniendo en cuenta el énfasis institucional.

Igualmente, tanto los docentes del área comercial de la IED Magdalena como los instructores del SENA asignados a la institución manifiestan que, a las estudiantes de la media técnica se les dificulta organizar datos en tablas y gráficas, establecer relaciones entre ellas e interpretar información expresada en esta forma y articularla con los algoritmos matemáticos, otros conceptos y con modelos contables, lo cual se evidencia en reuniones con profesores e instructores del SENA (Acta de reunión del Área de Matemáticas, 2019) (ver anexo 2) y en la entrevista a un instructor del SENA

También se hace bastante notable la dificultad que tienen las dicentes para comprender situaciones problemas en matemáticas y en contabilidad, establecida a través de enunciados verbales que requieren planteamientos y soluciones por medio de algoritmos matemáticos.

Formulación del problema

Teniendo en cuenta lo anterior, se encuentra que las estudiantes de 7° grado de la IED Magdalena, presentan desmotivación y poco interés en el aprendizaje de las matemáticas, ya

que no está siendo significativo para ellas (Acta de reunión del área de matemáticas, 2019). Además, se puede considerar que una descontextualización de la enseñanza de las matemáticas poco le aporta al desarrollo de la capacidad de análisis y compresión frente a los contenidos que se abordan y a la posibilidad de establecer conexiones entre el pensamiento numérico y el aleatorio, de este modo, se describen a continuación perspectivas teóricas que fundamentan el problema que orienta la intervención.

Godino, Batanero y Font (2003) establecen que las matemáticas no se deben ver como una colección de partes separadas. Este planteamiento contrasta ampliamente con la realidad actual de la forma de enseñar matemática en algunas instituciones educativas, como la IED Magdalena, ya que, en gran medida, se ha venido forjando en los estudiantes una concepción aislada de esta disciplina. Esta concepción de las matemáticas es fundamentalmente originada en el diseño curricular centrado en temas y contenidos, desarrollados mediante clases magistrales ajenas a las necesidades de una comunidad educativa, creando en la mente de quienes la reciben la idea de esta segmentación; y, lejos de crear la visión y el establecimiento de las conexiones entre objetos matemáticos.

Es bastante la ilustración existente acerca de la importancia del pensamiento matemático, las conexiones entre estos y la modelación matemática y son diversas las habilidades que se pueden desarrollar con el propósito de alcanzar un aprendizaje matemático más ajustado a la realidad del estudiante (De Gamboa y Figueira, 2014) Sin embargo, en ocasiones los estudiantes asumen el aprendizaje matemático descontextualizado de su realidad social, cultural y escolar, lo que afecta de forma significativa el proceso de aprendizaje y a su vez, el gusto por las matemáticas.

Por lo tanto, es necesario desarrollar estrategias que permitan establecer conexiones entre los pensamientos matemáticos, para lo cual, el contexto cotidiano y académico del estudiante es fundamental. En ese sentido, se considera en este estudio que la construcción de modelos a

partir de situaciones que asemejen la realidad es un atractivo que incentiva y estimula el aprendizaje general y, particularmente, facilita el establecimiento de la conexión entre el pensamiento numérico y el aleatorio, superponiéndose de paso a los problemas de desarticulación entre el aprendizaje intramatemático y con otras áreas del saber.

Al respecto, Evitts (2004) manifiesta que los conocimientos conectados se describen teniendo en cuenta la construcción personal, el significado, los múltiples vínculos entre los conceptos y procedimientos y finalmente, el poder derivado de conocer las conexiones. Por otro lado, Hein y Biembengut (2006) consideran que la modelación matemática como método de enseñanza contribuye a que los estudiantes entiendan con mayor claridad los conceptos matemáticos y, además, logren adquirir mayor capacidad para leer, interpretar, formular y darle solución a las situaciones problema, lo que permite el desarrollo del pensamiento crítico y creativo respecto al uso de las matemáticas. La posición de estos autores permite considerar la modelación como un medio eficaz para conectar los pensamientos matemáticos y sería muy efectiva en hacer conexiones entre el pensamiento numérico y el aleatorio.

Los planteamientos establecidos por estos dos últimos autores dan cuentan que la modelación como estrategia de aprendizaje de las matemáticas estimula interés en ellas, así como establece enlaces o conexiones entre los tipos de pensamiento matemático, evitando que el estudiante asimile el aprendizaje de una forma fragmentada. De esta manera, la modelación matemática como un medio de conexión de los pensamientos numéricos y aleatorios permitiría a los estudiantes actuar en situaciones de su contexto, como por ejemplo el contexto contable de la IED Magdalena.

Así se puede establecer una relación estrecha entre la modelación y los pensamientos matemáticos; particularmente el numérico y aleatorio. Por tanto, se hace necesario implementar estrategias que le permitan al estudiante interiorizar los conceptos, símbolos, algoritmos y otros elementos matemáticos de una forma holística, enfatizando en los

pensamientos numéricos y aleatorios mediados por la modelación matemática. En esta perspectiva se plantea la siguiente pregunta, la cual orienta la presente intervención:

- ¿Cómo fortalecer el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en las estudiantes de grado séptimo de la IED Magdalena, a través de la modelación matemática en un contexto de contabilidad?

1.2. Justificación

En el siglo XXI los humanos hemos llegado a ser considerados como ciudadanos del mundo y, por lo tanto, la dinámica de la vida del ser humano ha sido permeada por nuevos modelos aplicables en diferentes campos, produciendo efectos en las distintas culturas que son notables en la vida política, en lo social y en lo económico. La escuela que se encuentra inmersa en todos estos ámbitos y como centro de desarrollo humano no puede ser ajena a esta realidad y debe asumir su rol manteniendo una posición crítica que contribuya con el desarrollo, sin perder la visión humanista, la cohesión social y la diversidad cultural.

Por lo anterior, los currículos deben ser dinamizados de tal forma que puedan responder a las nuevas exigencias, pero aterrizados a la realidad de los educandos. Es decir, estos deben considerar los contextos, principalmente en lo que se refiere a las prácticas sociales de los estudiantes y sus familias, con el fin de generar un aprendizaje con sentido (MEN, 2006).

Teniendo en cuenta que la IED Magdalena es una institución de educación básica primaria y secundaria de modalidad técnica comercial y que además tiene un convenio establecido con el SENA —entidad que certifica a las estudiantes al terminar el grado 11° como técnicas en operaciones contables y financieras o en asistencia administrativa— el currículo de matemáticas debería estar articulado con el área comercial, de tal manera que se brinde la posibilidad de que las estudiantes puedan comprender los *modelos contables y financieros*, usar los *modelos matemáticos* en sus propias acciones y presentar los resultados

de operaciones realizadas. Sin embargo, estas acciones son escasas según fue evidenciado en reunión de área entre docentes de la institución y los instructores del SENA (Acta de Reunión del Área de Matemáticas, 2019). Esto ha limitado la labor de instrucción ofrecida por el SENA, ya que, se reconoce la importancia de la comprensión de las fórmulas matemáticas en la toma de decisiones en el área de operaciones financieras (Villalón y Barbeito, 2010).

Por otra parte, el currículo de matemáticas en la IED Magdalena está organizado por contenidos y el desarrollo de las clases casi siempre se da de forma tradicional en ausencia de *conexiones* entre los pensamientos matemáticos y lejos de poner en práctica los procesos matemáticos establecidos en los estándares de competencia. Esto evidencia dificultades para establecer una interdisciplinariedad con otras áreas del conocimiento, lo cual es de mucha importancia, pues, según Elichiry (2009) ésta impacta en el enriquecimiento y la transformación de conocimientos relacionados con cada disciplina involucrada.

Por lo anterior, se hace necesario presentar en la IED Magdalena una propuesta de intervención que permita articular los conocimientos adquiridos en el área de matemáticas con los de las áreas optativas (comerciales). De tal manera que, el aprendizaje sea más significativo en el ámbito escolar y en el entorno social del estudiante, y permita avanzar en el análisis y la compresión de la estructura socio-económica en la que estamos inmersos. Se espera que, en la dinámica del aprendizaje, la modelación matemática, entre todos los procesos, sirva como medio de conexión entre los pensamientos matemáticos, aterrizando fundamentalmente en el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.

En este sentido, en la institución existen necesidades y potencialidades para implementar el presente proyecto de intervención. Entre tales potencialidades se tienen: el perfil técnico de la institución, el cual, permite relacionar los aprendizajes matemáticos en el contexto contable, facilitándose así la modelación matemática; la población estudiantil es bastante comprometida y su posicionamiento académico actual es bueno; la buena disponibilidad del

equipo docente y los padres de familia cuando se les presenta procesos innovadores; y, los recursos humanos, físicos, didácticos y tecnológicos con los que se cuenta en la institución. Igualmente, en la institución existe la intencionalidad de desarrollar aprendizajes significativos a través de un currículo contextualizado y articulado por medio de procesos adecuados.

Así pues, desde la perspectiva práctica, el presente proyecto de intervención contribuye a que las estudiantes de grado séptimo de la IED Magdalena aprendan a identificar e interpretar los modelos matemáticos y contables, y a través de ellos, establezcan conexiones entre el pensamiento numérico y el aleatorio. Así mismo, la implementación de este proyecto permite que las estudiantes afiancen la representación de estos conocimientos, poniendo en práctica la construcción de modelos gráficos y logren analizarlos con el fin de comprender las situaciones problemáticas desde las matemáticas y la contabilidad.

Por otro lado, las actividades propuestas en el proceso de intervención están contextualizadas en el ámbito comercial lo que favorece que las estudiantes vean las matemáticas con un sentido aplicable a la realidad, favoreciendo su motivación en el desarrollo de las mismas y en su proceso de aprendizaje. Asimismo, se concibe como complemento, algunas herramientas tecnológicas, como el software GeoGebra y la aplicación de Excel de Microsoft Office, con el objetivo de sistematizar los procesos, contribuyendo a que las estudiantes desarrollen habilidades en el manejo de las TIC.

Desde el punto de vista teórico, este proyecto de intervención es relevante, pues, hace un aporte al campo de la educación matemática desde la intervención con modelación matemática y las conexiones entre pensamientos. En este sentido, sienta un antecedente documentado sobre los resultados que tiene el uso de la modelación matemática como medio para establecer la conexión entre el pensamiento numérico y aleatorio. Por otro lado, teniendo en cuenta que es un proyecto de intervención, a nivel teórico ilustra el proceso de modelación

matemática mediante actividades que, a su vez, permiten involucrar los tipos de conexiones intra y extramatemáticas, impactando así en el pensamiento numérico y aleatorio.

Desde otra perspectiva, la presente intervención se constituye como un referente de interdisciplinariedad donde se articulan los procesos contables con las matemáticas mediante procesos de modelación, de forma que, sirve como un referente para que los docentes integren las disciplinas en sus clases, logrando una motivación por parte de las estudiantes y en consecuencia una posible respuesta favorable ante los aprendizajes deseados.

1.3. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Fortalecer el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en las estudiantes de grado séptimo de la IED Magdalena, a través de la modelación matemática en un contexto de contabilidad.

1.4.2. Objetivos específicos

- Identificar un estado preliminar del establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio que realizan las estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena.
- Diseñar una propuesta de intervención que facilite el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena, basada en la modelación matemática en un contexto de contabilidad.
- Implementar una propuesta de intervención que facilite el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y

el pensamiento aleatorio en estudiantes de séptimo grado en el contexto contable de la IED Magdalena, basada en la modelación matemática.

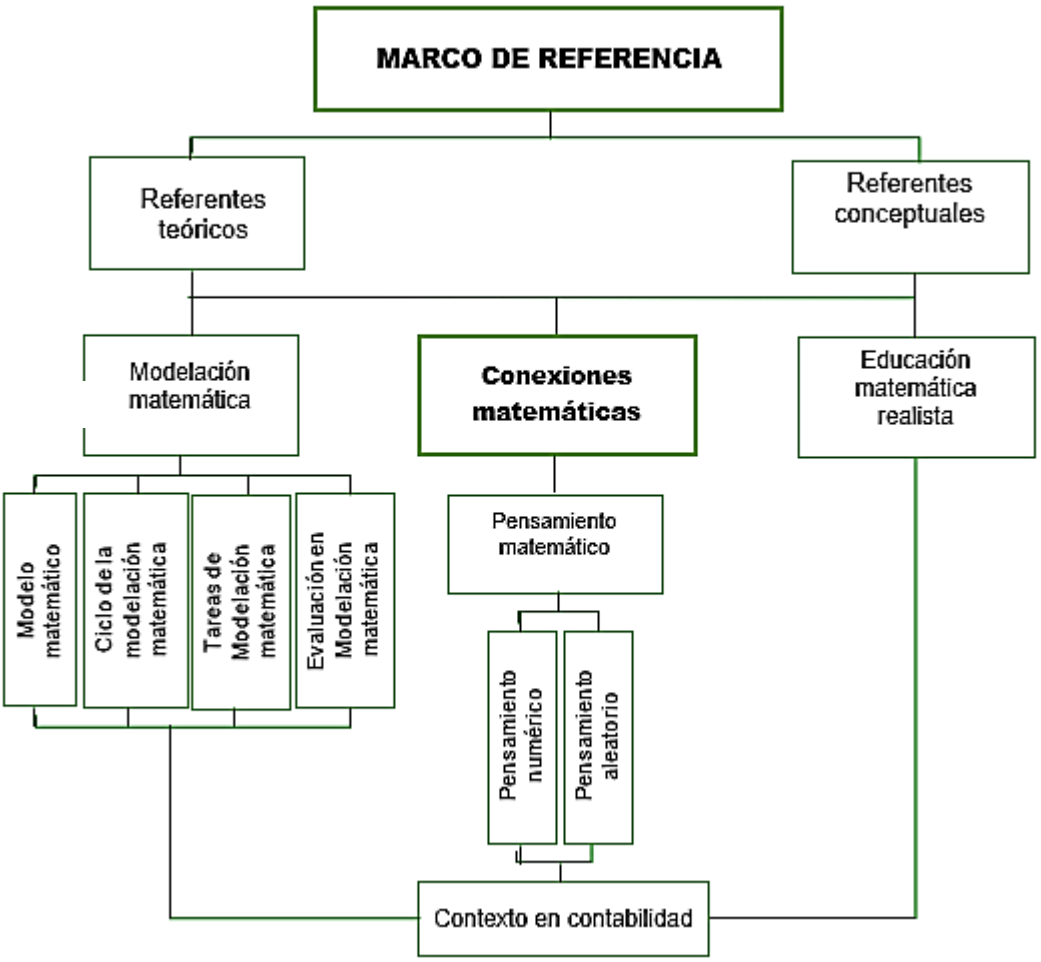
- Valorar la propuesta de intervención en las estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena.

2. CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA

En el marco de referencia se sitúa una visión donde se ubica el proyecto de intervención dentro del campo de conocimiento de interés. En este sentido, en el presente capítulo se exponen algunos antecedentes de investigación relacionados con la intervención y los fundamentos teóricos referentes a: la educación matemática realista, la modelación matemática, conexiones matemáticas, y pensamiento matemático. El desarrollo teórico de este capítulo sustenta el problema planteado, la metodología y los análisis de los resultados obtenidos.

Figura 11.

Estructura del marco teórico



Fuente: elaboración propia

2.1.Referentes de investigación

Los referentes de investigación permiten crear una perspectiva de un proceso de indagación, de tal manera que se puede identificar su desarrollo desde un momento determinado hasta poder identificar un estado más avanzado. Mediante diferentes referentes teóricos se puede visualizar las tendencias desarrolladas, los resultados obtenidos y los tipos de problemas que se han resuelto con relación a un asunto de interés. Por medio del conocimiento de los referentes de investigación es posible intuir sobre algunas cosas que falten por hacer y si es pertinente trabajar en ello. De esta forma, se presenta en este apartado diferentes investigaciones relacionadas con cada uno de los constructos asociados con la presente intervención, como son la modelación matemática, el pensamiento numérico, el pensamiento aleatorio y las conexiones que se pueden establecer entre ellos.

Vanegas y Henao (2013) presentan un trabajo de investigación enmarcado en la Educación Matemática Realista el cual es un referente para este proyecto de intervención en la medida en que mediante el proceso de modelación matemática se conectan los contenidos matemáticos con el entorno cotidiano de los estudiantes, vinculando los saberes informales adquiridos por ellos en la experiencia cotidiana con las matemáticas. Emplean una metodología de estudio de casos descriptivos basado en diseño de tareas fundadas en contexto significativos.

En lo que respecta a la modelación matemática, encontramos la investigación realizada por Grueso (2017), quien construyó una estrategia didáctica que incluyó la modelación matemática para la comprensión del curso de matemática financiera. El autor partió del problema de que los estudiantes tienen dificultades para modelar una situación del contexto financiero y utilizó una metodología mixta mediante tres instrumentos de recolección de información; así pues, en un primer momento realizó un análisis de la percepción de los estudiantes sobre el curso a través de un cuestionario, luego, hizo un diagnóstico de los

estudiantes por medio de una prueba y finalmente realizó una evaluación de impacto de la guía con el uso de una entrevista.

De la investigación de Grueso (2017), se rescata para este proyecto de intervención el proceso metodológico, mediante el cual logró identificar las necesidades de los estudiantes y diseñar una guía de trabajo que contribuyó a que los estudiantes resolvieran situaciones financieras de forma vivencial, las cuales fueron simuladas por ellos mediante el uso de herramientas TIC para tomar decisiones de forma organizada y reflexiva.

Por su parte Díaz y Pérez (2016), plantean una investigación cuyo objetivo es la caracterización de los usos que hacen los estudiantes sobre las figuraciones previas a la gráfica cartesiana cuando se presentan fenómenos de variación de tiempo y de distancia. Para el presente proyecto de intervención fue relevante considerar de esta investigación, el uso de una metodología descriptiva de naturaleza cualitativa, donde las principales técnicas fueron los estudios de caso y las entrevistas, a partir de las cuales, los autores tuvieron evidencia de que los estudiantes lograron identificar los intervalos en las gráficas, estableciendo diferentes tiempos y posiciones; lo que da cuenta de que estos ampliaron su conocimiento respecto a la forma de realizar las gráficas y la interpretación de las mismas.

Otra investigación en modelación matemática fue la de Mancera y Camelo (2020), los cuales analizaron el panorama de la modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa entre 2012-2015. Estos autores realizaron una revisión documental que permite situar el tema de la modelación en el periodo mencionado, encontrando que la producción está orientada desde ocho perspectivas, donde las más abordadas son la educacional, la sociocrítica y realística; y seguidas de esta se encuentran la epistemológica, cognitiva, contextual, teoría antropológica de lo didáctico y la de modelizar, cabe resaltar que estas últimas se presentaban en los documentos de forma esporádica. Para este proyecto de

intervención se adoptó una perspectiva realística de la modelación, la cual será tratada posteriormente.

Por otro lado, Ospina (2014) buscó mejorar el aprendizaje de los estudiantes sobre el número áureo por medio de la modelación matemática utilizando la herramienta de GeoGebra. Esta investigación partió de un enfoque cuantitativo de carácter experimental, donde participaron 35 estudiantes de segundo grado de secundaria. Los resultados mostraron que los participantes tuvieron avances en cuanto al conocimiento y manejo de GeoGebra. Igualmente, se evidenció que tuvieron mejores resultados respecto a la temática de interés y estuvieron más motivados al utilizar como apoyo el GeoGebra, comprobando así que trabajar con actividades de modelación matemática tiene un impacto positivo en el conocimiento de los estudiantes. De esta investigación se tomó para el proyecto de intervención aspectos relacionados con el uso del software GeoGebra.

De forma similar, Barón (2020) trabajó la modelación matemática para funciones lineales en el contexto del manejo ambiental, utilizando como medio el software GeoGebra. El autor empleó una metodología cualitativa de tipo descriptivo y diseñó una secuencia didáctica que buscó orientar el proceso de modelación matemática en estudiantes de grado noveno y en torno a un problema de optimización en el contexto del manejo ambiental. Así pues, encontró que GeoGebra facilitó el reconocimiento de fenómenos de variación de la función lineal, además evidenció que los estudiantes lograron mejorar en cuenta a la identificación de variaciones al aplicar las funciones. Sin embargo, Barón concluye que es fundamental que los docentes orienten gradualmente estos procesos desde etapas tempranas para que los estudiantes consoliden mejor los aprendizajes. El manejo del GeoGebra y las reflexiones en torno a problemas de modelación fueron tenidos en cuenta en el presente proyecto de intervención.

En cuanto al pensamiento matemático, Giraldo (2017) diseñó una guía didáctica con el fin de potenciar los conocimientos básicos del pensamiento aleatorio. La intervención realizada por este autor partió de una metodología cualitativa de investigación acción, donde realizó un proceso de planificación orientado por un taller diagnóstico. Posteriormente hizo un proceso de observación, reflexión y acción, es decir analizó los datos relacionados con la práctica profesional, extrajo los contenidos más relevantes y finalmente, perfeccionó la guía en conjunto con los estudiantes. Los resultados de la investigación mostraron que la guía empleada permitió que los estudiantes de sexto grado de educación básica fortalecieran las competencias relacionadas con el razonamiento lógico y crítico, logrando que ordenen datos de forma gráfica, analicen e interpreten los datos y realicen inferencias a partir de los mismos. Esta investigación aportó ideas importantes para el trabajo con guías didácticas y su relación con el pensamiento numérico y variacional, el cual es uno de los tipos de pensamiento de interés en esta intervención.

Por su parte, Jaramillo y Quintero (2014) proponen un estudio en el cual, precisan que la construcción de ambientes virtuales de aprendizajes, le permiten al estudiante comprender conceptos y desarrollar competencias matemáticas centradas en el pensamiento aleatorio, A través de su interacción por medio de estrategias lúdico-didácticas que se lo facilitan. La motivación principal para llevar a cabo este trabajo se fija en el mejoramiento de los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas SABER. En él, se implementa una metodología cualitativa-Descriptiva, aplicando una prueba piloto a una población conformada por 37 estudiantes de los grados tercero, quinto y noveno y un estudio socioeducativo por medio de una encuesta a estudiantes y docentes. Los resultados obtenidos muestran que el empleo de herramientas TIC, bajo una orientación fortalece la comprensión de conceptos matemáticos, particularmente los del pensamiento aleatorio y que los estudiantes requieren la

guía del profesor para desarrollar sus actividades, lo cual se relaciona con el desarrollo de este proyecto.

Así mismo Naranjo (2017) diseña una unidad didáctica con el fin de promover el desarrollo de las competencias en el pensamiento aleatorio y sistema de datos. En esta propuesta resulta muy importante que se establecen vínculo entre este pensamiento y el numérico, ya que, al momento de evaluar la interpretación analítica del lenguaje pictórico al lenguaje matemático formal, se hace reconocimiento a la importancia del número en determinados contextos. Esto y las mediaciones didáctico-tecnológicas que se establecen, tienen afinidad con este proyecto, fundamentalmente por el establecimiento de las conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se dan.

En la misma línea del pensamiento matemático Hoyos (2014), diseña una estrategia para ser aplicada en el aula de clases con el propósito de movilizar el pensamiento numérico, a través de mediadores didáctico-matemáticos. Parte identificando los conocimientos previos que poseen los estudiantes para luego orientar la apropiación de los nuevos conocimientos, planificando clases dinamizadas por dichos mediadores. Posterior es estas etapas, se lleva a cabo la puesta en práctica, la valoración de su impacto y la sistematización de los resultados. Este trabajo hace aportes a esta intervención desde el punto de vista del reconocimiento de presaberes de los alumnos, uso de mediadores para promover el desarrollo integrado de los pensamientos matemáticos y la movilización de conceptos requeridos.

En referencia a las conexiones matemáticas, De Gamboa (2015) se propone dar respuesta a la influencia que tiene el conocimiento matemático del docente en el establecimiento de conexiones en la clase. Su desarrollo deja aportes importantes para este estudio ya que se llega considerar la matemática como una red de ideas, estableciéndose una caracterización importante de las conexiones matemáticas y la importancia de estas en la comprensión de

conceptos, bien sea, en situaciones previamente modelizadas de la matemática en sus aplicaciones en la vida real y con otras disciplinas del saber.

A su vez Flores y García (2017) identifican el tipo de conexiones que los estudiantes pueden realizar al resolver situaciones contextualizadas. La recolección de la información se da mediante el estudio de caso, aplicando un cuestionario como método de exploración. Su investigación es importante para este proyecto de intervención porque con los resultados obtenidos pudieron mostrar que los estudiantes realizan distintos tipos de conexiones intramatemáticas y Extramatemáticas (más adelante se explicaran en detalle), pero que requieren en gran medida de sus saberes previos.

Posteriormente García (2018) orienta su trabajo direccionado en tres elementos básicos afines entre sí: las conexiones matemáticas, la comprensión y las concepciones alternativas, para lo cual utiliza el método de investigación cualitativa efectuando diálogos apoyados en tareas formuladas. Sus conclusiones dan muestra de muchas conexiones que pueden realizar los estudiantes y que de una u otra forma ellos presentan distintos niveles de comprensión. Así mismo, las creencias previamente concebidas hacen que prevalezcan las concepciones alternativas dificultando la comprensión matemática.

El trabajo de García (2018) aporta a esta intervención en el sentido del establecimiento de diálogos con los estudiantes, basados en tareas, la producción escrita, la argumentación verbal y la posibilidad de modelar fenómenos concretos relacionados con objetos matemáticos y con los de otras áreas, cuyo alcance es mucho más viable, mediante propuestas de intervención.

En el contexto de contabilidad, Rodríguez (2015) presenta un estudio relacionado con el análisis de procesos contables del cual se rescata para este trabajo la descripción de los procedimientos contables en los que expone los documentos soportes entre los cuales se

encuentran las facturas, los recibos de caja y de ingresos, mediante los cuales se llevan a cabo un estado de resultado. El estudio se realiza bajo un enfoque cualitativo descriptivo.

Ramírez (2019) desarrolla un trabajo de investigación que es relevante para este proyecto ya que destaca la importancia de la modelación matemática en contabilidad, en el cual indaga y expone acerca de cómo modelar matemáticamente un balance de variables contables y propone métricas matemáticas que generen modelos contables cuantitativos para lo cual emplea una metodología cualitativa de investigación acción educativa.

2.2. Referentes teóricos y conceptuales

En este apartado, se exponen los referentes teóricos y conceptuales de la intervención, estableciendo así un marco sobre el cual se basan las definiciones utilizadas y los constructos principales de la intervención. En este sentido, se presenta a continuación la fundamentación teórica relacionada con la educación matemática realista, la modelación matemática, las conexiones matemáticas y el pensamiento matemático, fijando inicialmente su concepto y, posteriormente, asumiendo una perspectiva teórica que da significado y soporte a los procedimientos y resultados de la intervención.

2.2.1. Educación matemática realista

Según Heuvel-Panhuizen (2009), los modelos son vistos como representaciones de situaciones problemas dentro de la Educación Matemática Realista (EMR), deben ser arraigados en contextos realistas imaginables y lo suficientemente flexibles para ser aplicados en niveles avanzados. Por tanto, antes de explorar las distintas concepciones de modelación es pertinente exponer algunos fundamentos establecidos para la EMR.

Siempre es necesario tener presente que el propósito principal en el aprendizaje de las matemáticas es el desarrollo del pensamiento y la comprensión de la realidad, así como la representación de ésta, ya sea a través de modelos reales o abstractos. Estos modelos deben facilitar procedimientos que respondan a las necesidades surgidas en las operaciones

mentales y sistemáticas basadas en los tratados teóricos de la disciplina y que la hacen trascender en el tiempo.

Así lo consideran Murcia y Henao (2015) cuando establece que la educación matemática se enmarca en los procesos generales, los conocimientos básicos que desarrollan pensamientos específicos y el contexto. La educación matemática abarca el conjunto de actividades desarrolladas en busca de transformar los conocimientos previos de los estudiantes, promoviendo en ellos la capacidad del pensamiento disciplinar y el razonamiento general en situaciones de su contexto inmediato, proyectándolos a la vez a la comprensión de otros contextos.

El concepto de Educación Matemática Realista EMR propuesto por Freudenthal (1991) considera la matemática como una actividad humana y, además, la concibe como una acción de resolver problemas y buscar otros en términos más generales. Es decir, la disciplina de las matemáticas se organiza desde la realidad o desde la misma matemática, a lo que él denominó como "matematización".

Esta nueva forma de concebir la matemática tuvo sus efectos en los currículos y forma de enseñar y aprender matemáticas, ya que, el enfoque de aprendizaje se volvió activo, participativo y significativo para el estudiante. Esto le dio un nuevo sentido a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde el punto de vista en que el conocimiento es aprendido desde la realidad, confrontando así el aprendizaje axiomático y prefabricado (Freudenthal, 1973).

En este sentido, Freudenthal (1991) indica seis principios para la educación matemática realista: el de actividad, el de realidad, el de niveles, el de reinvención guiada, el de iteración y el de interconexión. A través de estos principios se expresa inicialmente que la matemática es una actividad humana y su finalidad es matematizar el mundo y que consiste en desarrollar el conocimiento a partir de la realidad o desde lo intrínseco de las matemáticas. El propósito

de las matemáticas es dar respuesta a situaciones o buscar nuevas situaciones problemas que conduzcan al desarrollo de procesos que facilitan la reflexión, la modelación, la representación esquemática y simbólica, y la conceptualización.

A pesar de estas iniciativas y de todo el desarrollo teórico que se ha tenido a partir de los tratados de Freudenthal, los currículos de matemáticas casi siempre siguen siendo rígidos, sujeto a prácticas pedagógicas tradicionales y transmisionistas de contenidos. Este tipo de currículos de matemáticas son totalmente desligados de la realidad contextual y socio-cultural de los estudiantes, arraigados en las estructuras de la matemática formal y, por tanto, muy lejos de lograr la conexión con la realidad y en consecuencia la matematización establecida en las ideas de Freudenthal (1973).

De igual forma, según Treffers (1987) citado por Alsina (2009), la educación matemática realista se basa en cinco principios: la exploración fenomenológica, el uso de modelos y símbolos, el uso de construcciones y producciones de los alumnos, la interacción y el entrecruzado de ejes y temas. Así pues, las situaciones que desarrollen los estudiantes deben ser situaciones contextualizadas, pero no necesariamente tienen que reunir todas las características de un entorno real. De todas formas, es importante que los alumnos desarrollen la capacidad de observación y alcancen a expresar o comprender la realidad a través de representaciones matemáticas.

Es relevante tener presente que los estudiantes, gradual y progresivamente, pasan por distintos niveles, iniciando su proceso de compresión en lo contextual hasta alcanzar cierto grado de comprensión de eventos abstractos, momento en el cual desarrollan la capacidad de establecer estructuras matemáticas formales. Siempre es importante la orientación de los estudiantes en la toma de decisiones para dar respuestas a situaciones planteadas, preferiblemente con una gran riqueza en opciones de solución, de tal manera que cada uno

pueda optar por estrategias distintas que al ser confrontadas puedan ser valoradas para determinar las ventajas o desventajas en cada una.

Las situaciones problemas abiertas pueden ser muy significativas y favorecen la interacción, la negociación, la socialización, la justificación, el cuestionamiento, la colaboración y la evaluación, desde distintas perspectivas. Precisamente en este proyecto de intervención se relaciona la modelación matemática con estos elementos de la EMC, como: lo gradual del aprendizaje pasando por la comprensión de lo contextual hasta lo abstracto, el planteamiento de situaciones problemas abiertas con varias opciones de solución, la posibilidad de los estudiantes en hacer suposiciones y valorarlas para tomar decisiones de acuerdo con procesos de negociación, colaboración y evaluación, entre otras.

2.2.2. Modelo matemático

Desde 1973 Freudenthal habló de la matematización y según Bressan, Zolkower y Gallego (2005) en este término se incluyen los modelos matemáticos. Luego, los modelos constituyen un recurso significativo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, debido a que representan la matematización del mundo que nos rodea (Freudenthal, 1991). Además, la matematización es una acción netamente humana, por medio de la cual un fenómeno o una situación puede ser expresada inicialmente por medio de un modelo real, y luego de algunas operaciones mentales se transforma en un modelo matemático que se puede formular por medio de esquemas, gráficas o símbolos que facilitan su comprensión.

En ese sentido, Lesh y Doerr (2003) establecen que un modelo representa la estructura de un sistema expresado mediante el uso de representaciones externas y cuya función es la descripción, explicación o predicción del comportamiento de otro sistema con un propósito particular. Este es un concepto muy complejo que encierra en sí, aspectos tanto científicos como didácticos, pero no específica los medios matemáticos mediante los cuales se expresa el modelo.

En cambio, Giordano, Weir y Fox (1997) contemplan un concepto similar, pero rescatan la especificidad establecida por Freudenthal (1991) e indican una gama más amplia de posibilidades en materializar la representación de un modelo. Estos autores establecen que un modelo matemático representa una construcción matemática que pretende analizar un sistema o algún fenómeno del mundo real, donde se incluyen gráficas, simulaciones, símbolos y construcciones experimentales.

Es claro entonces que, son diversas las formas existentes para modelar fenómenos o situaciones reales y que una misma situación se pueden expresar por distintos modelos. Sin embargo, algunos de ellos pueden generar mejor información que otros o pueden exigir un mayor razonamiento, pero su importancia radica en que despiertan el interés, sintetizan la información y la transmiten a través de representaciones a escalas distintas a las reales o mediante esquemas que simboliza la realidad y, de una u otra forma, la hacen visible.

Por su parte, el MEN (2006) expresa el concepto de modelo de la siguiente forma:

> Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema —a veces se dice también "una estructura"— que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (p.52).

Teniendo en cuenta lo anterior, en este proyecto de intervención se retoman las ideas sobre modelo presentadas en esta sección y se concibe como una forma de atraer la realidad a través de construcciones mentales que faciliten la comprensión de los fenómenos. Esto es significativo en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, puesto que ofrece la posibilidad de dar respuesta a situaciones realistas establecidas, a representar situaciones reales de un contexto o interpretar problemas. Además, se considera que la construcción de un modelo

favorece la toma de decisiones sobre ellos y también el desarrollo de diversos conceptos, ofreciendo así una riqueza pedagógica y didáctica en beneficio del crecimiento personal e intelectual del estudiante.

2.2.3. Modelación matemática

En la literatura matemática no existe un criterio único en cuanto al concepto de modelación matemática. De hecho, algunos teóricos la definen como un proceso y otros como una competencia, también muchos la consideran como medio de desarrollar aprendizajes, mientras que otros la perciben como un medio para desarrollar contenidos. Pero, en lo que sí están de acuerdo los investigadores, en esta línea científica, es que la modelación matemática conecta conocimientos de esta disciplina con otras disciplinas y con la realidad.

Según Hein y Bienbengut (2006) la modelación matemática es una adaptación del concepto científico de la modelización matemática, como metodología de enseñanza formal. Se aclara que la adaptación se hace necesaria, ya que, en la disponibilidad de horarios, el currículo, la cantidad de estudiantes, el nivel de conocimiento que poseen, etc., requiere que se hagan los ajustes pertinentes para no desvirtuar las situaciones y que a la vez sean pertinentes y significativas para los educandos.

La modelación matemática se entiende como una actividad que se realiza en la clase de matemática cuya naturaleza se deriva de la actividad científica de la modelización matemática, ya que en el aula no se puede llevar a cabo todo el rigor científico que exige este proceso debido a algunos parámetros socioculturales propios de la educación que deben ser tenidos en cuenta al momento de abordar el estudio de fenómenos reales. De acuerdo con lo anterior, la modelación matemática en el ámbito educativo tiene por objetivo la adopción y recreación de las etapas de la actividad científica en la escuela para comprender o construir un concepto matemático (Camelo, Perilla y Mancera, 2016).

Según Villa-Ochoa, González y Carmona (2018) a pesar de que en la educación matemática no existe una visión unificada de lo que es la modelación matemática, de acuerdo con muchos estudios se puede entender como una interacción entre el mundo real y las matemáticas. Este primer sentido de la modelación permite detectar esquemas evidenciados en la cotidianidad, las situaciones científicas y las matemáticas, para que sean reconstruidas mentalmente (MEN, 2006).

Así, en este proyecto de intervención el contexto académico y social de los educandos cobra relevancia y le da significado al quehacer del estudiante cuando ellos se sienten identificados y forman parte activa del mismo. Una forma de involucrarlos es insertando en el aula situaciones concretas de su contexto o de otras ciencias del conocimiento para que puedan ser modeladas de distintas formas: mediante esquemas, símbolos, figuras, etc., o en la medida que estos representen situaciones plenamente posibles en su mundo o en otros saberes.

En ese mismo sentido, Villa-Ochoa (2007) plantea que la modelación matemática es el proceso por medio del cual, se obtiene un modelo matemático partiendo de un fenómeno real. De esta manera, resulta muy útil la modelación para comprender mejor los fenómenos que ocurren al interior de las ciencias y en el contexto, tanto social como académico, de los estudiantes, generando un dinamismo distinto al proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De esta manera la modelación contribuye a despertar motivación en el estudiante y asumir la realidad como parte inherente al aprendizaje, representándola a través de esquemas que sean significativos en los procesos mentales y que faciliten su compresión.

Villa-Ochoa (2007) expresa que el proceso de modelación se fundamenta sucintamente en los lineamientos curriculares desde al menos tres acepciones. En la primera se concibe la necesidad generada por el desarrollo tecnológico en la sociedad; la segunda permite hacer una descripción de la interrelación entre las matemáticas y la realidad; y la tercera, se asume

ésta como una actividad que se encuentra relacionada con la solución de problemas que simplifique, idealicen y estructuren situaciones reales, que al ser sistematizadas dan como resultado un modelo matemático.

Es claro que, hoy por hoy, la modelación matemática además de ser un recurso que motiva el aprendizaje de la disciplina es necesaria para la interacción de los seres humanos y en el desarrollo de procesos que requieren de redes y canales que se hacen completamente visibles solo cuando son expresados por medio de modelos que faciliten dar respuestas ante necesidades generadas por el mismo dinamismo con que avanza el mundo y la sociedad.

En este aspecto, el proceso de modelación matemática se ha consolidado como una herramienta que permite la reflexión y contribuye a diseñar situaciones que materialicen relaciones en el aula de clase (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo, 2008).

Para este proyecto de intervención se asume la modelación en este sentido, es decir, como un proceso y se convierte en un abanico de posibilidades para los ambientes de aprendizajes. Esto ofrece una riqueza amplia en la focalización del conocimiento, pues, este ya no estará centrado únicamente en el aspecto cognitivo y las situaciones planteadas que, en muchos casos no pasan de ser una simulación o recreación de la modelación, sino que permitirá que fluyan ideas para conceptualizar, comprender el entorno, los problemas auténticos, los enunciados realistas y por supuesto entender y elaborar modelos.

Por otra parte, Huincahue-Arcos, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca (2018) asumen la modelación matemática como competencias matemáticas, declarando que la modelación matemática potencia la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol de las matemáticas en el mundo, hacer juicios racionales e implicarse con las matemáticas cuando su vida como ciudadano le exija esta necesidad. La modelación aplicada de esta forma (como competencia) le permite al estudiante potenciar varios aspectos cognitivos y propios del

conocimiento científico de las matemáticas. De esta forma, se resalta que esta definición es concordante con los tratados matemáticos de Blum y Leiß (2006) y Borromeo-Ferri (2010).

Teniendo en cuenta las posturas teóricas señaladas anteriormente, se enfatiza para esta intervención la modelación matemática como la relación entre la vida real y las matemáticas, de tal manera que se busque enriquecer la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, favoreciendo el desarrollo de distintas habilidades, tanto cognitivas como motrices y de relaciones con el entorno social y académico de los estudiantes. En este proyecto y acorde con Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008) se considera la modelación matemática como un proceso.

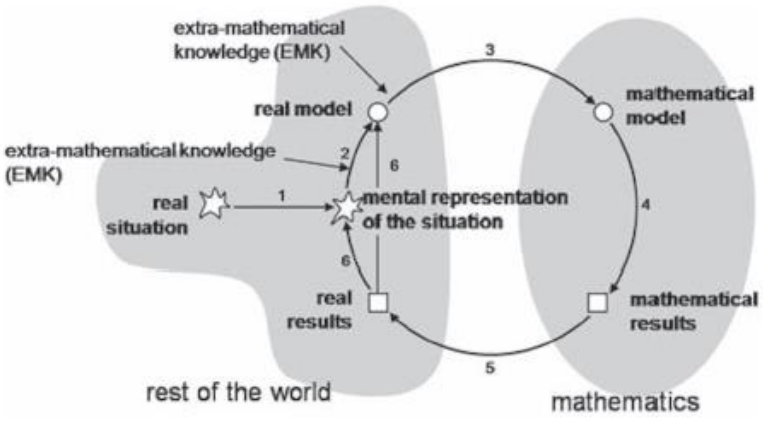
2.2.3.1.Ciclos de la modelación matemática.

Muchos de los autores que han escrito sobre modelación matemática expresan un ciclo en el proceso al establecer una relación mundo real-matemáticas-mundo real.

Según Blum y Borromeo-Ferri (2009) la modelación matemática contempla un ciclo de siete etapas, concibiendo la construcción, simplificación o estructuración, matematización, trabajo matemático, interpretación, validación y exposición.

Figura 12.

Ciclo de la modelación matemática



Fuente: Blum y Borromeo-Ferri (2009).

El ciclo tiene inicio en una situación problema de vida real, expresada mediante una imagen o un texto o ambos, lo cual es analizada, delimitada y representada por medio de un modelo real: aquí se cumple una fase de observación recolección de datos y la proyección del modelo a construir. Seguidamente se matematizan los datos del dominio del contexto y se construye el modelo matemático. El modelo matemático es sometido a un análisis matemático de acuerdo con lo establecido en la situación planteada. Los resultados obtenidos son analizados o contrastado en la situación delimitada en la vida real. Por último, se presentan los resultados matemáticos obtenidos ante la situación problema del mundo real para determinar su validación. Si se encuentran resultados que no satisfagan el problema, se reiniciará el ciclo.

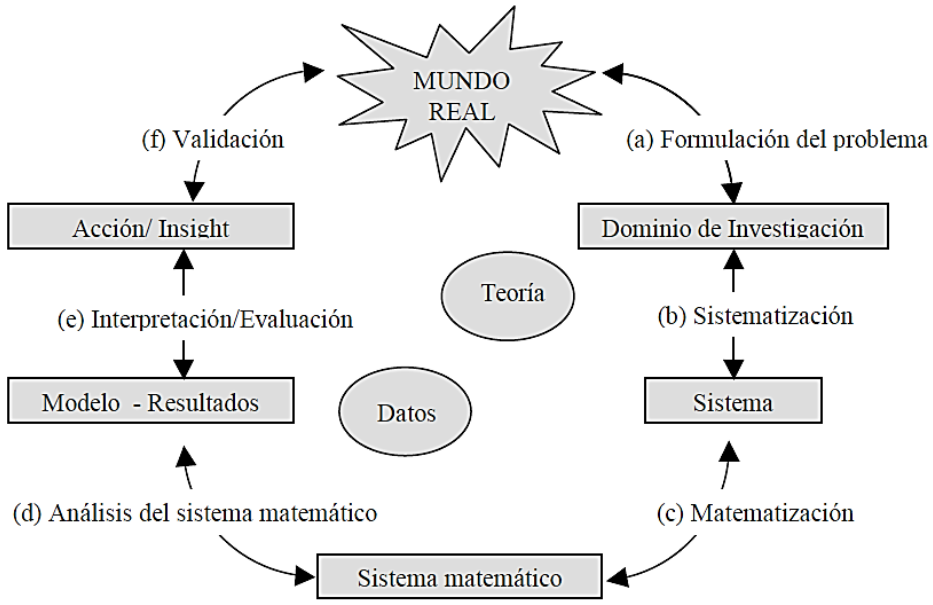
Huincahue-Arcos, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca, (2018), plantean que la modelación matemática es un proceso que traduce el mundo real y las matemáticas de forma bidireccional. Entendiéndose esto como un ciclo que se genera en una situación del mundo expresado en una imagen, un texto escrito, o enunciado que luego de ser interpretada o comprendido produzca una imagen mental que facilitará la idealización de la situación problema, para ser representada mediante un modelo real acorde con la concepción matemática, se buscan resultados que posteriormente serán confrontados con la realidad, ajustados o no según el caso y se inicia un nuevo ciclo.

Por otro lado, Blomhøj (2004) considera que detrás del modelo matemático existe un proceso de modelación, lo que indica que para el abordaje del modelo se debe llevar a cabo un proceso que permita establecer la relación entre una idea matemática y una situación real, desde esta perspectiva, el ciclo de modelación está compuesto por la formulación del problema que orienta y guía el proceso de identificar las características de la realidad percibida que se modelará; la sistematización, que permite seleccionar aspectos importantes del dominio que se investiga, así como la idealización de los mismos para hacer una

representación matemática; la traducción de estos aspectos en relaciones al lenguaje matemático; el uso de métodos matemáticos para obtener resultados y conclusiones; la interpretación de resultados y conclusiones teniendo en cuenta el dominio de investigación y la evaluación de la validez del modelo, la cual se hace comparando el mismo con conocimiento teórico o experiencial. De esta forma, la figura 14 representa el ciclo de modelación propuesto por Blomhøj (2004).

Figura 13.

Ciclo de la modelación de Blomhøj.



Fuente: Blomhøj (2004)

Al contrastar el ciclo propuesto por Blum y Borromeo (2009) con el establecido por Blomhøj (2004) se asumió para esta intervención la postura del último, ya que, si bien, se evidencian similitudes en los subprocesos de modelación, se tiene que en el segundo cada subproceso debe ser verificado inmediatamente y regresar al anterior si se requiere o, bien, se puede continuar el ciclo hasta su validación, es decir que, no representa una linealidad estricta entre estos.

2.2.3.2.Tareas de la modelación matemática.

La mayoría de los teóricos al hablar de modelación matemática enfatizan en que las tareas deben obedecer a situaciones del mundo real. Algunos son más específicos indicando las situaciones del contexto de los estudiantes, mientras que otros, promueven el uso de ejemplos auténticos pertenecientes a la matemática aplicada.

Villa-Ochoa, Castrillón y Sánchez (2017) ponen de manifiesto la necesidad de pensar y repensar los tipos de tarea de modelación para la clase de matemática, entre los cuales se pueden tener en cuenta tipos de textos, enunciados, situaciones, orientaciones o indicaciones. Para activar la modelación en el contexto escolar, estos autores indican que las tareas pueden ser de enunciados verbales realistas, problemas auténticos presentados como enunciados verbales, construcción de representaciones, simulación de formas, por proyectos; entre otros. Los autores establecen la visión, los alcances y limitaciones en el aula, para cada tipo de tarea de modelación, siendo todos estos tipos igualmente válidos y pertinentes, de tal forma que su articulación ofrece una mayor riqueza.

Barbosa (2001) propone tres niveles para la implementación de tareas de modelación matemática asociados con el contexto escolar, la experiencia del profesor y los intereses de los alumnos entre otros factores como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1.

Niveles para la implementación de tareas de modelación matemática

Nivel	Descripción
Primer caso (Nivel 1)	El profesor selecciona un tema y plantea una situación problemática, además, establece cuales son los datos que se requieren para su resolución, seguido a esto elabora un modelo matemático y permite que los estudiantes debatan sobre la solución adecuada del problema.

	En este caso, se evidencia que el docente juega un rol principal en la participación y orientación de las actividades de modelación
Segundo caso (Nivel 2)	El profesor establece una situación problemática, la cual debe ser resuelta por los estudiantes bajo su orientación, el papel de los estudiantes es simplificar el problema, recolectar los datos para solucionarlo y dar una solución al problema. En este caso, el docente tiene un papel menos activo en la coducción de actividades de modelado por parte del profesor.
Tercer caso (Nivel 3)	Los alumnos seleccionan un tema y a partir de este proponen una situación problemática, recogen los datos necesarios para solucionarlo y proporcionan la solución, lo que implica que, los estudiantes conducen todas las etapas. En este caso, los estudiantes poseen mayor autonomía en las actividades de modelización.

Fuente: Barbosa (2001)

A lo largo de este proyecto, la implementación de tareas de modelación se llevará a cabo de acuerdo con lo establecido por Villa-Ochoa, Castrillón y Sánchez (2017), asumiendo los enunciados verbales realistas y la construcción de representación y las simulaciones. Con respecto a los niveles para la implementación de tareas de modelación matemática, propuestos por Barbosa (2001), en esta intervención se decidió asumir una combinación del nivel 1 con el nivel 2. Por las características de la modalidad de educación remota, empleada en esta intervención debido a la pandemia por COVIV 19, fue favorable seleccionar el tema y plantear la situación problema, estableciendo los datos de la misma; sin embargo, en un primer momento se planteó la tarea como un problema abierto, buscando que las estudiantes razonaran acerca del contexto del mismo y posteriormente se le asignaron los datos, pero

durante la solución de dicha situación y la creación del modelo matemático, el interventor asumió el rol de orientador en el proceso.

2.2.3.3.La evaluación en la modelación matemática.

Según Sánchez y Rendón (2019) la evaluación en la modelación matemática no solo debe centrarse en el desarrollo de habilidades, competencias y conocimientos matemáticos, sino que también, se deben tener en cuenta los procesos desarrollados por los estudiantes al realizar modelación matemática. Es decir que se deben valorar todo el proceso desde el momento de la comprensión y análisis hasta cuando se da una respuesta del fenómeno estudiado.

Esta postura invita a reflexionar y pensar en un medio de evaluación que facilite hacer el seguimiento del proceso, teniendo en cuenta aspectos como la flexibilidad, la retroalimentación, la participación activa de los estudiantes que como protagonistas en el desarrollo de este proceso deben desarrollar vínculos con sus propias actividades a lo largo del mismo y ser observador de sus propias avances, de principio a fin, emitiendo sus propios juicios de valor cualitativo sobre las bondades de cada una de las actividades desarrolladas en el grueso del conjunto de ellas. Atendiendo a estas orientaciones, los aprendizajes alcanzados por las estudiantes se evaluaron por medio de portafolios o evaluación autentica.

2.2.4. Conexiones matemáticas

Treffers (1978) establece una nueva perspectiva de matematización en un contexto educacional. Este autor distinguió entre la matematización ‘horizontal’ y la ‘vertical’; indicando que en la matematización horizontal las herramientas matemáticas se utilizan para organizar y resolver un problema de la vida diaria, mientras que la vertical, representa una gama de reorganizaciones y operaciones desarrolladas por los estudiantes dentro de la matemática misma.

Aunque esta postura no expresa explícitamente el concepto de conexión matemática, si deja claro que existe un vínculo muy estrecho entre la matemática y el mundo real, así como también entre los objetos matemáticos y de éstos con un contexto determinado. Dichos vínculos deben ser aprovechados y abordados en el entorno educativo, con el propósito de generar nuevas alternativas en el logro de aprendizajes significativos, en los cuales el proceso de modelación resulta ser un medio apropiado para dicho logro, de acuerdo con Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008), quienes indican que este proceso permite materializar relaciones matemáticas en el aula de clase.

Freudenthal (1991), adoptó la distinción de Treffers (1978) en cuanto a las dos formas de matematización, explicando que matematizar horizontalmente significa llevar las situaciones de vida cotidiana al mundo de los símbolos; y matematizar verticalmente significa actuar dentro del mundo de los símbolos., Freudenthal enfatizó en que no es fácil diferenciar estos dos mundos, ya ellos están intrínsicamente relacionados.

Freudenthal (1991) también hace énfasis en que las dos formas de matematización pueden tener lugar en todos los niveles de la actividad matemática, por ejemplo, en el nivel de las actividades de conteo pueden darse ambas formas. En este planteamiento se puede considerar la existencia de las conexiones matemáticas y la pertinencia del proceso de modelación como medio, ya que este se puede desarrollar en distintos niveles de complejidad.

Igualmente, se debe considerar que la resolución de situaciones problema realistas implica que se establezcan conexiones y se apliquen diversas herramientas matemáticas para la comprensión de los procesos, lo que incluye una fuerte *interrelación e integración de los ejes o unidades curriculares* de la matemática (Bressan, Gallego y Pérez, 2016). En este sentido el MEN (2006) plantea la coherencia horizontal y la coherencia vertical de los pensamientos matemáticos en donde se indica que en el primer caso se hace referencia a la relación que

tiene un pensamiento matemático con los otros pensamientos del mismo grado y en el segundo caso, se establece la relación dentro del mismo pensamiento en distintos grados.

La concepción establecida por el MEN (2006), es una forma distinta a la matematización horizontal y a la matematización vertical establecida por Treffers (1978) y por Freudenthal (1991), debido a que esta guarda relación con los lazos que se pueden dar entre los pensamientos matemáticos. Sin embargo, se puede considerar que la matematización, en el sentido de Freudenthal, está presente cuando se habla de pensamiento matemático. Particularmente entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio se puede hablar de matematización cuando se destaca el rol multidireccional del proceso de modelación en el establecimiento de conexiones matemáticas; de esta forma, según el MEN (1998), este proceso de modelación es un medio que vincula a la matemática con el mundo real, donde los modelos matemáticos son significativos en el avance de las tecnologías y tienen una estrecha vinculación con la resolución de problemas.

Los conceptos de Treffers (1978), Freudenthal (1991), Gallego y Pérez (2016), y el MEN (2006), plantean la necesidad de establecer relaciones de la matemática con el mundo, así como también entre objetos matemáticos. Esto hace necesario en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas poner en contexto una serie de conceptos vinculantes entre sí que, aunque sean tratados con mayor fuerza dentro de algunos ejes, pensamientos o procesos matemáticos, mantengan hilos de conexión que permitan al estudiante comprender las matemáticas como un saber holístico, intrínseco a ella y de ella con la realidad.

El MEN (2006) establece las interacciones matemáticas a través de los pensamientos matemáticos y de los procesos matemáticos, poniendo de manifiesto los hilos de conducción que se establecen entre el conocimiento empírico y el conocimiento matemático formal. De esta manera los procesos matemáticos pueden asumirse como un conjunto de acciones llevadas a cabo para desarrollar las competencias matemáticas, facilitando a la vez: la

comprensión esencial en cada uno de los pensamientos matemáticos, el establecimiento de conexiones entre ellos, el uso de estructuras matemáticas que favorezcan el aprendizaje y las construcciones personales, evidenciando o contrastando lo establecido en las concepciones teóricas con la realidad.

El MEN (2006) establece los siguientes procesos matemáticos: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Estos procesos se encuentran presentes en la actividad matemática, no son excluyentes de otros procesos y posibilitan múltiples interrelaciones entre ellos. A propósito, Godino, Batanero y Font (2003) plantea las conexiones matemáticas como un proceso que establece relaciones entre distintos objetos matemáticos resaltando la necesidad de concebirlas, tanto en un nivel particular del currículo como entre distintos niveles, en concordancia con la coherencia horizontal y vertical establecida por el MEN (2006).

Businskas (2008), plantea las conexiones matemáticas en dos sentidos. Las que se dan entre las matemáticas y el mundo real o entre las matemáticas y otras disciplinas, y las que se dan a partir de ideas que surgen dentro las mismas estructuras matemáticas, centrando su interés en estas últimas al reconocer los pocos avances que se han tenido en este terreno. Esta autora presenta un aporte significativo centrado en las conexiones que ocurren al interior de las estructuras matemáticas debido a que, se hace un análisis profundo de las relaciones que se dan entre los distintos conceptos, procesos, procedimientos y resultados que vinculan dos o más pensamientos matemáticos o dos o más procesos, identificando varias particularidades que permiten definir las conexiones involucradas.

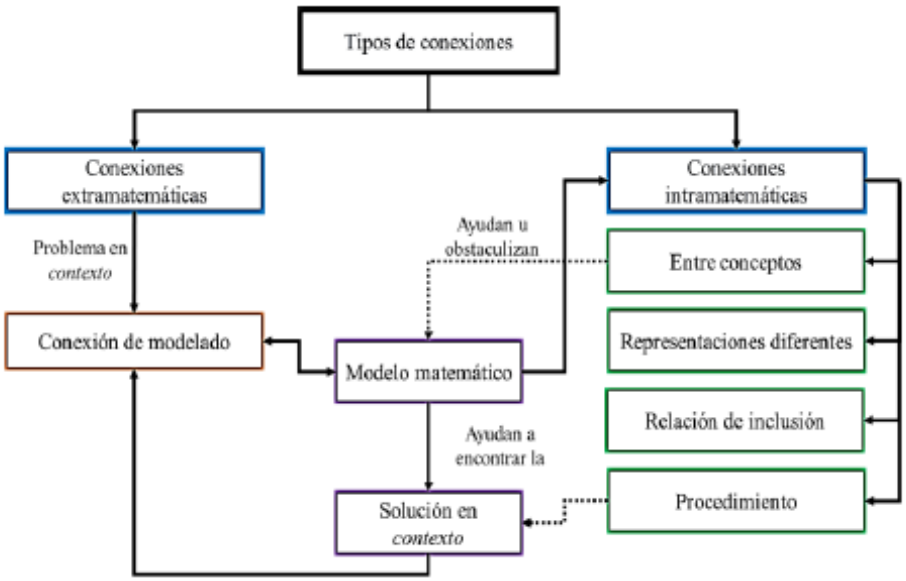
En concordancia con Businskas (2008), y para esta intervención se asumen las conexiones matemáticas, en el sentido de De Gamboa y Figueiras (2014), como redes de enlaces que facilitan la coordinación de nuevos significados, entendiendo los enlaces como vínculos

lógicos y coherentes que articulan procesos, definiciones, propiedades, técnicas y procedimientos. Estos autores definen dos tipologías principales de conexiones, las intramatemáticas y las extramatemáticas, las cuales son tomadas de referencia para esta intervención. A las conexiones que se establecen entre estructuras matemáticas, las denominan intramatemáticas y las que se establecen mediante una situación que pertenece a un contexto por fuera de las matemáticas, las denominan conexiones extramatemáticas. En el primer tipo se incluyen las relacionadas con procesos transversales (por ejemplo, heurísticas asociadas con la resolución de problemas) y de tipo conceptual de las matemáticas (representaciones, procedimientos o técnicas de un concepto), y en el segundo tipo se incluyen las conexiones que relacionan contenidos matemáticos con la vida diaria, con otras disciplinas y con modelos construidos a partir de referentes reales (De Gamboa y Figueiras, 2014). En este sentido, Flores y García (2017) se refieren a estos dos tipos principales de conexiones, reiterando que las conexiones intramatemáticas son establecidas entre "conceptos procedimientos, teoremas, argumentos y representaciones matemáticas entre sí" (p. 160) y las conexiones extramatemáticas son las que "establecen la relación de un concepto o modelo matemático con un problema en contexto (no matemático) o viceversa. Incluyen las conexiones entre contenidos matemáticos con otras disciplinas curriculares y con situaciones de la vida diaria" (p. 161).

Para las conexiones intramatemáticas y extramatemáticas existen estudios que plantean diversas tipologías (Businskas, 2008; De Gamboa y Figueiras, 2014; Flores y García, 2017). En el presente trabajo se toma la tipología de conexiones adoptada por Flores y García (2017) quienes se apoyaron en las tipologías dadas por Businskas (2008), De Gamboa y Figueiras (2014) y Evitts (2004). En la figura 15 se muestra un esquema de esta tipología de conexiones.

Figura 14.

Tipologías y categorías de las conexiones



Fuente: Flores y García (2017).

Por un lado, entre las conexiones intramatemáticas se asumen las *representaciones diferentes*, las cuales pueden ser alternas o equivalentes, donde A es una representación **alterna** de B, si ambas se representan en dos formas diferentes (verbal-algebraica, algebraica-geométrica, etc.) y A es una representación **equivalente** de B cuando dentro de una misma representación, se expresan de forma distinta.

Por ejemplo, en la figura 16, la tabla A y las gráficas B y C representan el reparto de 30 unidades de chocolate por número de personas. La tabla A constituye una representación alterna de cada una de las gráficas B y C, mientras que las gráficas B y C son representaciones equivalentes entre sí.

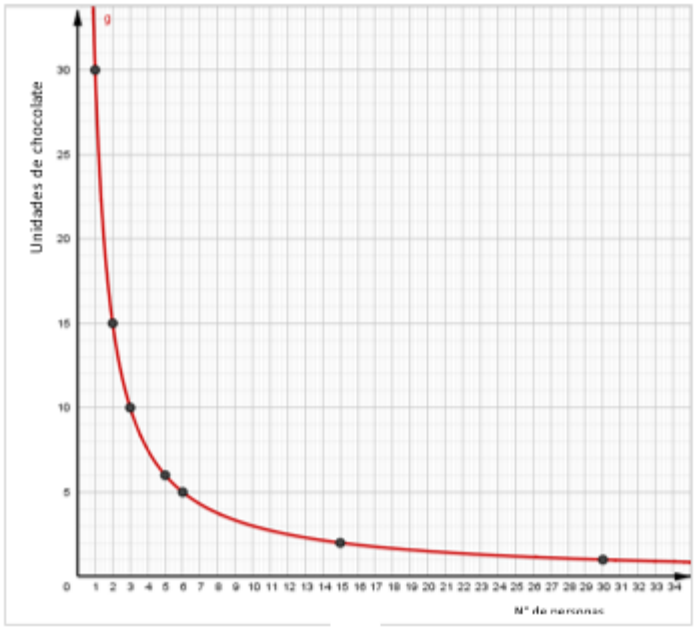
Figura 15.

Ejemplo de conexión intramatemática relacionada con representaciones diferentes

Unidades de chocolate por número de personas	
Número de personas	**Unidades de chocolate**
1	30
2	15
3	10
5	6
6	5
15	2
30	1

A

B



C

Fuente: elaboración propia

Por su parte, en las *conexiones de procedimientos,* A es un procedimiento utilizado cuando se trabaja con el objeto B; A y B están relacionados. Por ejemplo, cuando se utiliza la fórmula $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ para calcular la media aritmética de n datos.

En lo referente a la *conexión entre conceptos matemáticos,* se identifica al relacionar un concepto A con otro concepto B al momento de argumentar una respuesta ante una situación planteada o para explicar un tercer concepto La *Conexión de inclusión* se da si A y B son dos

conceptos y A está incluido en B, se dice que A y B están conectados por una inclusión; sin embargo, esta última no se aborda en este documento.

Por otro lado, para las *conexiones extramatemáticas* se reconoce el siguiente tipo de conexión: *Conexión de modelado*. Esta se presenta cuando se da una interacción entre una representación matemática y el mundo real. Concretamente cuando a partir de un problema en contexto se construye un modelo matemático para darle una solución.

En este orden de ideas las conexiones se pueden establecer entre la matemática con otras áreas del saber y entre conceptos matemáticos y la vida cotidiana. También es importante tener en cuenta el contexto escolar ya que los propósitos y los fines educacionales son parte intrínseca del entorno de los estudiantes y de las competencias que se busca desarrollar en ellos para lograr así una mejor inserción social.

Por otra parte, la importancia de la modelación en este proyecto de intervención radica en que por medio de este proceso se pueden establecer relaciones entre variables, elaborar diferentes tipos de representaciones y modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad en contextos intramatemáticos y extramatemáticos; independientemente del grado de aprendizaje y los ciclos de escolaridad en que se quiera llevar a cabo. Se considera que los subprocesos establecidos en el ciclo de la modelación resultan apropiados en este trabajo para establecer conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.

En palabras de Alsina (2009), los contenidos y los procesos se interrelacionan, se retroalimentan, y todos juntos forman el conjunto de conocimientos matemáticos. En concordancia con el concepto de modelación, como un proceso que relaciona la matemática con el mundo real, se pone de manifiesto la importancia de éste como un medio de enlace entre las ideas o percepciones que se tienen de un contexto y los distintos objetos matemáticos. Esto sugiere el interés de los sujetos en ahondar tanto en las estructuras matemáticas como en su propio entorno, alcanzando un aprendizaje significativo para su vida

y la sociedad en que se desarrolla, puesto que es una forma de representar fenómenos físicos y sociales.

2.2.5. Pensamiento matemático

El pensamiento matemático se subdivide en cinco tipos: “el numérico y sistemas numéricos; el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas métricos; el pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos” (MEN, 1998, p. 16). Estos tipos de pensamiento están interconectados entre sí. En el presente trabajo nos referimos al pensamiento numérico y sistemas numéricos como solo pensamiento numérico y al pensamiento aleatorio y sistemas de datos como solo pensamiento aleatorio.

2.2.5.1. Pensamiento.

Según Villarini (2003), el pensamiento es la capacidad que tiene el ser humano para construir una representación mental de su relación con el mundo. Se puede intuir que el ser humano está dotado de unas características biológicas que interactúan con el medio cultural. Dicha interacción guía su avance y su desarrollo en la medida que sus funciones mentales se estructuran para percibir, almacenar información, comprender y resolver problemas, y tomar decisiones que le permitan construir significados y crecer como sujeto.

En la interacción de lo biológico y lo cultural, el ser humano construye modelos y representaciones, así como conexión de ideas que lo conducen a dar respuestas mediante distintos procesos y formas de operar.

De acuerdo con la subdivisión del pensamiento matemático establecido por el (MEN, 1998) esta subdivisión no indica una separación entre saberes, por el contario busca establecer *conexión* entre ellos a través de los procesos matemáticos. En el presente trabajo buscamos conectar el *pensamiento numérico* con el *pensamiento aleatorio* usando como medio el proceso de modelación matemática.

2.2.5.2. Pensamiento numérico.

Cada número es un nudo alrededor del cual se tejen múltiples relaciones, es un elemento de una red compleja fuertemente conectada. Así, Rico (1996) establece que la representación de una estructura numérica tiene carácter sistémico y que dichos sistemas deben estar plenamente conectados para su mayor comprensión.

Por su parte, Romero (2003) considera que, un concepto se puede representar mediante distintos sistemas entre los que se expresan las estructuras numéricas, pero que debe existir una conexión entre los mismos, ya que, en algunos casos puede tener mayor claridad en uno que en el otro, facilitando el trabajo y haciéndolo más efectivo.

Por medio de los lineamientos curriculares se plantea la necesidad de la comprensión, el uso y el significado de los números y la numeración, así como también de las operaciones y las técnicas de efectuar cálculos y estimaciones (MEN, 1998). Lo anterior es bastante complejo teniendo en cuenta los distintos sistemas que conforman a los números reales y que, además se adquieren nuevos significados en la medida que se establece relación con otros sistemas, por ejemplo, el sistema métrico (MEN, 2006). El pensamiento numérico busca que el estudiante comprenda de forma general los números y las operaciones relacionadas a ellos para promover el pensamiento flexible y los juicios matemáticos, así como la habilidad para comunicar, procesar e interpretar información numérica (Murcia y Henao, 2015).

El pensamiento numérico no solo incluye el concepto de número, sino también el sentido de operacionalizar, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, las ordenes de magnitud, etc. (MEN, 1998). Para esto requiere conectarse con los demás pensamientos establecidos y una forma es el planteamiento de la coherencia horizontal y vertical entre los distintos pensamientos matemáticos por medio de los estándares.

2.2.5.3. Pensamiento aleatorio.

De acuerdo con la propuesta curricular del MEN, Murcia y Henao (2015) afirman que a través del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos se busca que los estudiantes desarrollen la curiosidad y la indagación a través de temáticas como la probabilidad y otros contenidos asociados con la estadística, mediante la construcción de modelos analíticos que den explicación a situaciones particulares de los estudiantes, con lo cual, se favorecen los procesos de pensamiento inductivo, inferencial y pensamiento divergente. El pensamiento aleatorio hace parte del pensamiento matemático y se encuentra caracterizado por tratar situaciones de azar o ambigüedad debido a que hace falta información confiable que limita la predicción segura de un evento, en este sentido, se apoya directamente en conceptos de la estadística descriptiva e inferencial (MEN, 2006).

Los tipos de pensamiento matemáticos tienen elementos conceptuales comunes que permite el diseño de situaciones conceptuales y tipos de problemas que los integre (MEN, 2006). Particularmente las situaciones de fenómenos estadísticos requieren recurrir al concepto relacionado con el pensamiento numérico. De esta forma, Rico (1996) afirma que las estructuras numéricas convencionales requieren de la acción coordinada de distintos sistemas de representación. Por tanto, la modelación es una forma de actuar, diseñar, abordar y pensar en un sistema los elementos que se hacen consistes en otros sistemas (Villa-Ochoa, Castrillón, Sánchez, 2017). Particularmente a partir de los modelos matemáticos muchas de las situaciones que son abordadas buscan respuestas en el pensamiento numérico y en el aleatorio a la vez. En ese sentido Romero (2003) plantea que, al realizar representaciones de la realidad, se describen situaciones a través de símbolos significativos que inducen al estudiante a hacer diversas representaciones como gráficos, algoritmos o sistemas creados por sí mismos.

Villa-Ochoa (2007) citando a Giordano, Weir y Fox (1997), establece que debido a que los modelos matemáticos incluyen gráficos, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales, son una herramienta útil para hacer conexiones entre los pensamientos matemáticos. En este sentido resulta pertinente usar la modelación como conexión entre los pensamientos numéricos y aleatorios ya que a partir de situaciones que incluyan información en gráficas y tablas se puedan generar planteamientos que contribuyan al desarrollo de actividades algorítmicas o bien que a partir de datos numéricos que representen situaciones del contexto social, natural o académico de los estudiantes, se puedan obtener modelaciones gráficas o esquemáticas desarrolladas con instrumentos manuales o tecnológicos.

2.2.6. El contexto en contabilidad

Como ya ha sido mencionado, la IED Magdalena desde su creación se ha caracterizado por su énfasis comercial, pero es en 1998 cuando se reglamentó el bachillerato comercial con intensificación en esta área desde el grado 6° hasta grado 11°. En el año 2012 se establece convenio con el SENA, lo cual les permite a las estudiantes adquirir una doble titulación: como bachiller comercial y como técnica en asistencia administrativa o en operaciones contables y financieras. Así las estudiantes de la IED Magdalena al llegar a nivel de educación media desarrollan competencias laborales en una de estas dos modalidades.

El proceso de formación técnica-comercial se inicia en la educación básica secundaria donde las estudiantes a manera de exploración reciben conocimientos básicos en el área comercial que está conformada por las siguientes asignaturas: contabilidad, relaciones empresariales y legislación comercial, destacando que la primera se desarrolla en el grado 7°. Al llegar a la media técnica escogen modalidad, y en convenio con el SENA, se profundizan los aprendizajes en Asistencia Administrativa o en operaciones contables y financieras. En ambas modalidades se profundizan los conocimientos en contabilidad.

En este contexto, cuando las estudiantes llegan a la media técnica, en la asignatura de contabilidad se enfrentan al manejo y elaboración de documentos comerciales y procesar cuentas por lo que requieren tener capacidad de resolver operaciones básicas, interpretar, razonar, modelar y resolver problemas. Explícitamente se establece en el diseño curricular de las dos modalidades que las estudiantes en los grados precedentes a la media técnica deben haber desarrollado competencias matemáticas en el pensamiento numérico y en el pensamiento aleatorio, entre otros. Es decir, debe existir una articulación del área de matemáticas con el área comercial y entre las asignaturas de esta última tomar con mayor profundidad la de contabilidad.

Autores como Cano (2008) afirman que "Las matemáticas son históricamente el soporte clave para el desarrollo de la contabilidad" (p.123). Esta postura resalta la visión de articular el área de matemáticas con la contabilidad en la IED Magdalena y hace necesario fortalecer las competencias básicas requeridas para que las estudiantes aborden con mayor seguridad su proceso de formación técnica y así alcancen un mayor éxito en el desarrollo de ésta y, por supuesto, un mejor desempeño al momento de poner en ejercicio sus competencias laborales o ingresar a cursar una carrera a fin en educación superior.

Es importante entonces buscar la manera para que el desarrollo de los aprendizajes alcanzados a través de los pensamientos matemáticos y los procesos matemáticos se relacionen con los aprendizajes en contabilidad. Primero, porque se puede alcanzar un avance considerable en los saberes previos necesarios y requeridos en el nivel de educación media técnica en el énfasis institucional y segundo, porque las estudiantes encontrarían un significado contextualizado en ambas asignaturas. A propósito, Cano (2008) y Canavary (2017) expresan que desarrollar modelos matemáticos permite grandes posibilidades de avance en la contabilidad, y de esta forma, sugieren relacionar la contabilidad y las

matemáticas por medio de la modelación. Esto resulta relevante para esta intervención, ya que plantea la necesidad de expresar las variables contables en términos matemáticos.

Por otro lado, Canavary (2017) señala que un modelo matemático contable es la representación en lenguaje matemático de un problema propio de la contabilidad, del cual se espera tener una solución. En este sentido son varios los modelos que han surgido, entre los que podemos mencionar: la ecuación de balance —que según Cano y Restrepo (2019) se expresa como $Y = X - AX$ los modelos matriciales, los modelos de análisis de inversiones, las cuentas por cobrar y cuentas por pagar las cuales se soportan en facturas, recibos de caja, cheques, notas débito, comprobantes entre otros y a su vez constituyen el estado de resultado de una organización que según Cevallos, Dávila y Mantilla (2015) mediante este se determina el nivel de pérdida o ganancia un período definido. Estos modelos de cierta forma brindan información sobre la situación financiera de una organización, partiendo de sumas, sustracciones y productos sencillos. Además, según el Plan Único de Cuentas PUC, que es el documento que define los tipos de cuentas de acuerdo con las normas colombianas, encontramos otros elementos del contexto de la contabilidad, como son las cuentas 1435, mediante las cuales se registran las mercancías no fabricadas o transformadas por la empresa, pero que se encuentran disponibles para ser comercializados y las cuentas 4135 que corresponde al registro del valor de los ingresos que obtiene un ente económico por la compra, venta y reparación y/o mantenimiento de productos sometidos a transformaciones.

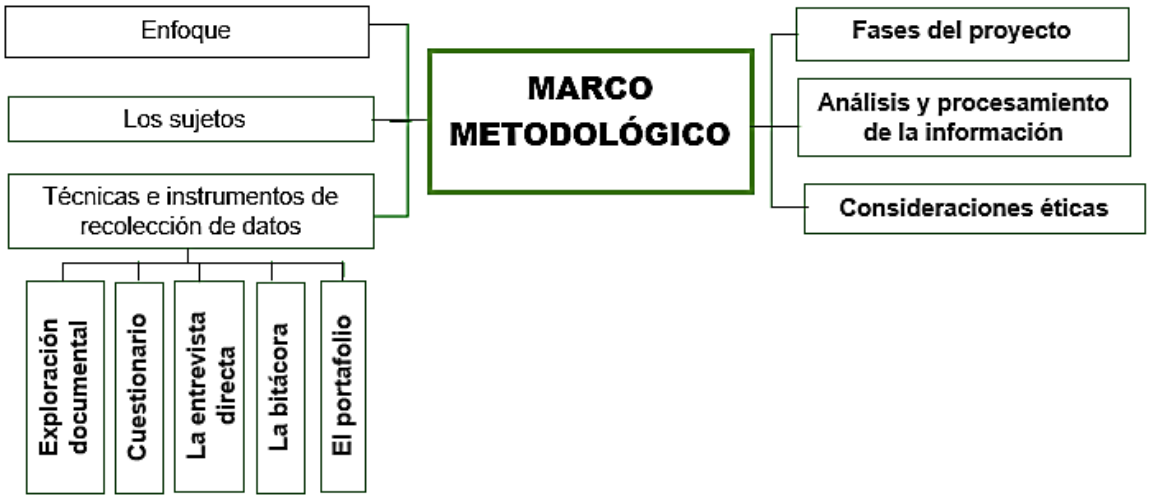
En el desarrollo de este proyecto en términos comerciales y contables se hace referencia al uso de documentos contables como facturas y recibos de caja, así como la elaboración de estados de resultados.

3. CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

A continuación, se describe en detalle los aspectos metodológicos del proyecto de intervención, como son: el enfoque, los sujetos, las técnicas e instrumentos para la recolección de datos, las fases del proyecto, el análisis y procesamiento de la información y las consideraciones éticas.

Figura 16.

Esquema del marco metodológico



Fuente: Elaboración propia

3.1.Enfoque

El diseño general de esta propuesta de intervención está orientado de acuerdo con las necesidades de los participantes, en calidad de sujetos de intervención. En este sentido Barraza (2010) indica que, en la mayoría de los casos, este tipo de propuestas de intervención debe estar orientada por un diseño cualitativo y una metodología que pueda articular la investigación con la acción. Para Hernández, Fernández y Baptista (2014) la investigación acción participativa tiene como finalidad resolver problemas cotidianos e inmediatos y mejorar prácticas concretas que se centra en aportar información que guíe la toma de decisiones para programas, procesos y reformas estructurales.

En este orden de ideas y teniendo en cuenta que se pretende intervenir en la educación matemática, brindando espacios de integración a través de la modelación para establecer conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio, la presente propuesta de intervención se enmarcó en un enfoque cualitativo de carácter participativo, abordado específicamente por la investigación acción participativa.

Algunos aspectos del enfoque cualitativo, caracterizado por Creswell (2010) y Denzin y Lincoln (2012), coinciden con la concepción de este proyecto de intervención. Por ejemplo, una característica del enfoque cualitativo que enmarcó esta intervención fue el hecho de que su desarrollo fue en un ambiente natural definido por los espacios de clases de matemáticas, interpretando los hechos de acuerdo con las personas implicadas. Otro de esos aspectos característicos de este tipo de enfoque está asociado con la presencia de un fuerte componente descriptivo al enfocarse en un proceso, más que en un resultado. En particular en esta intervención el hecho de indagar sobre conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio requiere de un componente descriptivo y especialmente centrarse en un proceso, como es el de la modelación matemática. Además, el análisis de los registros y datos de esta intervención es preponderantemente descriptivo, coincidiendo con otra de las características del enfoque cualitativo (Albert, 2007; Chárriez, 2012; Garnica, 2004).

Según Barraza (2010), una propuesta de intervención educativa requiere de una estrategia de diseño básico de indagación cualitativa que delimite el ámbito específico de la problematización. Suárez (2002) indica que, en una investigación participativa es necesario iniciar con planteamientos concretos, interesantes y sencillos; ampliando gradualmente el objeto de investigación a través de ciclos sucesivos de mayor complejidad. En este sentido el horizonte de este proceso de intervención se fijó, de acuerdo con Díaz-Barriga (2013) en la aplicación de una secuencia didáctica la cual respondió a principios derivados de una estructura didáctica y de una visión que permitió la generación de procesos basados en el

aprendizaje, el trabajo por situaciones realistas y el reconocimiento de la existencia de nuevos procesos intelectuales y de la variada complejidad de estos.

Atendiendo a las concepciones establecidas sobre modelación, conexiones matemáticas y pensamiento matemático, se buscó producir cambios significativos en el aprendizaje de las matemáticas que tiene la población a intervenir. Para ello, el desarrollo de la secuencia didáctica se centró en tareas de modelación que partieron de un enunciado verbal realista de un contexto próximo a las estudiantes. Esto permitió explorar, interpretar, argumentar, definir estrategias, interconectar líneas de pensamiento matemático, y graduar los procesos que conducen a un análisis y validación de un resultado teórico en concordancia de un suceso real.

3.2.Los sujetos

La propuesta tuvo su origen en el contexto de la IED Magdalena y estuvo dirigida a estudiantes de séptimo grado de esta institución. Se tuvo en cuenta que las estudiantes fueran parte activa durante el proceso de intervención, aprovechando todos los espacios y posibilidades de interacción que ofrece la modelación matemática. En este sentido, a partir de un muestreo por conveniencia para la intervención, se seleccionaron 11 estudiantes, debido a que la emergencia sanitaria por el COVID-19 exigió unas condiciones de comunicación no presencial para el desarrollo de las clases. Algunos padres de familia que se interesaron en que sus acudidas participaran en el desarrollo del proyecto declinaron en su intención por el hecho de carecer de las de herramientas tecnológicas requeridas para llevar a cabo adecuadamente la intervención.

3.3.Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En un enfoque cualitativo “los datos que interesan son conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, emociones, interacciones, pensamientos y vivencias manifestadas en el lenguaje de los participantes” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 397). Por tal razón

su proceso de recolección de dichos datos es esencial, tal como lo es el hecho de que se lleve a cabo en el ambiente natural de los participantes. En este sentido, el papel del interventor fue el de planear, organizar, definir los medios, recoger y analizar la información. Atendiendo a que la intervención incluye algunos procesos de investigación y de acuerdo con la naturaleza cualitativa de esta intervención se seleccionaron como técnicas e instrumentos para la recolección de datos: la exploración documental, un cuestionario, la entrevista, la bitácora y el portafolio.

3.3.1. Exploración documental

En las investigaciones cualitativas, los documentos resultan una fuente valiosa de información, ya que, permiten comprender el fenómeno principal de estudio (Hernández, Fernández y Batista, 2014) En esta intervención se abordó una exploración documental en la IED Magdalena con el propósito de identificar elementos que puedan aportar sobre el estado del desarrollo curricular del pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en relación con el proceso de modelación matemática, de acuerdo con lo establecido por el MEN (2006). Además, se exploró aspectos que se relacionan con el contexto de contabilidad de la IED Magdalena.

En este sentido, se hizo una revisión de los siguientes documentos:

- El Proyecto Educativo Institucional.
- El plan de estudio de la institución.
- El plan de área de matemáticas.
- El plan de aula de matemáticas.
- Algunas actas de reunión del área de matemáticas.
- Los resultados del cuatrienio (2012-2017) de las pruebas externas (pruebas saber de tercero, quinto, noveno y undécimo grado)..

3.3.2. Cuestionario

El cuestionario es un instrumento cuya finalidad es obtener información de manera sistemática y se caracteriza por un conjunto de preguntas, las cuales, pueden ser abiertas o cerradas y los datos a obtener se pueden relacionar con hechos, opiniones, actitudes, motivaciones, sentimientos o niveles de conocimientos. Debido a sus características, es posible utilizarlo para investigaciones y para evaluación de procesos, personas y programas de formación. De igual forma, debido a su versatilidad los datos recolectados pueden ser de carácter cuantitativos o cualitativos y el proceso puede ser impersonal, permitiendo consultar de forma rápida una mayor población en menor tiempo (García. 2003).

Para esta investigación se utilizó un cuestionario que se constituye como una prueba de caracterización, compuesta por 15 preguntas cerradas, de selección múltiple con única respuesta, la cual tuvo como propósito determinar el nivel de conocimiento de las estudiantes respecto a la temática de interés.

3.3.3. La entrevista directa

La entrevista es una reunión que tiene como objetivo el intercambio de información entre dos o más personas a partir de una conversación, donde una persona cumple un rol de entrevistador, mientras que otro u otros son los entrevistados (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). La entrevista puede ser clasificada en tres tipos: estructurada, semiestructurada y abierta. En la primera, el entrevistador orienta la entrevista a partir de una guía de preguntas específicas las cuales enuncia en un orden establecido. La segunda, responde a una guía de temas y preguntas, sin embargo, a medida que avanza el encuentro, se pueden introducir preguntas para hacer precisiones. Finalmente, en la tercera el entrevistador goza de toda la flexibilidad para manejarla.

Para esta intervención se utilizó una entrevista semiestructurada, con la cual se precisó sobre la articulación entre el área de matemáticas y el área técnica (específicamente la

asignatura de contabilidad). La entrevista fue dirigida a un docente instructor del SENA, así como a padres de familia y estudiantes participantes.

3.3.4. La bitácora

Para evaluar el aprendizaje, es necesario que se tenga una visión global del mismo, por lo cual, se deben emplear instrumentos que permitan describir de forma detallada cada etapa del proceso. Partiendo de esta necesidad, surge la bitácora para el seguimiento, evaluación y retroalimentación de los estudiantes (Barrios, Ruiz y González, 2012).

La bitácora es definida como una herramienta de comunicación con los estudiantes, la cual, resulta un complemento a las actividades realizadas y se constituye como soporte de las mismas. Esta se caracteriza por su enfoque a los procesos y el desarrollo de conocimientos, además, muestra la realidad a través de la descripción de las prácticas y las actividades, por otro lado, se utilizan de forma sistemática partiendo de las necesidades de la formación y tiene un carácter informativo, pues lo plasmado en ellas corresponden a evidencias que tienen significado para el docente y los estudiantes (Barrios, Ruiz y González, 2012).

De esta forma, en la presente intervención la bitácora se empleó para documentar cada una de las sesiones de intervención, identificando en el proceso el alcance de cada actividad y las fortalezas y debilidades de las estudiantes en cada una de ellas.

3.3.5. El portafolio

El portafolio es una "técnica de evaluación compleja que enriquece la organización, la estructuración y la elección de indicadores evaluativos y conduce al estudiante a controlar su propio aprendizaje a lo largo de un proceso" (Barragán, 2005, p. 130). En esta intervención se tomó el portafolio como medio de evaluación, ya que, la secuencia didáctica partió de, situaciones sencillas hasta la más compleja. Se pretendió que las estudiantes fueran protagonistas en el análisis de su propio aprendizaje y desarrollo. Además, esta técnica

evaluativa facilitó la evaluación a lo largo del proceso, considerando: la evaluación formativa, autoevaluación, coevaluación, y heteroevaluación. En el proceso de evaluación, las estudiantes seleccionaron evidencias de las actividades que desarrollaron en clase, extra clase, actividades virtuales, actividades en forma manual y mediante software matemático. Periódicamente en conjunto se hizo un análisis de estas evidencias y de los avances que se tuvieron.

3.4. Fases del proyecto

El presente proyecto de intervención estuvo estructurado a partir de cuatro (4) fases. La primera consistió en el estudio preliminar o diagnóstico sobre el que se soporta el proyecto. La segunda fase correspondió al diseño de una propuesta de intervención, es decir, se diseñaron un conjunto de actividades con una intención didáctica, las cuales se estructuraron a partir de una secuencia didáctica constituidas por siete (7) actividades, algunas de las cuales se desarrollaron en una o más sesiones. Debido a la emergencia ocasionada por el COVID-19, las actividades o sesiones se adaptaron a una guía de aprendizaje estructurada de acuerdo con las orientaciones del MEN para el desarrollo de aprendizajes en modalidad remota atendiendo a las exigencias de esta modalidad y a las directrices de la IED Magdalena; incluso sustituyendo algunas de dichas actividades por otras que se acoplaran mejor a esta modalidad. La tercera fase hizo referencia a la implementación de las actividades y, por último, la cuarta fase se trató de la valoración de la propuesta de intervención, desde la perspectiva de los participantes involucrados. La tabla 2 detalla cada una de estas fases, mostrando su descripción, la relación con los objetivos específicos, los participantes, las técnicas e instrumentos utilizados y los productos alcanzados.

Tabla 2.

Fases del proyecto de intervención

Fase del proyecto	**Descripción**	**Objetivo**	**Participantes**	**Técnicas e instrumentos**	**Productos**
Estudio preliminar	Se recolectaron datos que permitieron determinar un diagnóstico sobre un estado inicial de las conexiones entre pensamiento numérico y aleatorio que realizan las estudiantes.	Identificar un estado preliminar del establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio que realizan las estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena.	Estudiantes de grado 7° Docentes de matemáticas y del área comercial. Interventor	Exploración documental. Observación Entrevista semiestructurada Prueba de caracterización	Diagnóstico sobre un estado inicial de las conexiones que establecen las estudiantes entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.
Diseño de la propuesta de intervención	Se diseñó una secuencia didáctica que favoreciera el establecimiento de conexiones matemáticas a través de la modelación matemática que orientó la intervención.	Diseñar una propuesta de intervención que facilite el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena, mediadas por la modelación matemática en un contexto de contabilidad.	Interventor	N/A	Secuencia didáctica Guía de aprendizaje

Implementación de la propuesta	En esta fase se implementó la secuencia didáctica propuesta, la cual se basó en el establecimiento de conexiones matemáticas a través de cada uno de los subprocesos de modelación matemática.	Implementar una propuesta de intervención que facilite el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en estudiantes de séptimo grado en el contexto contable de la IED Magdalena, mediadas por la modelación matemática en un contexto de contabilidad.	Interventor Estudiantes de grado 7°	Bitácora Observación	Tabla de resumen sobre conexiones entre el pensamiento aleatorio y pensamiento numérico en cada uno de los subprocesos de la modelación matemática.
Valoración de la propuesta de intervención	A partir de esta fase se evaluó el impacto de las tareas de modelación matemática en la conexión del pensamiento numérico y pensamiento aleatorio.	Valorar la propuesta de intervención en las estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena.	Interventor Estudiantes de grado 7°	Portafolio Observación	Esquema de valoración del proceso de intervención.

Fuente: Elaboración propia

3.5.Análisis y procesamiento de la información

Teniendo en cuenta el enfoque metodológico de la intervención, los datos recolectados son de carácter cualitativo, cuyos resultados se presentan en el capítulo 4, y en su mayoría fueron analizados con el software ATLAS.ti 9, debido a que este facilita la organización de este tipo de información y otros datos se analizaron con el aplicativo de Excel, destacando los aspectos relevantes que se asocian con las categorías de la intervención. Se hizo un análisis descriptivo de la entrevista realizada a la docente del área comercial y se utilizó el software mencionado para apoyar la descripción del rendimiento de las estudiantes en la prueba de caracterización, respecto a las categorías de modelación y conexiones matemáticas, lo anterior a partir del análisis de redes proporcionadas por el software.

Igualmente, mediante ATLAS.ti se analizó la información recolectada en la bitácora describiendo así las generalidades de cada una de las actividades realizadas y producto de esta información se especificaron las relaciones entre los subprocesos de modelación y el tipo de conexión que se posibilitó mediante el mismo. De igual forma, se reportaron las conexiones establecidas entre el pensamiento numérico y el aleatorio. Finalmente, se realizó un proceso de evaluación a partir del portafolio, para la cual se usó una rúbrica de evaluación (Anexo 3). Cabe resaltar que, la evaluación se hizo desde dos perspectivas: la primera es la valoración del desempeño de las estudiantes por parte del docente interventor y la segunda, la autoevaluación que las estudiantes hacen de su proceso.

Cabe resaltar que, en la evaluación de la intervención se hace una comparación del rendimiento de las estudiantes en la prueba de caracterización y el desempeño de éstas en las actividades realizadas. Además, se pretende identificar la percepción de estudiantes y padres de familia sobre el proyecto de intervención a través de un conversatorio.

3.6. Consideraciones éticas

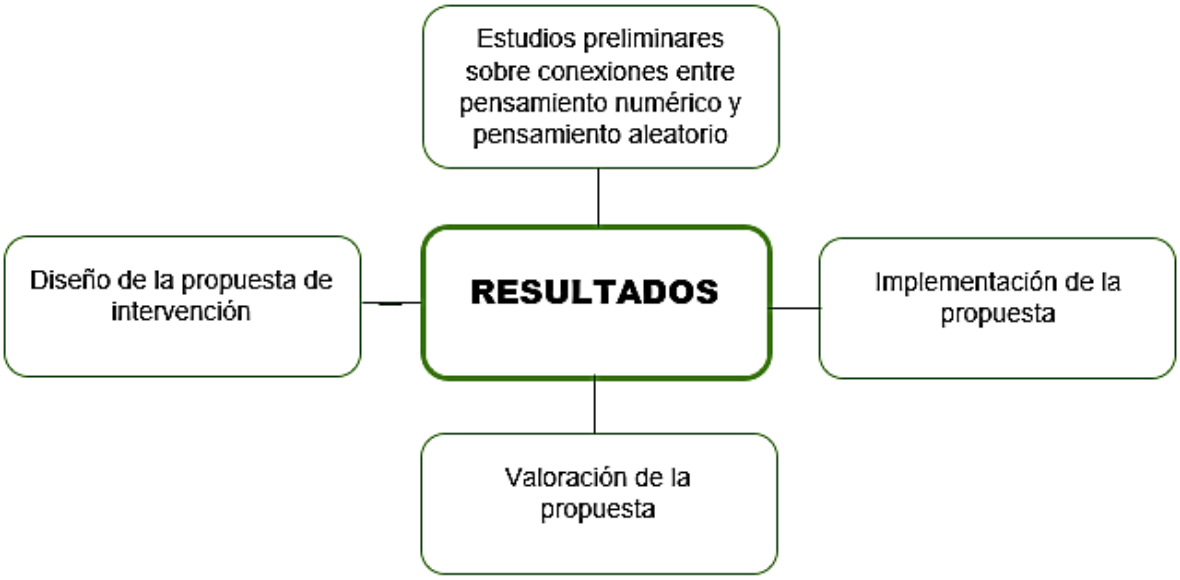
El proceso de intervención fue guiado de acuerdo con el reglamento interno (convivencial y académico) de la IED Magdalena y los lineamientos establecidos por la Universidad del Magdalena. Teniendo en cuenta que en la intervención participaron menores de edad, cada una de ellas contó con los consentimientos informados de sus padres, de acuerdo con las normas legales vigentes (ver anexo 4). Los documentos derivados del proceso fueron usados únicamente para los objetivos de la intervención, así como la información recolectada, proveniente de distintos actores del proceso. Se inició la intervención solo cuando entre las dos instituciones, la IED Magdalena y la Universidad del Magdalena surtieron los trámites pertinentes para la ejecución del mismo (anexo 5).

4. CAPÍTULO IV. RESULTADOS, ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Los resultados obtenidos a partir del proceso de intervención son descritos en este capítulo, en este sentido: se presenta una descripción de los resultados obtenidos en cada una de las fases del proyecto y a su vez, se discuten los mismos con base en la teoría que sustenta el proyecto. La figura 18 representa la estructura de la presentación de los resultados del proyecto de intervención.

Figura 17.

Estructura de la presentación de los resultados del proyecto de intervención



Fuente: elaboración propia

4.1. Estudio preliminar sobre conexiones entre pensamiento numérico y aleatorio

La primera fase del proyecto de intervención tuvo por objetivo identificar un estado preliminar de las conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio que realizan las estudiantes de séptimo grado de la IED Magdalena. Para esto, se elaboró un diagnóstico que se estableció con los resultados de tres acciones de indagación, el cual sirvió como insumo para configurar el problema de intervención. La primera acción fue una

exploración documental en la IED Magdalena, la segunda fue una entrevista semiestructurada a una docente del área comercial y la tercera fue una prueba de caracterización realizada a las estudiantes de grado 7°.

La exploración documental arrojó como resultados que, en la IED Magdalena, el plan curricular del área de matemáticas se organiza por contenidos, los cuales se desarrollan mediante clases magistrales, limitando, en gran medida el empleo intencionado de los procesos matemáticos para el establecimiento de conexiones intramatemáticas, particularmente entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio, así como también de conexiones extramatemáticas. Esto afecta la articulación entre esta disciplina y el área comercial, cuyos aprendizajes se desarrollan en convenio con el SENA, entidad que certifica a las estudiantes como técnicas en operaciones contables y financieras o en asistencia administrativa. Esta falta de articulación ocasiona que, cuando las estudiantes llegan a la media técnica se les dificulte comprender y elaborar modelos contables y financieros, así como organizar datos adecuadamente.

Con respecto a la entrevista de una docente del área comercial, se escogió a una profesora instructora del SENA, por ser la que tiene a su cargo la asignatura de contabilidad en el nivel de educación media. A partir del análisis de la entrevista a la docente de contabilidad se encontraron varias afirmaciones que dan cuenta de la relación entre las matemáticas y el contexto de contabilidad, como también del estado de la formación matemática de las estudiantes cuando ingresan al programa de formación técnica. Inicialmente se encontró que la docente resaltó el hecho de que los modelos contables y los matemáticos se relacionan en el sentido que permiten representar de forma simplificada las relaciones entre dos o más variables, como se evidencia en el siguiente fragmento (F6) de la entrevista (ver anexo 6).

F6 Interventor: *¿Encuentra usted alguna relación entre los modelos matemáticos y los modelos contables?*

Docente de

Contabilidad: *Totalmente, se relacionan en el sentido de que ambos permiten representar de forma simplificada y a través de funciones las relaciones entre dos o más variables. Por ejemplo, en la contabilidad prácticamente estos modelos matemáticos se convierten en herramientas para analizar y comprender la información, para tomar decisiones pertinentes y confiables, aclarando que no solo se toman decisiones económicas, sino, también decisiones sociales que son responsabilidades sociales de la contabilidad, donde se tiene en cuenta el contexto donde se desarrolla la empresa como ente económico*

(Entrevista docente, F6).

Con la entrevista a la docente se evidenció que son muy pocas las estudiantes que tienen los conocimientos básicos para expresar una situación de la vida real por medio de un modelo matemático, como se expone en el fragmento 10 de la entrevista. De igual manera, en el discurso de la docente se encontró que entre las debilidades principales de las estudiantes en su asignatura está el manejo y escritura de cifras y el uso de porcentajes; lo cual, según la docente, ha conducido a que en los programas técnicos los formadores deban tomar un espacio para explicarle a las estudiantes estos temas. Sin embargo, la docente manifestó que estos conocimientos deberían ser adquiridos en los primeros grados de formación en la educación básica secundaria. A continuación, se presenta el fragmento de la entrevista a la docente.

F10 Interventor: *¿Las estudiantes al llegar a la media técnica, pueden expresar una situación de la vida real por medio de un modelo matemático?*

Docente de

Contabilidad: *Los conocimientos que se requieren al ingresar a la media técnica son los conocimientos básicos que les permite la comprensión de la información. Estos conocimientos se convierten en herramientas fundamentales del procesamiento de la información. Por ejemplo, de cálculo de variaciones y de estado financiero son conocimientos básicos, pero son muy pocas las estudiantes que los manejan, cuando inician el grado décimo. Lo que hacemos es que durante el proceso se los reforzamos, pero hay que recordar que la articulación implica que la formación no está a cargo 100% del SENA, pues un 40% le corresponde al SENA y un 60% a la institución y en este no sé qué pasa; o sea, en séptimo, octavo y noveno, digamos que ahí, es donde adquieren los conocimientos y por eso cuando lleguen a los grados décimo y undécimo están en la capacidad de continuar, pero no a todas las estudiantes se les facilita porque no todas vienen con este conocimiento*

(Entrevista docente, F10).

De igual manera, en el siguiente fragmento de la entrevista, se halló que algunas estudiantes no comprenden fácilmente la información que se les presenta en un modelo contable o matemático.

F12 Interventor: *¿Considera usted que cuando las estudiantes llegan a la media técnica, comprenden fácilmente la información que se les presenta en un modelo contable o un modelo matemático?*

Docente de

Contabilidad: *Creo que en esto no es conveniente generalizar, algunos estudiantes llegan a la técnica con los conocimientos básicos que le*

> *mencionaba, lo que le permite la comprensión, pero otros llegan con deficiencias y eso hay que replantearlo con la institución para fortalecer en los primeros grados de la básica secundaria, para mejorar su desempeño.*
>
> (Entrevista docente, F12).

En este sentido, la entrevista a la docente permitió evidenciar que existen unas dificultades en la formación matemática de las estudiantes en los grados precedentes a la educación media técnica y que para que el proceso de formación se lleve a cabo adecuadamente, es necesario atender estas necesidades en estos grados de la educación básica secundaria, propendiendo por la articulación de los contenidos curriculares de cada nivel educativo.

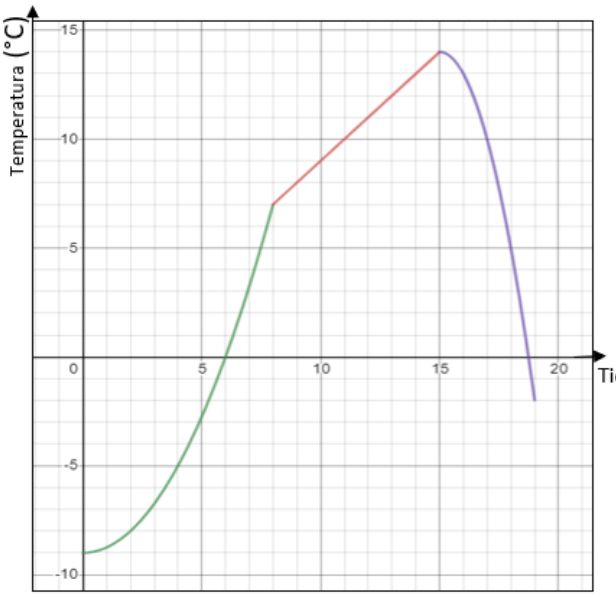
Por otra parte, la prueba de caracterización estuvo compuesta por 15 preguntas cerradas, de las cuales, 12 evalúan el desempeño de las estudiantes en los procesos de modelación y en la realización de conexiones matemáticas y 3 evalúan la percepción de las estudiantes respecto a este tipo de pruebas (Ver anexo 1).

Por ejemplo, las preguntas de la N°6 a la N° 10, se plantean mediante un enunciado verbal complementado por medio de un modelo gráfico con el propósito de indagar acerca de las capacidades de los estudiantes para analizar un sistema matemático y relacionarlo con las vivencias de algunas personas. Particularmente el ítem N° 7 se planteó de la siguiente forma:

Las preguntas 6 a 10 se responden con base en la siguiente situación

La fundación ambiental **"Por la Sierra de Santa Marta"** para el año 2020 patrocinará la participación de 10 estudiantes samarios en el evento "Disney on ice, cien años de magia en Madrid" que se celebrará a mediados de julio en Madrid, la capital de España. Los aspirantes deben reunir dos requisitos importantes: tener entre 11 y 14 años de edad y destacarse por su cultura ambiental.

En la convocatoria hecha por la fundación, se destacan algunos aspectos del continente europeo entre los que se indica que este continente cada año experimenta cambios climáticos bruscos de acuerdo con las estaciones, indicando de forma específica que en Madrid un día de la primavera del año 2019, entre la hora cero (12:00 de la noche) y las diecinueve horas (07:00 p.m.) del mismo día, se registraron cambios de temperatura; según se muestra en el siguiente gráfico.



7. El registro más alto de temperatura se dio a las:

A. 12:00 a.m.

B. 07:00 a.m.

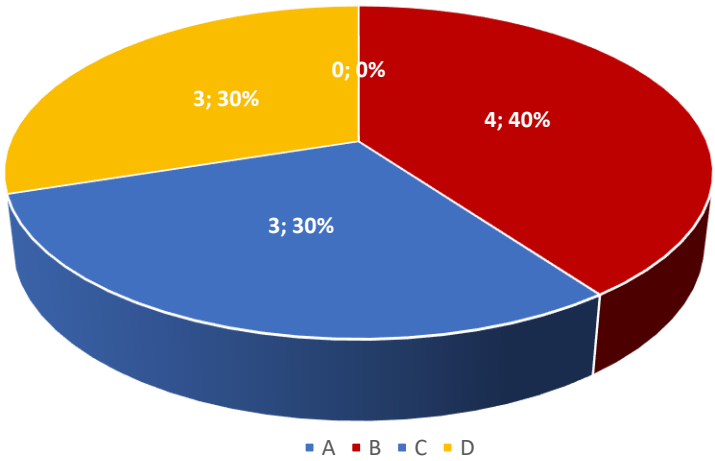
C. 03:00 p.m.

D. 02:00 p.m.

En este ítem el porcentaje de respuestas de acuerdo con las opciones A, B, C y D. se indica en la siguiente gráfica:

Figura 18.

Resultados de la pregunta N°7 en la prueba de caracterización

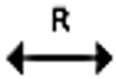


Fuente: elaboración propia

A continuación, se describen los resultados obtenidos en la prueba de caracterización, cuyo análisis de las respuestas de las estudiantes se hizo en términos de respuestas correctas, por lo cual, se presentan los esquemas obtenidos a través de ATLAS.ti, teniendo en cuenta la siguiente notación:

Tabla 3.
Descripción de símbolos en los esquemas generados con ATLAS.ti para la prueba de caracterización

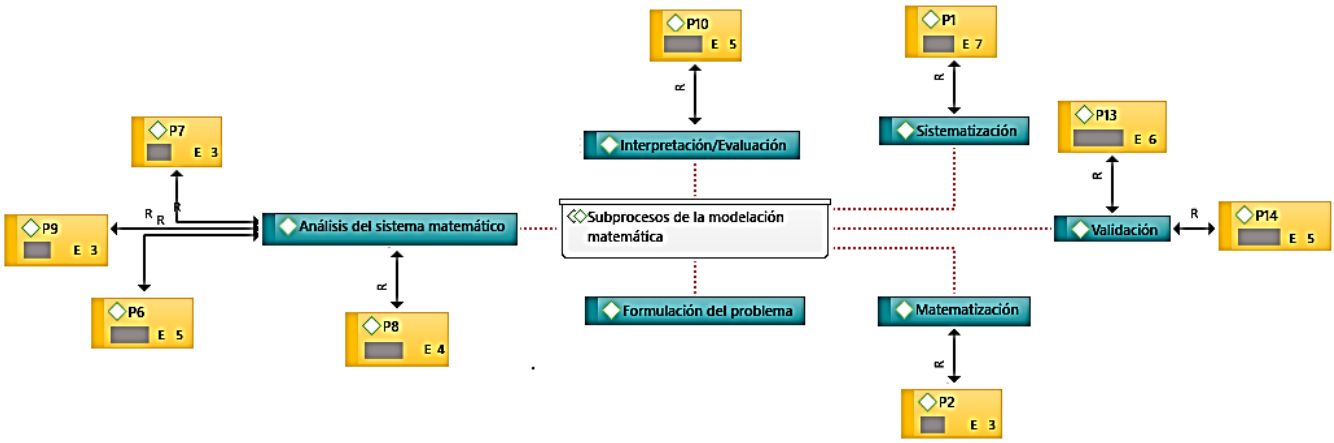
Símbolo	Tipo	Descripción
	Grupos de códigos	Categoría genérica que agrupa una o más subcategorías de la actividad analizada. En este caso corresponde a: Subprocesos de modelación matemática, conexiones intramatemáticas y conexiones extramatemáticas
	Códigos	Subcategoría. En este caso corresponde cada subproceso de modelación, los tipos de conexiones intramatemáticas y los tipos de conexiones extramatemáticas. Igualmente, representa los tipos de preguntas realizadas en la prueba de caracterización.
	Códigos	Los códigos en la caja de color azul representan aquellas subcategorías asociadas a las categorías de la actividad analizada, es decir, los tipos de subprocesos de modelación, tipos de conexiones intramatemáticas y tipos de conexiones extramatemáticas.
	Códigos	Los códigos en la caja amarrilla corresponden a las preguntas (P_1, P_2, … P_{15}) de la prueba de caracterización.

	Frecuencia	Corresponde a la cantidad n de estudiantes que respondió acertadamente la pregunta.
	Vínculo	Indica la relación entre la pregunta y la subcategoría.
	Vínculo	Indica la relación entre la categoría genérica y la subcategoría. En este caso relacionas la categoría subprocesos de maderación matemática con cada subproceso especifico y la categoría conexiones intramatemáticas y conexiones extramatemáticas con los tipos de conexiones especificas correspondientes.

Fuente: Elaboración propia basado en el software ATLAS.ti

Figura 19.

Desempeño de las estudiantes en los subprocesos de modelación matemática durante la prueba de caracterización.



Fuente: elaboración propia mediante software ATLAS.ti.

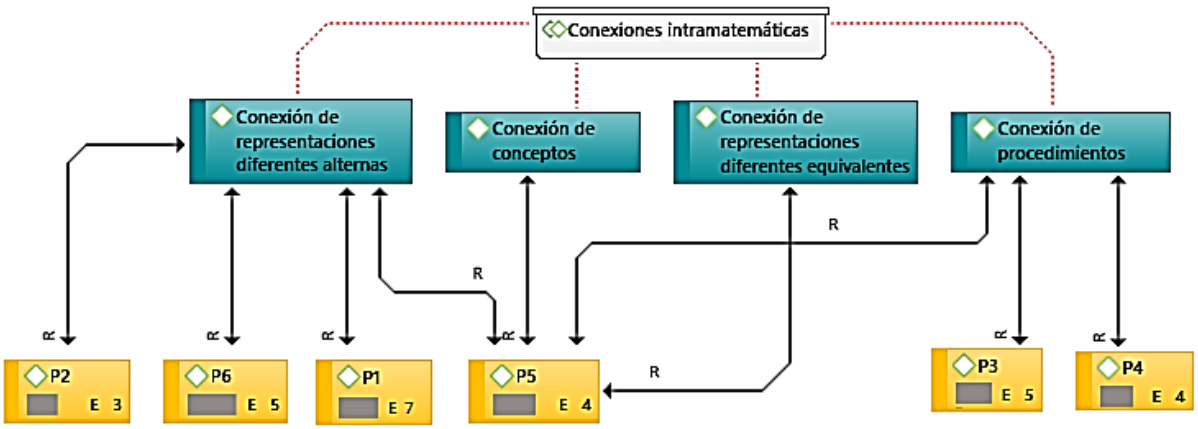
En la figura 20 se presenta una relación del desempeño de las estudiantes en cada uno de los subprocesos de modelación matemática, De acuerdo con la figura 20 se encontró que, en la mayoría de las preguntas relacionadas con la interpretación o evaluación del modelo, 45% de las estudiantes respondieron acertadamente. En cuanto a la matematización, valorada con una pregunta se evidenció que solo el 27% de las estudiantes respondieron correctamente; por

su parte, en la sistematización y validación del modelo es donde se evidencia un mejor desempeño de las estudiantes, ya que, aproximadamente el 50% de ellas respondió acertadamente.

Con respecto a las conexiones intramatemáticas; los resultados se presentan a continuación en la figura 21.

Figura 20.

Identificación de conexiones intramatemáticas en las estudiantes



Fuente: elaboración propia mediante software ATLAS.ti.

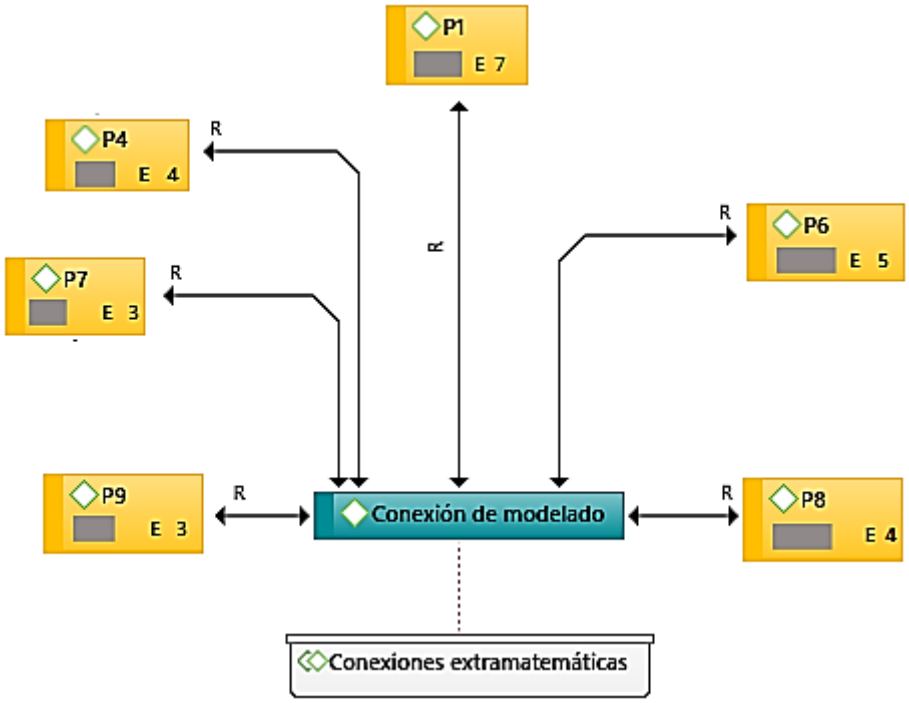
En los resultados de la prueba de caracterización se encontró que aproximadamente el 57% de las estudiantes no logró establecer conexiones del tipo de *representaciones diferentes alternas*, es decir que, tuvieron dificultades al relacionar la información contenida en una tabla, y a la vez en una gráfica, así como en la extracción de información a partir de éstas. Con relación a la *conexión de conceptos* se evidenció que más del 63% de las estudiantes no establecieron adecuadamente este tipo de conexiones; por su parte, en la conexión de *representaciones diferentes equivalentes* se observó que el 63% de las estudiantes no relacionan una misma información cuando se representa de dos formas diferentes.

Finalmente, las conexiones de *procedimientos* más del 60% no las realizó, es decir que, no se logra utilizar adecuadamente los procedimientos matemáticos para dar respuesta a una situación particular.

En cuanto a la conexión extramatemática, ésta fue evaluada mediante seis (6) preguntas, las cuales, permitieron abordar específicamente la conexión de *modelado* (figura 22).

Figura 21.

Identificación de conexión extramatemática en las estudiantes



Fuente: elaboración propia con ATLAS.ti

En la figura 22, se muestra que en la mayoría de las preguntas que evaluaron la conexión extramatemática, menos del 40% de las estudiantes respondió adecuadamente. Esto sugiere que pocas estudiantes logran relacionar conceptos o modelos con una situación en un contexto no matemático específico y viceversa.

4.2. Diseño de la propuesta de intervención

Con los resultados obtenidos en el diagnóstico y con el fin de dar alcance al segundo objetivo planteado en el presente proyecto, se diseñó una propuesta de intervención que consistió en una secuencia didáctica basada en la modelación matemática (ver anexo 7) y organizada bajo una ruta de aprendizaje. La secuencia didáctica estuvo compuesta inicialmente por siete (7) actividades, las cuales estuvieron orientadas por una ruta de aprendizaje que se expone en la tabla 3. Teniendo en cuenta la emergencia sanitaria ocasionada por el COVID-19 se hizo necesario adaptar las actividades contenidas en la secuencia a una guía didáctica ajustada a la silueta propuesta por el MEN (anexo 8) Es importante mencionar que la actividad propuesta en la semana uno, denominada la *Oca cartesiana* no se pudo llevar a cabo por razones de la emergencia sanitaria decretada por la pandemia de COVID-19. Esta actividad, que consiste en un juego de fichas, dados y tableros, requiere manipulación de material concreto y, por tanto, estudiantes en presencialidad. En consecuencia, fue remplazada por la actividad *ayudando en la cafetería* cumpliendo con el mismo propósito y con la ventaja de que se pudo realizar en forma remota. Finalmente se estructuró la secuencia didáctica en ocho (8) actividades (anexo 5).

Tabla 4.

Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica

RUTA DE APRENDIZAJE				
Semana N°	**Pregunta**	**Ideas claves**	**Indicador de desempeño**	**Actividades de aprendizaje**
1	¿Ganar en el juego de la Oca cartesiana depende del azar o de los conocimientos adquiridos?	- En el plano cartesiano se ubican parejas ordenadas. - Cada pareja ordenada tiene dos componentes la abscisa y la ordenada. - Cada componente tiene un significado en la pareja.	- Explica oralmente el significado de una pareja ordenada. - Realiza actividades con material concreto de acuerdo con instrucciones dadas. - Representa correctamente un punto en el plano cartesiano - Explica lo que ocurre si se cambia el orden de una pareja ordenada.	- Comprensión de las instrucciones del juego de la Oca cartesiana. - Interacción entre estudiantes, y entre estudiantes con el docente. - Reflexiones acerca de la pregunta y los argumentos de sus compañeros.
2	¿Cómo representar variaciones de los costos, los ingresos y la utilidad producida por cierto número de cajas de chocolate vendidas?	- La modelación de magnitudes relacionadas puede darse por medio de tablas y distintas gráficas. - La modelación de la proporcionalidad directa se determina por una recta que pasa por el origen. - La proporcionalidad directa establece cambios iguales en las variables relacionadas. - A partir de los modelos de la proporcionalidad directa se pueden establecer situaciones aditivas y multiplicativas.	- Establece la relación entre magnitudes directamente relacionadas - Relaciona modelos tabulares y gráficos. - Encuentra regularidades entre los datos dados y resultados obtenidos de la actividad concreta. - Plantea hipótesis a partir de los datos dados y los resultados obtenidos.	- Deducciones a partir de datos iniciales, sustentando sus resultados a través de operaciones básicas y en forma oral. - Planteamiento de situaciones realistas que faciliten reconocer características de proporcionalidad y predecir resultados en eventos futuros y de otros contextos. - Modelación de situaciones realistas a través de

				representaciones tabulares y gráficas.
3	¿Cómo cambia el reparto de la utilidad obtenida si se aumenta el número de beneficiados de la misma?	- En la proporcionalidad inversa cuando una variable aumenta la otra disminuye. - Si una variable se multiplica, la otra se divide por la misma cantidad. - Una proporción inversa se modela mediante una curva que se acerca progresivamente a los ejes coordenados, pero nunca los toca. - La constante de proporcionalidad inversa es un valor único que se obtiene al multiplicar cualquier par de datos.	- Reconoce las características de dos magnitudes que varía inversamente. - Deduce la constante de proporcionalidad a partir de datos relacionados. - Explica las características de la proporcionalidad inversa. - Resuelve problemas a partir de tablas y gráficas.	- Deducción de las características de la proporcionalidad inversa partir del planteamiento del cambio de reparto de utilidades cuando aumenta el número de beneficiarios. - Identificación de diferentes variaciones de la proporcionalidad en problemas planteados al estudiante. - Discusiones entre las estudiantes relacionadas con la proporcionalidad inversa.

4	¿Qué hace que varíen otros aspectos en la utilidad obtenida por la venta de productos?	- No siempre que dos variables aumenten, hay proporcionalidad directa. - No siempre que una variable aumenta y la otra disminuye, hay proporcionalidad inversa.	- Comprende la actividad concreta de lo que ocurre al hacer un reparto cuando se producen variaciones en alguna de las magnitudes relacionadas. - Modela gráficamente situaciones de variación de magnitudes, usando un software matemático, comprendiendo y argumentado sobre dichos modelos. - Explica sus acciones de modelación matemática a través del modelo realizado.	- Síntesis a través de tablas de los resultados obtenidos de los costos, los ingresos y las utilidades por la venta de chocolates durante los meses de febrero, marzo y abril por el grupo de apoyo de la IED Magdalena al asilo Sagrado Corazón de Santa Marta. - Argumentaciones sobre el ciclo de modelación y cada uno de los subprocesos desarrollados para obtener un modelo.
5.	**Evaluación**	- Aplicación de la proporcionalidad directa e inversa.	- Caracteriza la proporcionalidad directa e inversa - Argumenta sus procedimientos para resolver situaciones de proporcionalidad. - Analiza propiedades y tendencias de correlación. - Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa pertenecientes a distintos contextos. - Explica el ciclo de modelación matemática a través de del modelo realizado	- Análisis del avance de los estudiantes a lo largo del proceso. - Planteamientos de distintos tipos de interrogantes relacionados con la proporcionalidad. - Validación de los argumentos dados por los estudiantes sobre el ciclo de modelación y cada uno de los subprocesos desarrollados para obtener un modelo.

Fuente: elaboración propia

4.3. Implementación de la propuesta

Luego del diseño de la propuesta de intervención, se avanzó a la fase de implementación de dicha propuesta. Por lo tanto, se ejecutaron las actividades basadas en las tareas de modelación a partir de una serie de encuentros con la participación activa de las estudiantes. Los encuentros fueron documentados mediante una bitácora (anexo 9) donde se describen los alcances, fortalezas y debilidades evidenciadas en cada actividad. De esta forma, se contó con un conjunto de datos que permitió un análisis de los resultados obtenidos durante todo el proceso, los cuales se organizaron teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Actividades realizadas.
- Actividades complementarias y de refuerzo.
- Conexiones matemáticas realizadas en cada subproceso de modelación.

De igual forma, se debe resaltar que se realizaron 21 encuentros virtuales, donde el primero fue con los padres de familia del grado séptimo, con el fin de socializarles el proyecto e invitar a los estudiantes a participar. Con las estudiantes se realizaron ocho (8) actividades, organizadas en 13 sesiones, las cuales se desarrollaron en 20 encuentros sincrónicos debido a que en algunas estudiantes fue necesario retroalimentar el proceso. A continuación, se destacan los logros obtenidos en cada una de ellas, lo cual se representa a partir de esquemas elaborados en ATLAS.ti con la siguiente notación:

Tabla 5.
Descripción de símbolos en los esquemas generados con ATLAS.ti para la descripción de las actividades

Símbolo	Tipo	Descripción
	Grupos de códigos	Representan el conjunto de actividades que se relacionan entre sí o que siguen un objetivo común.
	Códigos	Representan las actividades, las sesiones de cada una y los logros obtenidos en estas.
	Códigos	Los códigos en la caja amarrilla corresponden a las actividades realizadas.

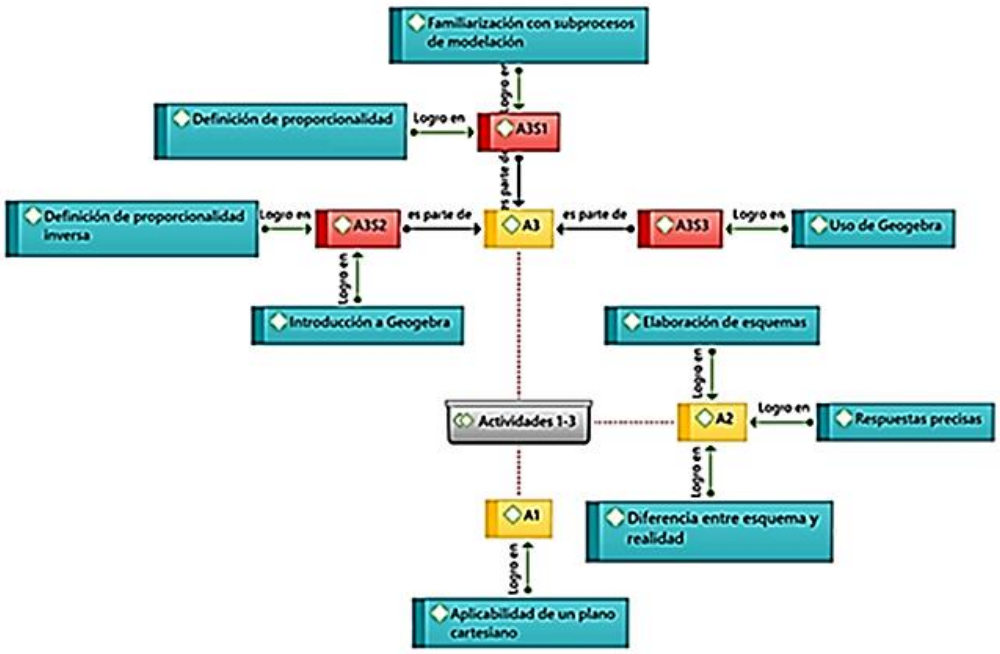
	Códigos	Los códigos en la caja roja corresponden a las sesiones derivadas de las actividades realizadas.
	Códigos	Los códigos en caja corresponden a los logros obtenidos por las estudiantes en cada sesión o en cada actividad.
es parte de	Vínculo	Indica que una sesión hace parte de una actividad.
Logro en	Vínculo	Indica el logro que obtuvieron las estudiantes en la actividad o sesión.
	Vinculo	Indica que la actividad hace parte del grupo de actividades indicadas

Fuente: Elaboración propia basado en el software ATLAS.ti

Las primeras tres actividades fueron de aprestamiento. El propósito principal en estas fue fortalecer los presaberes requeridos para abordar en mejores condiciones los subprocesos de modelación matemática y el establecimiento de las conexiones planeadas. En este sentido, se exploraron saberes previos y se orientó a las participantes en conocimientos necesarios para abordar los futuros aprendizajes, el manejo de instrumentos de medición matemática, trazados y softwares de modelación.

Figura 22.

Logros obtenidos entre las actividades N°1 y N°3



Fuente: elaboración propia mediante software ATLAS.ti.

En la primera actividad, que se muestra en la figura 23, se realizó una dinámica en clase, desarrollando aprendizajes significativos sobre el plano cartesiano. Esta se diseñó bajo la estructura establecida institucionalmente para el desarrollo del plan de aula: *exploración*, *estructuración*, *transferencia* y *cierre*. En la *exploración* se presentó el objetivo, los desempeños esperados, una situación problema expresada mediante un enunciado verbal y la simulación de un estante de tienda escolar consistente en una imagen insertada en el fondo de un plano cartesiano, con el propósito determinar los conocimientos previos que tienen las estudiantes en la ubicación de parejas ordenadas en dicho plano.

Así pues, se presentó un recuadro con distintos tipos de chocolates cuya ubicación en el estante se indicaba por medio de una pareja ordenada y las estudiantes por medio del mouse deberían arrastrar las imágenes de cada chocolate hasta ubicarla en el lugar correspondiente, similarmente debían arrastrar la pareja ordenada de cada producto y ubicarla encima de la respectiva imagen, luego, eliminar el recuadro de color verde y de esta forma, quedaran los nombres de cada tipo de chocolate y la respectiva posición en el estante.

Este momento resultó interesante, porque además de tener referencia de los conocimientos que tenían las estudiantes sobre el plano cartesiano, también se hizo referencia a los tipos de chocolate que se consideran en la situación problema central establecida para desarrollar el proceso de modelación y las conexiones matemáticas que se pretendían establecer, a partir de este proceso se pueden destacar intervenciones como:

Interventor:	*¿Cómo les pareció la actividad que acaban de realizar?*
E1:	*Chévere profe, no sabía que un estante era como un plano cartesiano.*
E2:	*Fácil, ya había ubicado parejas en el plano. Solo que hoy me gustó más, porque es como más divertido, así como lo hicimos.*
E3:	*Profe, cuando dice lugar ¿es en el estante?*

Interventor: *Si, en el estante según indica la pareja ordenada.*

E3: *A mí también me pareció fácil, pero me había equivocado en una.*

Interventor: *¿En cuál? y ¿por qué?*

E3: *En el primero en el que tiene ocho (8) coma uno (1). Lo había ubicado en otro lado en el uno (1) de abajo y el ocho (8) de arriba, después me di cuenta que era lo contrario y lo ubiqué bien.*

Interventor: *¿De qué manera creen que pueden ayudar en la tienda escolar?*

E3: *Comprando los productos porque así el dueño gana más plata.*

E2: *No arrojando la basura al piso y ubicándome en la fila.*

Interventor: *Si estuvieras ayudando dentro de la cafetería ¿qué apoyo le darías al dueño de la tienda?*

E3: *Ayudando a desempacar los productos.*

E4: *Vendiéndolos.*

Interventor: *¿Qué otras cosas podrías hacer?*

E5: *Organizar y ordenar.*

Interventor: *Bien, ¿Qué organizarían? Y ¿cómo organizarían?*

E6: *Los productos profe, en la vitrina o en el estante.*

Interventor: *¿Qué requieren saber para organizar los productos en el estante?*

E6: *Saber dónde va cada cosa.*

Interventor: *Muy bien, entonces es muy importantes que tengan en cuenta que las parejas ordenadas tienen dos componentes que no se pueden invertir; la primera componente se ubica en la recta horizontal y la segunda en la vertical, entonces ¿han aprendido algo nuevo hoy?*

E5: *Sí..., como lo de los chocolates… que hay negro, amargo, semiamargo, no sabía.*

(Diálogo extraído de la primera actividad realizada)

Este primer diálogo fue muy importante por qué motivo la participación espontánea de las estudiantes y las ideas fueron bastante cercanas a los aprendizajes que se abordaron. Por otro lado, en la *estructuración* de la clase, las estudiantes exploraron distintas Fuentes y establecieron los conceptos del plano cartesiano, parejas ordenadas y componentes de una pareja ordenada, los cuales fueron socializados, entre lo que se puede destacar lo siguiente:

Interventor: *Primeramente, se va a hacer una puesta en común, compartiendo lo que cada una encontró y lo que entendió sobre el plano cartesiano ¿quién quiere comenzar?*

E1: *Ya encontré en internet qué son dos rectas perpendiculares: que se cortan en el origen y sirve para representar parejas.*

Interventor: *¿Cómo lo entiendes? Bueno, cualquiera puede responder cómo lo entiende*

E10: *Profe, es como una recta que va derecho para arriba y otra que la atraviesa y cuándo se unen dos números de las dos rectas, eso es una pareja, también se llaman puntos.*

E6: *Las parejas se ubican en paréntesis con una comita en medio.*

Interventor: *¿Por qué las parejas se llaman ordenadas?*

E7: *¿Porque tienen un orden?*

E3: *Obvio [...], pero el primer número va en la horizontal y el segundo en la vertical; y no se puede cambiar, mira lo que me pasó a mí cuando cambié (8,1), por (1,8) y me quedó en otra parte.*

Interventor: *¿Qué nombre reciben los componentes?*

E10: *Yo encontré que se les puede decir primera y segunda componente o abscisa ordenada.*

(Diálogo extraído de la primera actividad realizada)

Lo expuesto por las estudiantes evidencia su disposición para indagar y es aprovechado para afianzar los conceptos haciendo uso del lenguaje matemático; en la *transferencia* y práctica se plantearon puntos en el plano cartesiano con el propósito de afianzar las destrezas, en la identificación de puntos en el plano cartesiano; y en el *cierre* las estudiantes manifestaron que el objetivo fue alcanzado evidenciado en expresiones como:

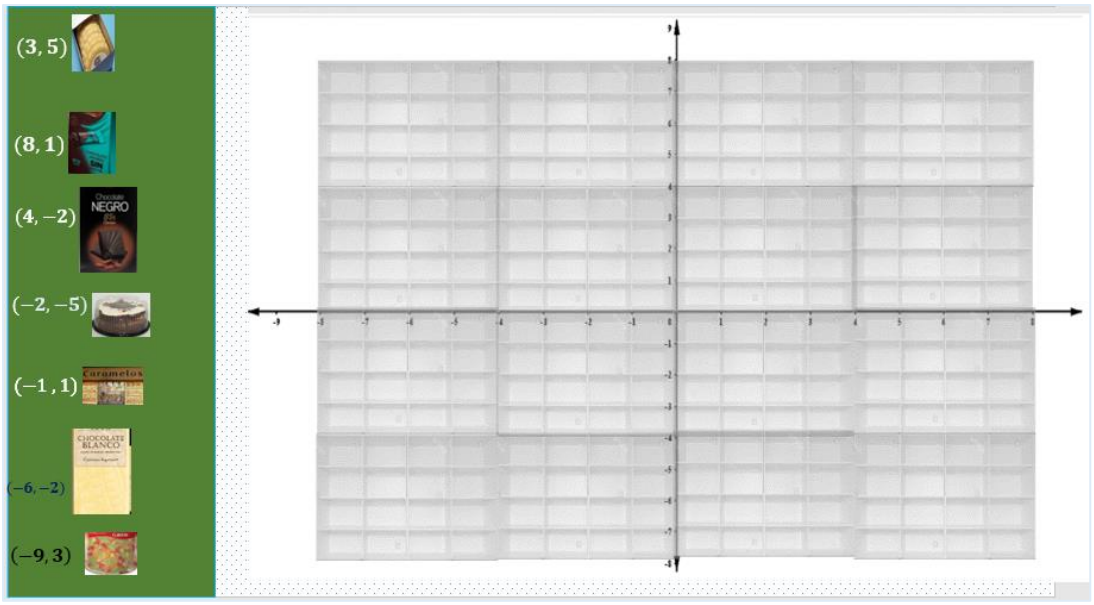
"*Aprendí que el plano cartesiano nos puede ayudar en la vida cotidiana"* (E4, primera actividad realizada).

"Me gustó la dinámica de la clase, es una forma divertida de aprender" (E5, primera actividad realizada).

Además, en esta actividad se establecieron conexiones de modelado, aunque de una manera simple, pues, las estudiantes relacionaron un plano cartesiano con un estante de tienda (Figura 24).

Figura 23.

Conexión de modelado en la primera actividad



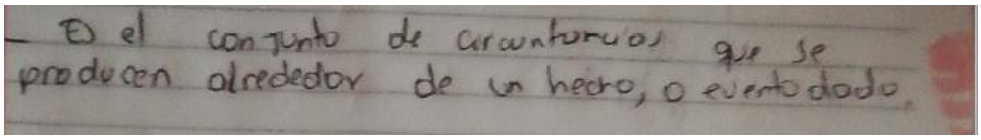
Fuente: elaboración propia

En cuanto a la actividad N°2, también se estructuró de acuerdo con lo establecido en el formato del plan de aula (*exploración*, *estructuración*, *transferencia*, y *cierre*) y su propósito principal fue determinar cómo las estudiantes alcanzan a percibir la realidad a partir de un enunciado realista. Así en la etapa de *exploración* se plantearon los siguientes interrogantes:

1. ¿Qué es el contexto de una situación?
2. ¿Se puede considerar que un esquema es una situación real?

Las repuestas a estos interrogantes se referencian a continuación:

Para la pregunta 1.

E1: 

E2: R//: Es el referente en donde se desarrolla la situación. Cuando involucra solamente aspectos matemáticos, los estudiantes pueden hacer uso de una serie de recursos matemáticos, puedan entender la situación para poder plantear un método o camino de solución

Interventor: *Pueden aclarar un poco más, la respuesta que dieron a la pregunta uno.*

E1 *Sí, profe como en la situación problema que sigue después, las estudiantes consiguen dinero compran cosas, las venden y sacan más para ayudar a los abuelos a vivir mejor.*

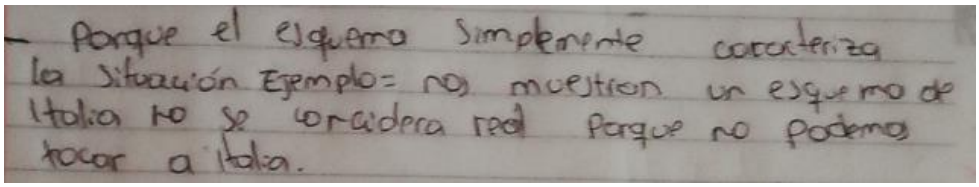
E2: *Profe, como dice la compañera. Pero hay situaciones que son de matemáticas y yo encontré que se pueden hacer con números, geometría, álgebra.*

(Diálogo extraído de la actividad 2)

En cuanto a la pregunta 2. se destacan las respuestas de la estudiante E1 (figura 25).

Figura 24.

Respuesta de la estudiante E1 a la pregunta en la actividad 2.



"Es una situación real es lo que sucede y se puede ver, dónde se puede participar... En cambio, un esquema es como un dibujo un mapa, un cuadro para representar la situación" (E1, intervención en actividad 2).

En está exploración las estudiantes pudieron comprender los conceptos que les facilitó la interpretación de una situación problema que se describe posteriormente, mostrado por medio de las distintas representaciones esquemáticas.

En este momento, se presentó un primer enunciado verbal en forma abierta con el propósito de que las estudiantes lo analizarán, identificaran variables y reconocieron la existencia de conexiones entre las matemáticas y el área comercial., La situación problema planteó que un grupo de estudiantes inició con una campaña de apoyo económico al asilo de Santa Marta, cuyos recaudos serían obtenidos por la venta al menudeo de distintos tipos de chocolate (que son comprados al por mayor en una comercializadora de la ciudad) y que se debe llevar un registro de los costos, los ingresos y las utilidades producto de la compra y venta de los productos.

Las estudiantes rápidamente pudieron sintetizar la situación destacando las ideas centrales y el interventor planteó las siguientes preguntas:

1. ¿Consideras que la situación planteada pertenece al área de matemática, contabilidad o emprendimiento?
2. En la situación se planteó que los resultados obtenidos deben ser registrados en cuentas contables y expresados mediante un modelo sintetizado y de fácil comprensión ¿Crees que con la información suministrada en la situación problema se puede llevar a cabo este propósito?

En torno a la primera pregunta, las estudiantes E6, E8 y E10 manifestaron:

E6: *Con las tres.*

Interventor: *¿Por qué?*

E8: *De cada materia se necesita saber algo para hacerlo bien.*

E10: *[…] con matemáticas, porque tenemos que desarrollar varias operaciones, porque hay que hacer cuentas contables y porque hay que tener espíritu de emprendedor para desarrollar el proyecto.*

Interventor: *¿Y que pueden responder con respecto a la segunda pregunta?*

E10: *Yo pienso que el problema sí se puede resolver, faltan como unos números para hacer las cuentas, pero la información ayuda porque cuando se vendan los chocolates se sabrá cuánto se vendieron, a cómo se vendieron y así se sabe cuál es la ganancia.*

Interventor: *Su compañera ha mencionado algo muy importante. Cuando se vendan los chocolates se puede hacer una cuenta para ver cuánto fue la ganancia, en este sentido ¿Qué se tiene que saber para poder hacer las cuentas?*

E11: *Cuántos se vendieron.*

Interventor: *¡Muy bien eso! La cantidad de chocolates ¿Qué más?*

E4: *El precio.*

E1: *El sabor.*

Interventor: *Cuando dicen precio ¿A qué precio se refieren?*

E7: *A cómo se venden […] y también a cómo se compran.*

Interventor: *¡Excelente! el primer precio que mencionas se llama precio de venta y lo que se invierte para comprar chocolates se llaman costos ¿Quién me dirá por qué el sabor es importante? [...] ¿Por qué?*

E5: *¿Porque hay unos que se venden más?*

E10: *Y porque pueden tener distintos precios.*

Interventor: *¡Excelentes niñas! Pero quiero puntualizar algo muy importante, eso que ustedes ya han mencionado: Cantidad de chocolates, precio de ventas, precio de compra, sabores o clases de chocolate, se llaman variables de la situación problema. Y pues, en esta situación son esas, pero en otro problema serán otras variables. Además, tienen que recordar que las variables se llaman así porque están sujetas a cambios y producen cambios en los resultados. Por ejemplo: La cantidad de chocolates vendidos un día puede ser distinta a la de otro día, también, si cambió*

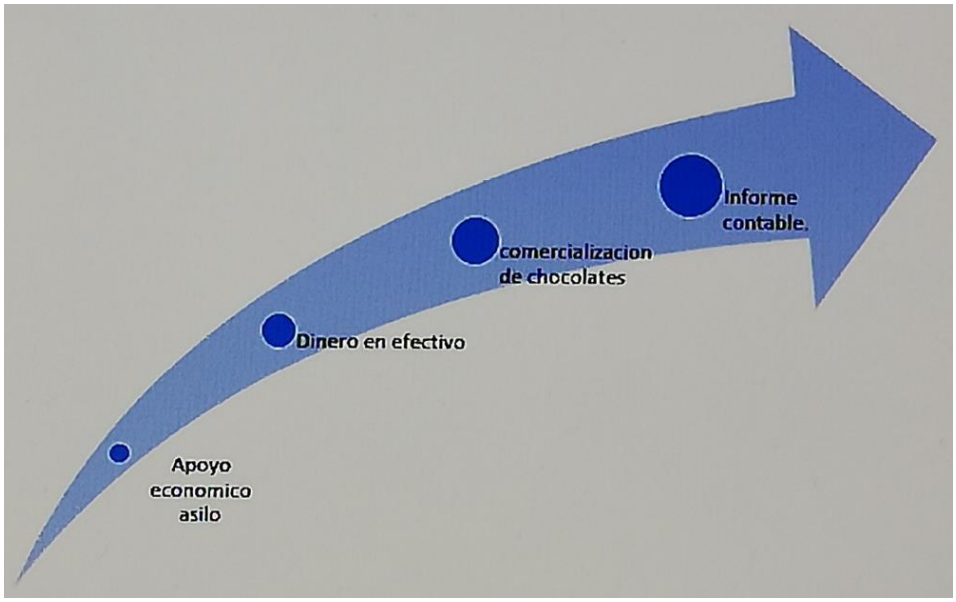
el precio de venta deben cambiar los ingresos y si cambia el precio de compra cambian los costos.

(Diálogo extraído de la actividad 2)

En la *transferencia* las estudiantes presentaron sus esquemas y describieron sus significados del problema, la estudiante E10 presentó el siguiente esquema (figura 26):

Figura 25.

Esquema elaborado por una estudiante



Fuente: elaboración propia

Con este esquema de la figura 26, la estudiante (E10) explicó que todo empezaba porque se quería ayudar a los abuelos, se reunía un dinero (de los papás o de la institución) se compraban y vendían chocolates, se hacen las cuentas contables y se le entrega, lo que se le gana, al asilo.

"*Profe, como yo decía al comienzo [...] Cómo nos contaba la compañera de 11 el año pasado en la cosa esa [...] en la feria. Bueno, los papás prestan el dinero, ellas venden le*

pagan al papá y le quedan ganancias que lo dividen entre las del grupo" (E10, actividad 2)

La estudiante hace referencia a un evento llamado Feria Escolar, el cual, cada año es liderado por las estudiantes de grado 11, quienes exponen ante la comunidad educativa un proyecto productivo, en el cual, generalmente ponen a la venta un producto o un servicio.

Retomando la actividad 2, se encontró que las estudiantes argumentaron con bastante precisión sus respuestas y se evidencia avances en el proceso de interpretar un enunciado verbal realista, relacionándolo con el contexto cotidiano y con otras áreas del aprendizaje, así como también el reconocimiento de las variables. Con lo anterior, se logró establecer conexiones de modelado en la medida que se comprendió la realidad y se plasmó a partir de un esquema o dibujo.

La actividad N°3 estuvo organizada en tres sesiones y al igual que todas las actividades fue de manera remota. Sin embargo, esta se presentó en un nuevo formato, ya que, a la fecha en que se desarrolló esta actividad, institucionalmente se adoptó la silueta de guía propuesta por el MEN para la modalidad de educación remota, la cual se estructura así: Identificación, introducción, ¿qué voy a aprender? Lo que estoy aprendiendo, la práctica, lo que aprendí, ¿Cómo sé que aprendí? A esta guía institucionalmente se le agregó un ítem: ¿quieres aprender más sobre el tema? En esta sección se les proporciona a los estudiantes bibliografía y webgrafía para que puedan ampliar sus conocimientos.

Esta actividad N° 3 se dividió en 3 sesiones: Sesión 1: Mi stand de chocolate, Sesión 2: Las bondades de Taliana y Sesión 3: GeoGebra en contexto. Para la sesión 1 denominada "Mi stand de chocolate" se desarrollaron procedimientos teóricos-prácticos, dando inicio al proceso de alistamiento con dos semanas de anticipación a la fecha en que se debía exponer la simulación de un Stand teniendo en cuenta los protocolos de bioseguridad por la emergencia del COVID-19, los productos a vender, las monedas y billetes didácticos, los

dispositivos para recoger las evidencias, entre otras. En este proceso, se les recomendó a las estudiantes realizar la actividad libremente, vendiéndole a la familia y recogiendo evidencias por medio de fotos o vídeos. En sesiones previas, las estudiantes a través de la cámara de su computadora mostraron cómo iban desarrollando la actividad. Una de las estudiantes (E10) mostró monedas didácticas de diferentes denominaciones y un cartel con los protocolos de bioseguridad.

> *"En este cartel dice 2 m de distancia, este otro dice uso obligatorio el tapabocas y además tengo monedas de 100, 200 y está de 500"* (E10, diálogo extraído de la actividad 3, sesión 1)

> *"Yo terminé, acá están los protocolos de bioseguridad aquí está la caja registradora, use una mesa, acá están los chocolates que voy a vender […]. Le voy a vender a mi mamá, a mi papá y a mis primas"* (E7, diálogo extraído de la actividad 3, sesión 1)

> *"Yo tengo los carteles de bioseguridad y tengo los papeles para forrar la mesa y tengo como una caja registradora; mi mamá me va ayudar"* (E1, diálogo extraído de la actividad 3, sesión 1)

La idea estuvo centrada en que las estudiantes vendían piezas de chocolate, todas al mismo precio, e iban llenando una tabla con el ingreso obtenido por la venta de determinado número de piezas de chocolates. Luego los datos eran representados en un plano cartesiano, reconociendo el tipo de gráfica obtenida y el cociente entre cada pareja (ingreso / unidades de chocolate). A partir de estos resultados construyeron los conceptos de magnitud, magnitudes directamente proporcionales, constante de proporcionalidad.

Con base en esto, las estudiantes realizaron la actividad N° 3 de forma vivencial y posteriormente compartieron sus experiencias, destacando así las opiniones de las estudiantes E5, E1 y E3.

E5: *Primero estaba muy preocupada porque no sabía cómo hacer el Stand, y fue bonito porque hasta mi papá se puso ayudarme y eso me alegro [...]. Lo hicimos con la mesa del computador y un mantel, también me alegré cuando se reunieron a comprarme y yo hacía venta y daba vueltas [...]. Me gustó.*

E1: *Yo sentí que me quedó muy bonito, mi familia también me ayudó y así entendí más para qué sirven las matemáticas, ¡ah! y me compraron mis tías y mis primas.*

Interventor: *¿Cómo es eso de para qué sirven las matemáticas?*

E1: *Que no solo es hacer operaciones, o sea sumar, restar, multiplicar, sino que podemos saber cuánto tenemos y cuánto ganamos.*

Interventor: *Ok, muy bien. […]. Ahora hablemos un poco del desarrollo de la guía.*

E5: *Como lo del plano ya la habíamos visto, fue fácil indicar los puntos, pero tengo duda con el punto 2, no sé si lo que hice está bien.*

Interventor: *¿Qué hiciste?*

E5: *Bueno, yo dividí el número mayor […] el de arriba y el de abajo, pero siempre me dio los 300.*

E4: *A mí también.*

E8: *Sí, a mí también profe.*

E10: *Profe, pero si da 300 ¿esa es la respuesta de la pregunta 4? ¿Ese es el precio de los chocolates y es la constante de proporcionalidad? ¿No fue lo que hicimos ahí?*

(Diálogo extraído de la actividad 3, sesión 1)

Con esto se logra evidenciar que la actividad desarrollada en esta sesión fue significativa y que se dio un proceso para la comprensión de conceptos, las estudiantes se familiarizaron con las acciones correspondientes a los subprocesos de modelación. Se establecieron conexiones

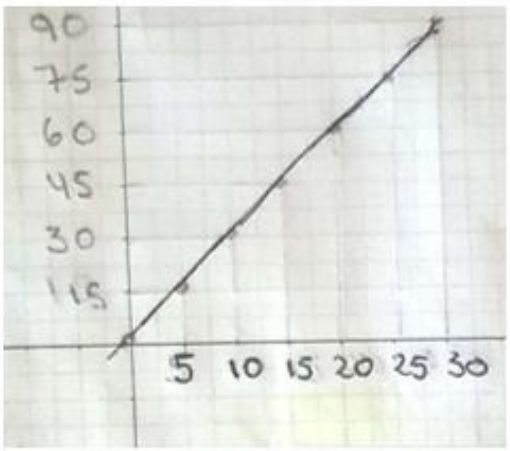
intramatemáticas de representaciones alternas, equivalentes, de procedimientos y entre conceptos, ya que, interpretaron datos que estaban en gráficas y tablas, utilizaron divisiones y multiplicaciones y se aproximaron al concepto de probabilidad; además, se hicieron conexiones extramatemáticas, pues a partir del uso de material concreto las estudiantes modelaron las ventas, construyeron tablas e hicieron cálculos, relacionando la matemática con la realidad (figura 27).

Figura 26.

Desarrollo de actividad N°3

INGRESO POR NUMERO DE UNIDADES DE CHOLATES VENDIDAS	
Número de unidades de chocolates vendidas	Ingreso en pesos
0	
5	1500
10	3000
15	4500
20	6000
25	7500
30	9000

Tabla N°4. Ingreso por unidades vendidas



Realizar la división entre las componentes de las parejas ordenadas, según se indica

a. $\frac{1500}{5} = 300$

b. $\frac{3000}{10} = 300$

c. $\frac{4500}{15} = 300$

d. $\frac{6000}{20} = 300$

e. $\frac{7500}{25} = 300$

f. $\frac{9000}{30} = 300$

Fuente: Elaboración propia

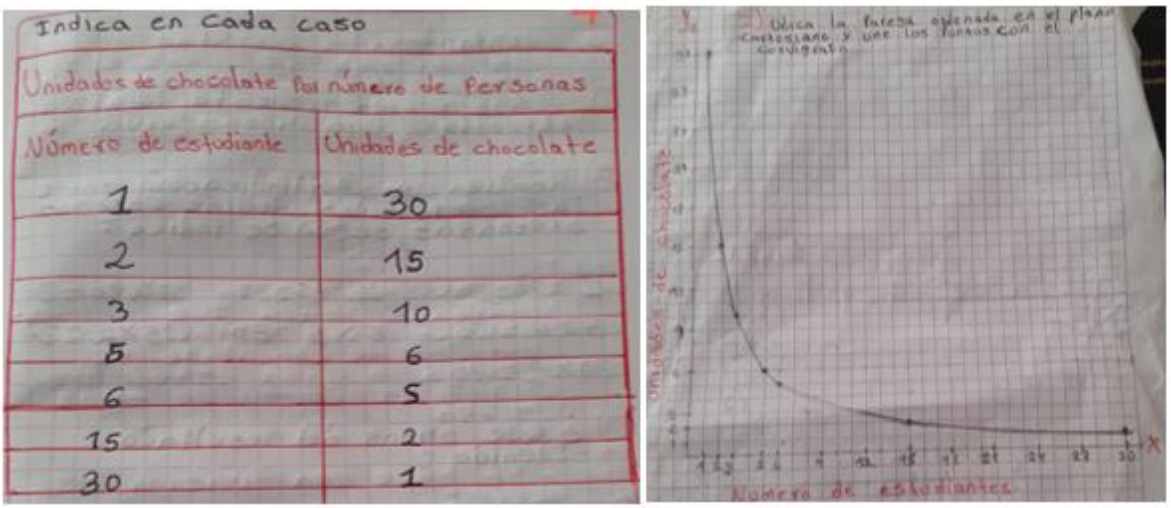
Respecto a la segunda sesión de la actividad N° 3 llamada “Las bondades de Taliana”, las tareas propuestas estuvieron enfocadas en un enunciado verbal realista en el mismo contexto en que se presentó la situación problema a modelar y llevar a cabo las conexiones

matemáticas mediadas por el proceso de modelación. Además de la guía de trabajo se creó un video para apoyar a las estudiantes en el uso del curvígrafo, ya que, las magnitudes que se representaron son inversamente proporcionales y la gráfica es una hipérbola que inicialmente se trazó de forma manual.

El propósito fue establecer el concepto de magnitudes inversamente proporcionales (figura 28), partiendo de completar una tabla de valores que se establece de acuerdo con el reparto de 30 unidades de chocolate que Taliana y Carla tienen disponibles para entregar como una forma de cortesía a 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 o 30 estudiantes (clientes del Stand) dándole la misma cantidad a cada una en cada posible caso. Los puntos fueron representados en el plano cartesiano y con el uso de un curvígrafo hicieron un trazo bastante aproximado de la curva, además dedujeron analíticamente la constante de proporcionalidad.

Figura 27.

Desarrollo de actividad N°3 sesión 2: Definición de proporcionalidad



Fuente: Elaboración propia

En la sesión 3 de la actividad N° 3 denominada “GeoGebra en contexto”, las estudiantes tuvieron su primer acercamiento con el software de GeoGebra. La finalidad fue desarrollar habilidades en el uso del software como base para la modelación de una situación problema

de mayor complejidad que fue establecida en la secuencia didáctica. Antes de iniciar la interacción con el software se buscó que las estudiantes sintetizaran los primeros aprendizajes de las sesiones 1 y 2 de la actividad 3, para lo cual se plantearon los siguientes interrogantes:

1. ¿Qué forma tiene la gráfica de las magnitudes directamente proporcionales?
2. ¿Qué forma tiene la gráfica de magnitudes inversamente proporcionales?
3. ¿Qué instrumentos se han usado hasta ahora para graficar magnitudes?

Frente al primer interrogante planteado las estudiantes dieron respuestas precisas como las siguientes:

"Una línea recta que pasa por el origen" (E9).

"Una línea recta ascendente [...]. Es infinita" (E11).

"Una línea recta que pasa por el origen y se hace uniendo las parejas con regla" (E8).

Respecto a la pregunta dos, las respuestas fueron las siguientes:

E9: *Es una curva llamada parábola y se realiza con el curvígrafo.*

Interventor: *Muy bien con sus respuestas, también queda respondida la pregunta número tres porque ya mencionaron los instrumentos regla y curvígrafo. Además de las magnitudes directamente proporcionales y las inversamente proporcionales ¿qué más conocieron en la sesión anterior?*

E4: *Las directamente relacionadas se parecen a las directamente proporcionales y las de relación cuadrática que se parecen a las inversamente proporcionales, aunque no tanto.*

(Diálogo extraído de la actividad 3, sesión 3)

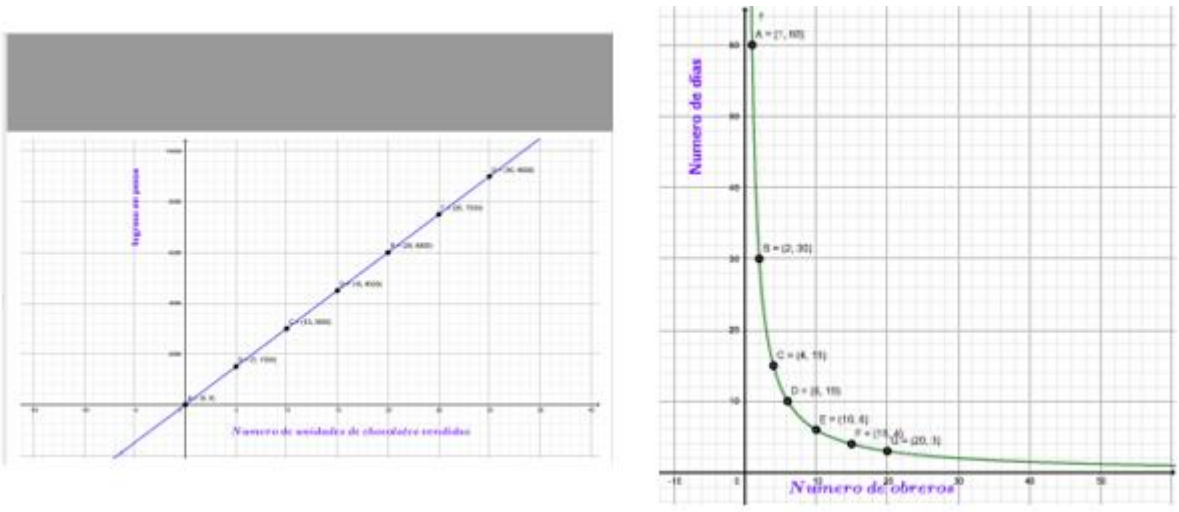
Se les indica que en esta tercera sesión se graficarían las magnitudes directamente e inversamente proporcionales, pero, que ya no se usará la regla y curvígrafo, sino, el software de GeoGebra (el cual se les había solicitado descargar previamente). Igualmente, se les

explicó que se retomarían las tablas de las dos sesiones anteriores, con el propósito de hacer el comparativo entre las gráficas hechas con el software y las hechas manualmente.

Por su parte, el proceso gráfico en GeoGebra se llevó a cabo por medio del procedimiento de listas de puntos, se hizo una introducción breve de lo que es el software y se dieron las instrucciones para crear las listas y posteriormente las gráficas (Figura 29). Algunas estudiantes fueron muy hábiles, mientras que, otras tuvieron dificultades por lo que fue necesario reprogramar una nueva sesión para alcanzar el objetivo.

Figura 28.

Desarrollo de actividad N°3 sesión 3: Uso de GeoGebra

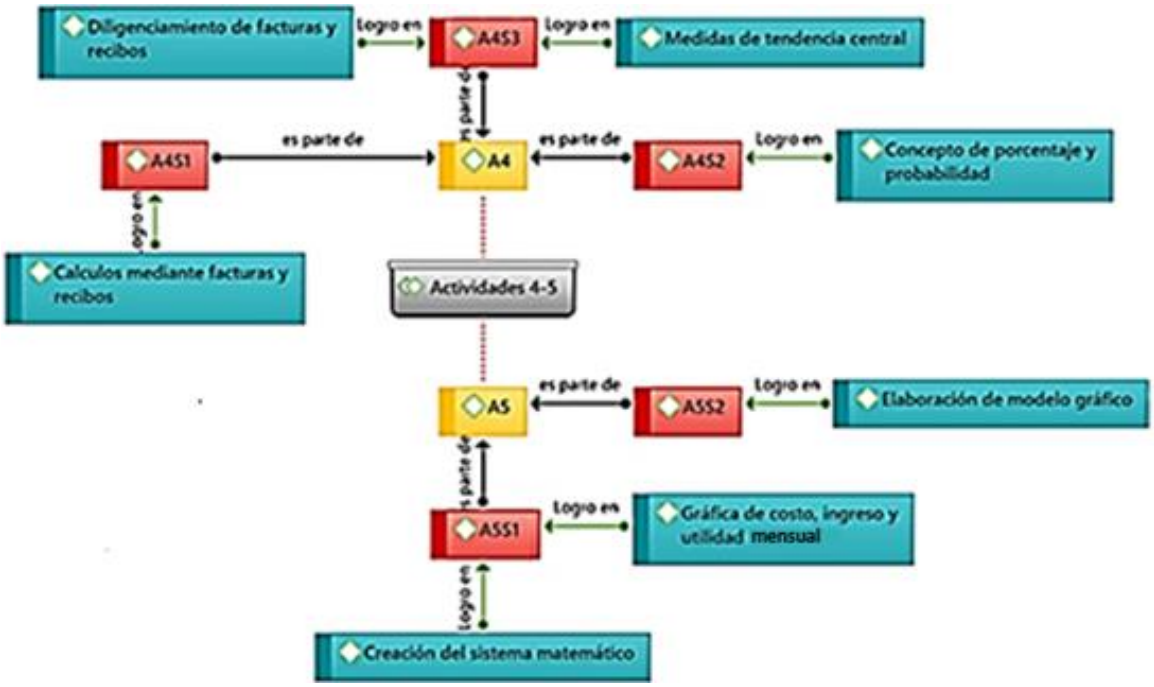


Fuente: elaboración propia

Por otro lado, para las actividades N°4 y N°5, se centró la atención en el proceso de traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático, el cual, está presente en los subprocesos de modelación llamados: de formulación, sistematización y matematización, que, si bien no son procesos lineales, sí son interdependientes. En la figura 30 se ilustra los logros obtenidos por las estudiantes en estas actividades.

Figura 29.

Logros obtenidos en las actividades N°4 y N°5



Fuente: elaboración propia mediante software ATLAS.ti.

En la figura 30 se puede observar que la actividad N°4 se estructuró en tres sesiones: Sesión 1: La dulzura de generar aportes, Sesión 2: Pesos por cientos, Sesión 3: Cuentas finales. En esta actividad, se matematizó una situación problema y se realizaron distintos tipos de conexiones: intramatemáticas, entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio; extramatemáticas, entre la matemática y la contabilidad.

En la la sesión de la actividad 4, "La dulzura de generar aportes", se presentó la situación problema en contexto, enfocada en brindar un servicio social. En esta situación se pueden identificar variables y datos numéricos relevantes, de acuerdo con lo que establece Barbosa (2001) en el primer nivel de implementación de tareas de modelación y, además, se buscó que las estudiantes, a través del subproceso de matematización, pudieran realizar conexiones intramatemáticas y extramatemáticas.

Antes de abordar la situación problema se hizo un breve recorrido por los presaberes de: magnitudes relacionadas, los tipos de gráficas que originan cada una, e instrumentos para graficar. Así se pudo apreciar que las estudiantes estaban familiarizadas con los temas.

Posteriormente, se presentó la situación problema y se interrogó por las variables y datos relevantes de esta; al respecto se destacan las siguientes respuestas:

E10:	*profe, eso ya lo dijimos lo de las variables.*
Interventor:	*¿qué dijimos?*
E10:	*Que es esas eran las clases de chocolates, el precio y la cantidad*
Interventor:	*Muy bien, pero, ahora la información a presentar es más detallada, por ejemplo: Se indican cantidades por cajas de cada tipo, la cantidad de piezas de una caja y ¿qué otra información hay?*
E11	*Los precios de las cajas y los precios de las piezas de cada chocolate [cada tipo de chocolate] y los meses también.*
Interventor:	*¿Esas también son variables?*
E10:	*Pues, yo diría que esos son datos, porque dice cuánto es.*
Interventor:	*Bueno, a partir de aquí se deben responder las preguntas que se plantean ¿qué debemos hacer para responder las preguntas?*
E10:	*¿resolver los problemas?*
Interventor:	*Bien, pero la solución de este problema va a ser un poco distinta a como se ha resuelto habitualmente. Se va a hacer mediante el proceso de modelación.*

Se les pide a los estudiantes identificar los datos, completar tablas de datos y se proponen otras acciones en las cuales se realizan gráficas de distintos tipos. También se presentan las facturas y los recibos de caja. De esta manera se lograría el establecimiento de conexiones tanto intramatemáticas como extramatemáticas. Para alcanzar el propósito de la actividad se organizaron equipos de 2 y 3 estudiantes que se reunían en la plataforma Zoom y se hizo un recorrido por cada grupo para supervisar y reforzar el trabajo. En este proceso surgieron algunas preguntas como:

E2 y E7: *Profe ¿tenemos que responder las preguntas del problema?*

Interventor: *Esas preguntas la vamos a responder, pero no hoy mismo. Tengan presente que el problema dice que la actividad se realiza en tres meses, los datos de hoy corresponden al primer mes. Cuando se tengan las soluciones de los tres meses entonces se responden esas preguntas.*

(Diálogo extraído de la actividad 4, sesión 1)

E7 y E9: *Tenemos la gráfica coloreada, vamos bien profe. Ahora vienen los tipos de chocolate y el costo por caja, o sea lo que cuestan las cajas que era lo que habíamos hecho primero, sumar cantidades de chocolate por las cajas ¿debemos sumar la cantidad de chocolates por la caja o por el precio?*

Interventor: *¿Esa es la tabla del punto 2? Lo que pide es el costo de cada caja y el costo de cada pieza según el tipo de chocolate.*

E7 y E9: *Ok.*

(Diálogo extraído de la actividad 4, sesión 1)

E6 y E10: *Profe, nosotras hicimos las tablas, coloreamos las gráficas y respondimos la circular [se refiere a una gráfica de sectores].*

Interventor: *¿Cómo identificar las gráficas circulares? ¿Cuál gráfica corresponde a la de Andrea? ¿Cuál a la de Carla? ¿cuál a la de Taliana? y ¿cuál a la de Carolina?*

E6 y E10: *Andrea compró 10 de cada chocolate, Carolina compró 5 blancos, 12 amargos y 13 semiamargo.*

Interventor: *¿Pero cómo identificas tú que esas son de Carolina?*

E6 y E10: *Porque ella compró más cantidad de semiamargo y lo que menos compró fue la del blanco.*

(Diálogo extraído de la actividad 4, sesión 1)

Por otro lado, se orientó el proceso de diligenciamiento de las facturas y los recibos de caja y se asignó como tarea para socializar en el próximo encuentro. Se compartió en la pantalla de la computadora, la siguiente factura (figura 31).

Figura 30.

Formato de factura

Identificación del cliente			
Nombre: Andrea	Factura de venta N°: 1		
Teléfono: 300 240 3731	Fecha: 16/11/2020		
Dirección: calle 14 #27-47			
Artículo	Precio	Cantidad	Total
Chocolate Blanco	5.000	10 cajas	50.000
Chocolate Amargo	3.000	10 cajas	30.000
Chocolate Semiamargo.	4.000	10 cajas	40.000
	Subtotal		120.000
	IVA		
	Total		120.000

Fuente: Extraído de la actividad N°4, sesión 1.

Interventor: *Voy a compartir la factura de Andrea […] en blanco; se espera la participación de todas ahora que se haga el análisis. Bueno, el diligenciamiento de la factura se hace teniendo en cuenta el nombre, que es Andrea y cómo es la primera factura de venta se pone el número 1, un teléfono para Andrea […] que podemos imaginarlo.*

E4: *Ponga el suyo profe.*

Interventor: *Bueno sí […] se pone una dirección por ejemplo calle 14 número 27-47 ¿Qué se coloca donde se dice artículo?*

E11: *Chocolate blanco, chocolate amargo y chocolate semiamargo*

Interventor: *Y ¿en la columna de precio?*

E11 *El precio de cada caja.*

Interventor: *Pero quiero escuchar a las demás, a ver… estudiante [1]*

E1 *El precio del blanco es de $5.000, el amargo $4.000 y semiamargo $3.000.*

Interventor: *¿Cantidad?*

E9: *10 de cada una.*

Interventor: *¿Costo total?*

E11: *$50.000.*

E1: *El amargo $30.000.*

Interventor *¿Cuánto?*

E1: *Eeh, $40.000.*

E3: *Profe, $3.000.*

Interventor: *Ella compró 10 cajas ¿Cuánto gastó en las 10 cajas de chocolate semiamargo?*

E2: *$30.000.*

Interventor: *¿Qué operación hicimos para saber el costo total de cada clase de chocolate?*

E9: *Multiplicar 3 por 10, o sea el precio de cada caja por la cantidad de cajas. Profe ¿y el precio del IVA que hay que pagar?*

Interventor: *El enunciado dice que los productos están exentos de IVA […], entonces. ¿cuál es el subtotal y cuál es el total?*

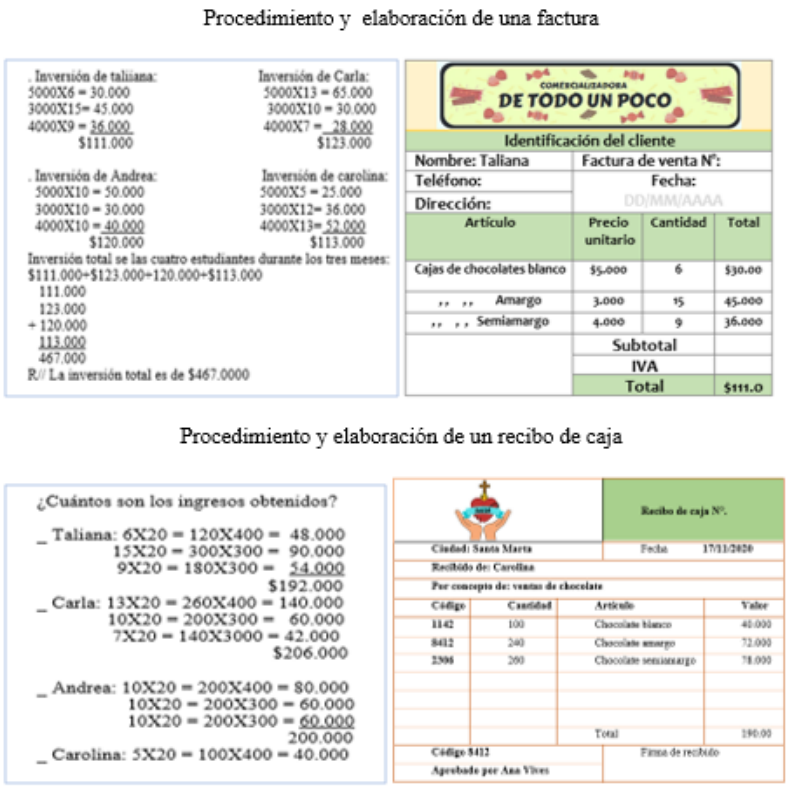
E3: *El total de las 10 cajas es de 120,000. Subtotal y total.*

(Diálogo extraído de la actividad 4, sesión 1)

Con lo anterior se evidencia que las estudiantes lograron realizar conexiones intramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio de representaciones distintas al relacionar un enunciado verbal con una tabla de datos, una tabla de datos con una representación gráfica, de representaciones equivalentes al expresar la información por medio de gráficos de barra y gráficos de sectores. Así mismo, hicieron cálculos matemáticos para el diligenciamiento de facturas y recibos de caja (figura 32), lo cual representa una forma de conexiones extramatemáticas de modelado, pues, las estudiantes conectan los datos matemáticos con la realidad, la contabilidad y el emprendimiento.

Figura 31.

Elaboración de facturas y recibos de caja



Fuente: Extraído de la actividad N°4, sesión 1.

En la segunda sesión “Pesos por cientos” se fortalecieron las habilidades para realizar conexiones entre la matemática y la contabilidad, así como, también entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio. Para estas últimas, se abordaron los conceptos de

porcentaje, probabilidad y gráficas de sectores, afianzando otros aprendizajes como las razones, la elaboración de tablas de datos y operaciones aritméticas básicas; al tiempo que se avanza en la matematización y hallazgos de nuevos resultados útiles para la creación del modelo gráfico proyectado.

Las conexiones extramatemáticas (de modelado) se establecieron al emplear los procesos y procedimientos matemáticos en el diligenciamiento de documentos contables, tales como facturas, recibo de caja, y relacionarlos con el concepto de costos, ingresos y utilidades.

El problema planteado en la sesión 2 de actividad N° 4, conservó las mismas variables, el mismo precio de venta de la sesión 1 de esta misma actividad, pero se produjo un incremento de 10% en los costos, lo cual impacta en la disminución de las utilidades. Al iniciar la sesión se hace exploración de presaberes con la lectura del siguiente mensaje: *Hola, hoy ya sabes que la matemática es muy importante para los negocios, solo reflexiona un poco y le encontrarás muchos significados.*

Varias estudiantes se mostraron de acuerdo con la frase destacando aspectos por los que la matemática no solo es importante sino muy necesaria. Se plantearon varios interrogantes, uno de los cuales fue:

Interventor:	¿En qué documentos comerciales que hayas diligenciado requiere de la matemática?
E11:	*Facturas, recibos.*
E5:	*En contabilidad, facturas, también recibos de venta, comprobantes.*
Interventor:	¿Qué nombre recibe el dinero que se invierte en la compra de mercancías?
E10	*Costos.*
Interventor:	Qué nombre recibe el dinero que se obtiene por la venta de mercancías
E3 y E8:	*Ganancias.*
Interventor:	*¿Ganancias?*

E9: *Ingresos.*

Interventor: *Las ganancias son las utilidades ¿Cómo se calculan?*

E11: *Restándole a los ingresos y los costos.*

(Dialogo extraído de la actividad 4, sesión 2)

Las respuestas dadas por los estudiantes muestran bastante apropiación de los aprendizajes que se han abordado, sin embargo, cuándo se les preguntó cómo podían calcular el porcentaje de aumento en el costo de la mercancía, todas permanecieron en silencio, por lo cual, se les preguntó si han escuchado la palabra porcentaje.

E11: *Si, como una cantidad de dinero ¿No?*

Interventor: *Puede ser una cantidad de dinero o a una cantidad de dinero se le puede sacar un porcentaje, pero también puede ser, por ejemplo, una cantidad de frutas. A veces se dice que el 10% de las frutas de una caja salió dañada. Puede ser una cantidad de personas, porque a veces escuchamos que el 70% de las personas del país vive en pobreza y el 30 disfruta de las riquezas. ¿Eso significa que si forman grupos de 100 personas, en cada grupo hay 70 pobres y cuántos ricos?*

Estudiantes: *30.*

Interventor: *Así, si tengo un grupo de 200 personas, ¿su 30% es?*

E11: *60.*

Interventor: *Sí son 1000 personas ¿cuánto es su 10%? (silencio) bueno de otra forma, ¿cuántos grupos de 100 se pueden hacer con 1000 personas?*

E9: *10.*

Interventor: *Entonces, ¿el 10% de 1000 es?*

E11: 100.

Se retoma el problema y se les reiteró que la cantidad de cajas compradas fue la misma, pero que los costos aumentaron un 10% y que el precio de venta por pieza se mantuvo igual. Por lo cual, se les consultó acerca de lo que creen que pasaría con las utilidades.

E10: *Van a aumentar.*

Interventor: *[Hace nuevamente la lectura y resalta la parte que dice que el costo por caja fue 10% mayor] ¿Los costos aumentaron o disminuyeron?*

E9: *Aumentaron.*

Interventor: *Si el precio de venta por pieza se mantiene igual ¿el ingreso aumenta, disminuye o se mantiene igual?*

E8: *Se queda igual, porque se vende lo mismo al mismo precio*.

Interventor: *¿Y las utilidades?*

E8: *Disminuye, porque los costos son más.*

(Diálogo extraído de la actividad 4, sesión 2)

Se explicó el procedimiento para calcular porcentaje y se llenaron las nuevas tablas. Con la herramienta de Excel se realizaron gráficos de sectores y a partir de los porcentajes relativos, se construyó una aproximación al concepto de probabilidad (figura 33), evidenciándose las conexiones de procedimientos y entre conceptos matemáticos, ya que el objeto fracción y su proceso de simplificación se relaciona con el de probabilidad. Las conexiones extramatemáticas se establece con la contabilidad al usar operaciones matemáticas básicas y cálculos de porcentajes para diligenciar documentos contables como facturas y recibos de caja en la deducción de costos, ingresos y utilidades. Se asignaron tareas de afianzamiento en el cálculo de probabilidades y diligenciar facturas y recibos de caja.

En el desarrollo de las actividades planeadas en esta sesión se presentaron dificultades de conectividad, generando esto la poca comprensión de algunos planteamientos, por lo que fue necesario efectuar dos encuentros más. Al culminar dicha sesión se recogieron las siguientes

impresiones, las cuales dan cuenta de la motivación de las estudiantes, los avances y las conexiones intramatemáticas:

E2: *"Me gustó hacer la Gráfica con Excel, pues, se pueden agregar más cosas"*. [la estudiante se refiere a que, en la gráfica de Excel, pueden agregar más datos que en la de GeoGebra].

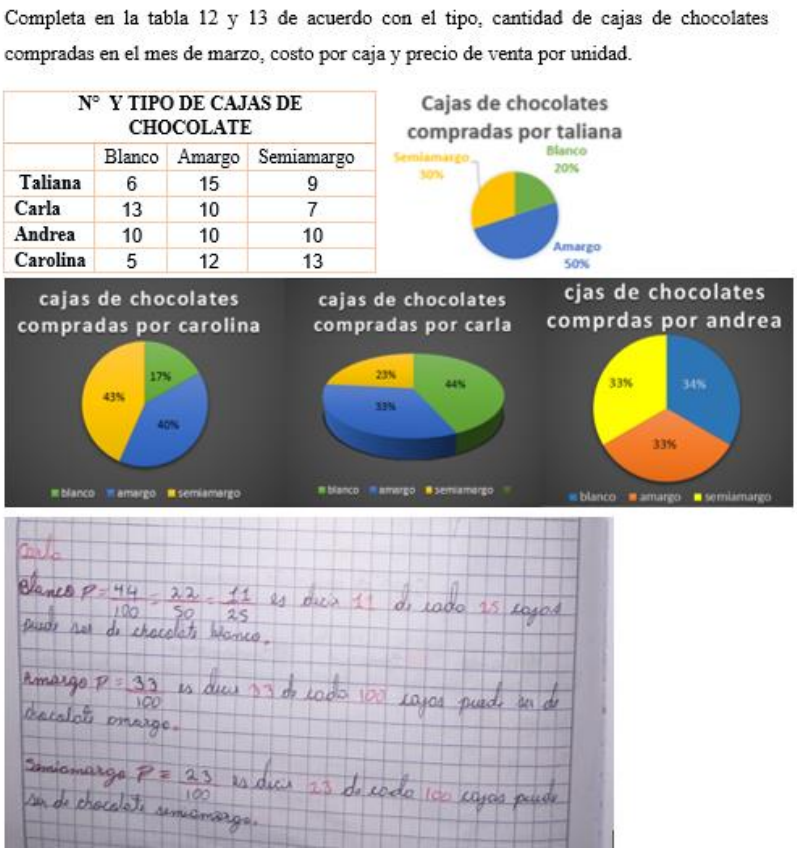
E3: *"Un poco complicado eso de la probabilidad, pero al final lo entendí"*.

E5: *"Profe, lo de la tabla, la factura y eso, me fue más fácil. Es lo mismo con otros números. eso ya me está gustando*".

E8: *"Profe, yo digo que hemos aprendido muchas cosas y que […] ¿cómo le digo? es que hacemos suma, multiplicaciones, llenamos facturas, recibos, tablas y hacemos gráficas"*.

Figura 32.

Gráficos de sectores y probabilidades.



Fuente: Extraído de la actividad 4, sesión 2.

Por último, en la sesión 3 de la actividad 4, se presentó la situación problema en el mismo contexto y con el mismo número de cajas, pero con un aumento en los costos, que se indica mediante cantidades numéricas explícitas. A partir de esto, las estudiantes nuevamente organizaron datos en tablas, diligenciaron facturas y recibos de cajas que son tareas similares a las desarrolladas en las sesiones 1 y 2 de esta misma actividad.

En esta sesión se introdujeron los conceptos de moda, media y mediana, planteando preguntas cuyo propósito fue ambientar las actividades alrededor de dichos conceptos:

1. ¿Cuál es el tipo de chocolate que más se vende?
2. Si ubicas los costos de la tabla en forma ascendente ¿qué valor se ubica en el centro?
3. Si se ubica en orden ascendente la cantidad de chocolates blancos adquiridos por Taliana, Carla, Andrea y Carolina ¿cuál se ubica en el centro?
4. Si el costo de la caja de chocolate blanco disminuye $1.500, el de chocolate amargo sube $500 y el de semiamargo sube $1.000 ¿en cuánto queda el costo de las cajas de cada tipo?

Entre las respuestas dadas por las estudiantes, particularmente se destacan las siguientes dadas a la pregunta 3.

E5: "*No hay"*.

E8: "Ninguno".

E11: "Ninguno profe, si fuera el 6 queda uno solo a la izquierda y 2 a la derecha; si fuera el 10 quedan dos a la izquierda y uno a la derecha; ninguno está en el centro".

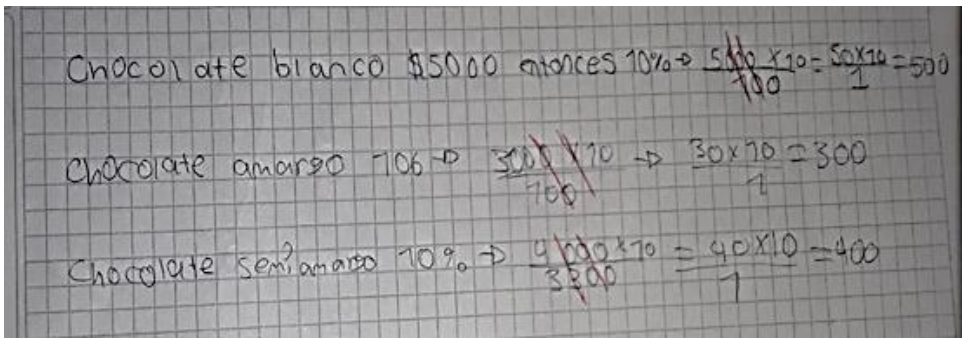
Con estas apreciaciones se evidencia que las estudiantes pueden organizar datos e identificar la posición relativa de ellos. Además, la estudiante E11 hace referencia a los dos datos centrales lo cual es significativo para este caso. A partir de las deducciones lógicas de

las estudiantes se estableció el concepto de moda, mediana y media aritmética. Evidenciando conexiones intramatemáticas de procedimientos y entre conceptos matemáticos.

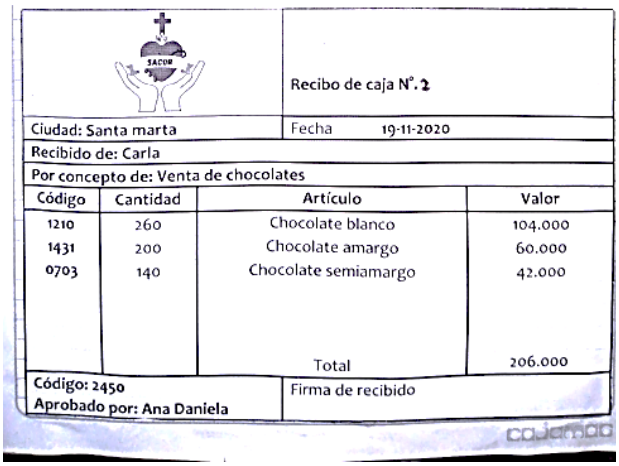
Seguidamente se diligencian los documentos contables de facturas y recibos de caja (Figura 34) evidenciándose en el proceso la conexión de modelado. Al final las estudiantes manifiestan agrado por lo realizado y siguen resaltando la importancia de hacer las conexiones establecidas.

Figura 33.

Cálculo de ingresos, costos y utilidades. Cálculo de costos de cajas compradas en el mes de abril.



TIPO DE CHOCOLATE	COSTO POR CAJA ($)	PRECIO DE VENTA POR PIEZA ($)
Blanco	5.500	400
Amargo	3.300	300
Semiamargo	4.400	300



Recibo de caja N°. 2

Ciudad: Santa marta — Fecha 19-11-2020

Recibido de: Carla

Por concepto de: Venta de chocolates

Código	Cantidad	Artículo	Valor
1210	260	Chocolate blanco	104.000
1431	200	Chocolate amargo	60.000
0703	140	Chocolate semiamargo	42.000
		Total	206.000

Código: 2450
Aprobado por: Ana Daniela

Firma de recibido

a. ¿Cuánto fue el costo de cada estudiante?

R//

Andrea :
Costo:132.000
Taliana
Costo:122.100
Carla:
Costo:135.300
Carolina
Costo:124.300

b. ¿Cuánto fue el costo total?

R//COSTO TOTAL: 513.700

c. Cuantos fueron los ingresos obtenidos por cada una.

R//

ANDREA	200.000
TALIANA	192.000
CARLA	206.000
CAROLINA	190.000

d. ¿Cuánto fue el ingreso total?

R// INGRESO TOTAL: 788.000

e. Cual fue la utilidad obtenida por cada estudiante

R//

ESTUDIANTE	UTILIDAD:
ANDREA	68.000
CARLA:	70.700
CAROLINA:	65.700
TALIANA:	69.900

f. Cuanto fue la utilidad total obtenida por el grupo durante el mes de marzo.

R// UTILIDAD TOTAL: 274.300

Fuente: Extraído de la actividad 4, sesión 3.

La finalidad de la actividad N°5 se centró en la construcción de un modelo gráfico que represente la solución de la situación problema planteada en el contexto comercial y contable,

consistiendo principalmente en determinar las variaciones de los costos, los ingresos y las utilidades obtenidas por la comercialización de 3 tipos de chocolates, durante un tiempo de 3 meses. El propósito final se fijó en la construcción de un modelo con valores acumulados en los tres meses, sin embargo, previamente a esto se elabora un modelo puntual (mes a mes) para tener una referencia inicial del comportamiento de los ingresos, los costos y las utilidades, así como, también para afianzar habilidades en el uso del software GeoGebra, antes de llegar a la elaboración del modelo final

Esta actividad se dividió en dos sesiones. En la primera se graficaron costos, los ingresos y utilidades mensuales, mientras que, en la segunda fueron representados los costos, ingresos y utilidades acumulados en los 3 meses.

De esta forma, en la primera sesión se procuró hacer una revisión de los cálculos de los costos, como los ingresos durante los tres meses, para detectar posibles errores que pudieran afectar la obtención del modelo. Las estudiantes se organizaron en equipos en la plataforma Zoom con el fin de que se compararan sus resultados y se hicieran los ajustes necesarios. Al agruparse se les pidió que una vez realizados y ajustados los cálculos de los costos, ingresos y las utilidades, los sintetizaran en una tabla de datos.

Cumplido lo anterior, cada estudiante mediante el software GeoGebra hizo una representación gráfica de los costos, los ingresos y las utilidades mensuales, destacando las siguientes opiniones:

E10: *Yo tenía todo bien profe, pero pude ayudar a mis compañeras. Me gustó la Gráfica que hice, ahí se ve que los ingresos son iguales siempre y que los costos suben y las utilidades bajan.*

E4: *Profe, a nosotras no nos quería salir.*

Interventor: *¿Salir qué?*

E8: *La gráfica, o sea, como la otra vez. Es que se veían como los punticos y bueno, nos acordamos de eso, de la vista gráfica y así fue como salió, se lo vamos a mostrar profe. [mediante la pantalla de la computadora y usando ZOOM la estudiante comparte su representación].*

(Diálogo extraído de la actividad 5, sesión 1)

Las apreciaciones recogidas evidencian apropiación de los aprendizajes, capacidad de tomar decisiones en equipo, capacidad de analizar y corregir errores. Las estudiantes pudieron establecer conexiones intramatemáticas de representaciones equivalentes (figura 35); en esta las estudiantes representaron mediante tablas los costos, los ingresos y las utilidades mes a mes y, luego, las expresaron sintetizadas en una sola tabla de 3 meses. En la figura 35 se evidencian los datos del mes de abril en las dos tablas distintas. También se hicieron conexiones de representaciones alterna y se muestran los costos, los ingresos y las utilidades mediante una tabla y también mediante la gráfica (figura 36).

Figura 34.

Ejemplo de conexiones intramatemáticas de representaciones equivalentes.

Costos, ingresos y utilidades

a. ¿Cuánto fue el costo de cada estudiante?
R//

Andrea :
Costo:132.000
Tatiana
Costo:122.100
Carla:
Costo:135.300
Carolina
Costo:124.300

b. ¿Cuánto fue el costo total?
R//COSTO TOTAL: 513.700

c. Cuantos fueron los ingresos obtenidos por cada una.
R//

ANDREA	200.000
TALIANA	192.000
CARLA	206.000
CAROLINA	190.000

d. ¿Cuánto fue el ingreso total?
R// INGRESO TOTAL: 788.000

e. Cual fue la utilidad obtenida por cada estudiante
R//

ESTUDIANTE	UTILIDAD:
ANDREA	68.000
CARLA:	70.700
CAROLINA:	65.700
TALIANA:	69.900

f. Cuanto fue la utilidad total obtenida por el grupo durante el mes de marzo.
R// UTILIDAD TOTAL: 274.300

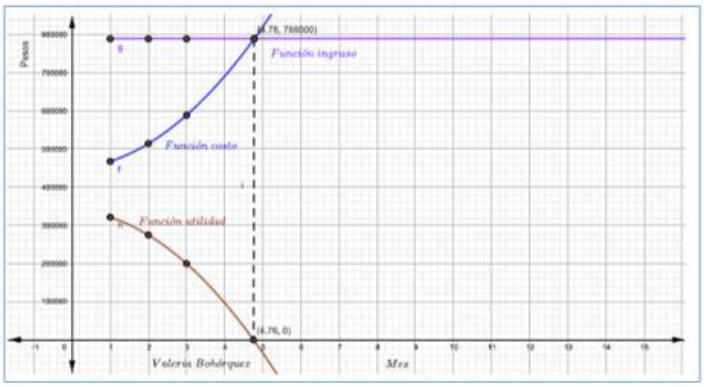
Mes	Costo ($)	Ingreso ($)	Utilidades ($)
1	467000	788000	321000
2	513700	788000	274300
3	588000	788000	199500
Total	1569200	2364000	794800

Fuente: Desarrollo de actividad 5 sesión 1.

Figura 35.

Ejemplo de conexiones intramatemáticas de representaciones distintas.

Mes	Costo ($)	Ingreso ($)	Utilidades ($)
1	467000	788000	321000
2	513700	788000	274300
3	588000	788000	199500
Total	1569200	2364000	794800



Fuente: elaboración propia

En la segunda sesión, a partir de la tabla que resumió los costos, los ingresos y las utilidades mensuales, se construyeron las tablas de costo acumulado, ingreso acumulado y

utilidad acumulada, y con estas se elaboró un modelo gráfico en el cual se puede identificar que¨: el costo presenta una tendencia de crecimiento en relación cuadrática respecto al tiempo, el ingreso crece en forma lineal respecto al tiempo y la utilidad se encuentran en relación cuadrática respecto al tiempo; con tendencia de crecimiento del primero hasta aproximadamente la mitad del quinto mes, de donde decrece en forma indefinida. lo mismo que se evidenció en los cálculos aritméticos. También se observó el llamado punto de equilibrio: Costo = ingreso, en el cual la utilidad es igual a cero.

En esta actividad se observó un poco de tensión al inicio por parte de las estudiantes, pero esta fue bajando a medida que se fue avanzando y la mayoría de las estudiantes culminaron antes del tiempo previsto. Se escucharon expresiones cómo: "Me quedo lindo, me encantó cómo quedó, estoy feliz de haberlo terminado".

E4: *"Profesor, estoy feliz profe, porque antes, al inicio me estresé mucho por el computador, el internet. Creí que no iba a continuar, pero aprendí mucho y por eso estoy feliz".* (E4)

E1: *"Es la mejor gráfica que hemos hecho, es increíble hacer tantas cosas*". (E1)

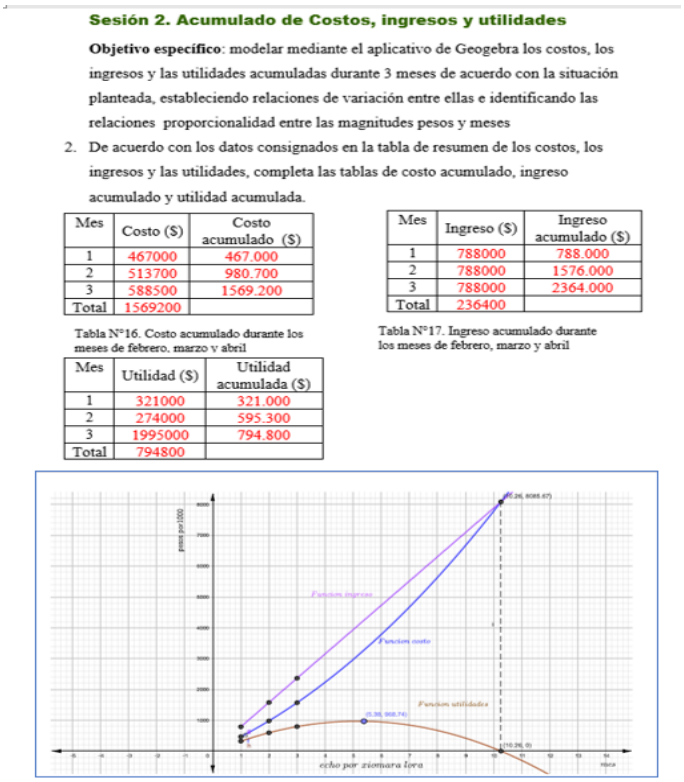
E11: *"A mí me gustó todo desde el comienzo, pero esto es lo que más me gustó".* (E11)

En esta actividad, en cuanto al proceso de modelación se creó el modelo gráfico y se realizaron conexiones matemáticas internas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio de representaciones equivalentes ya que se calcularon los valores de los datos y luego se organizaron de forma distinta en diferentes tablas (figura 34).

Igualmente, se hicieron conexiones de representaciones alternas, pues, los datos acumulados en las tablas fueron expresadas mediante un gráfico (modelo) (figura 36). También se evidencia la conexión extramatemática de modelado, ya que, se relacionan aprendizajes matemáticos con el aprendizaje de la contabilidad.

Figura 36.

Gráfico y tablas de costos, ingresos y utilidades acumulados.



Sesión 2. Acumulado de Costos, ingresos y utilidades

Objetivo específico: modelar mediante el aplicativo de Geogebra los costos, los ingresos y las utilidades acumuladas durante 3 meses de acuerdo con la situación planteada, estableciendo relaciones de variación entre ellas e identificando las relaciones proporcionalidad entre las magnitudes pesos y meses

2. De acuerdo con los datos consignados en la tabla de resumen de los costos, los ingresos y las utilidades, completa las tablas de costo acumulado, ingreso acumulado y utilidad acumulada.

Mes	Costo ($)	Costo acumulado ($)
1	467000	467.000
2	513700	980.700
3	588500	1569.200
Total	1569200	

Tabla N°16. Costo acumulado durante los meses de febrero, marzo y abril

Mes	Ingreso ($)	Ingreso acumulado ($)
1	788000	788.000
2	788000	1576.000
3	788000	2364.000
Total	236400	

Tabla N°17. Ingreso acumulado durante los meses de febrero, marzo y abril

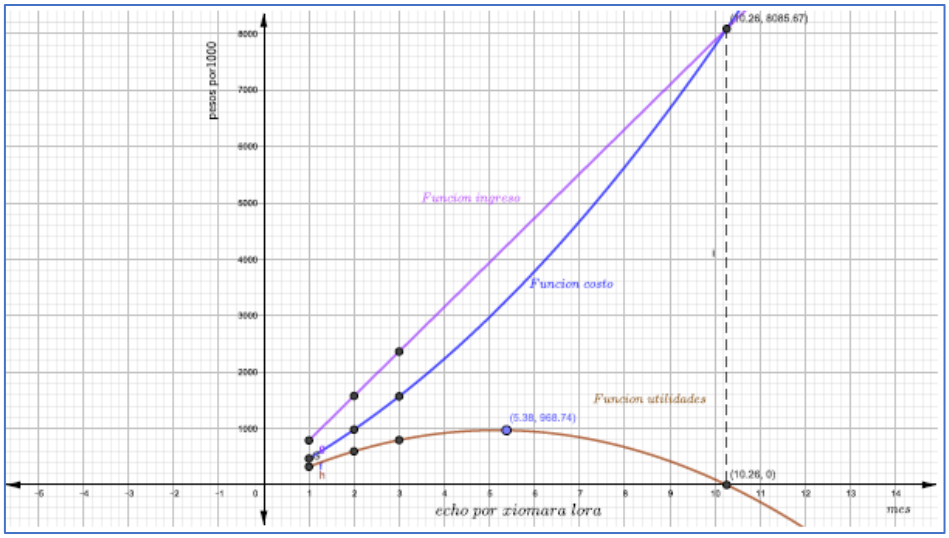
Mes	Utilidad ($)	Utilidad acumulada ($)
1	321000	321.000
2	274000	595.300
3	1995000	794.800
Total	794800	

Fuente: Elaboración propia

De la figura 37 se extrae la representación grafica que corresponde al modelo grafico obtenido (Figura 38) que representa las variaciones del costo, el ingreso y la utilidad que permite extraer conclusiones del resultado de la comercialización de los chocolates durante los tres meses.

Figura 37

Modelo Gráfico de costo, ingreso y utilidad.

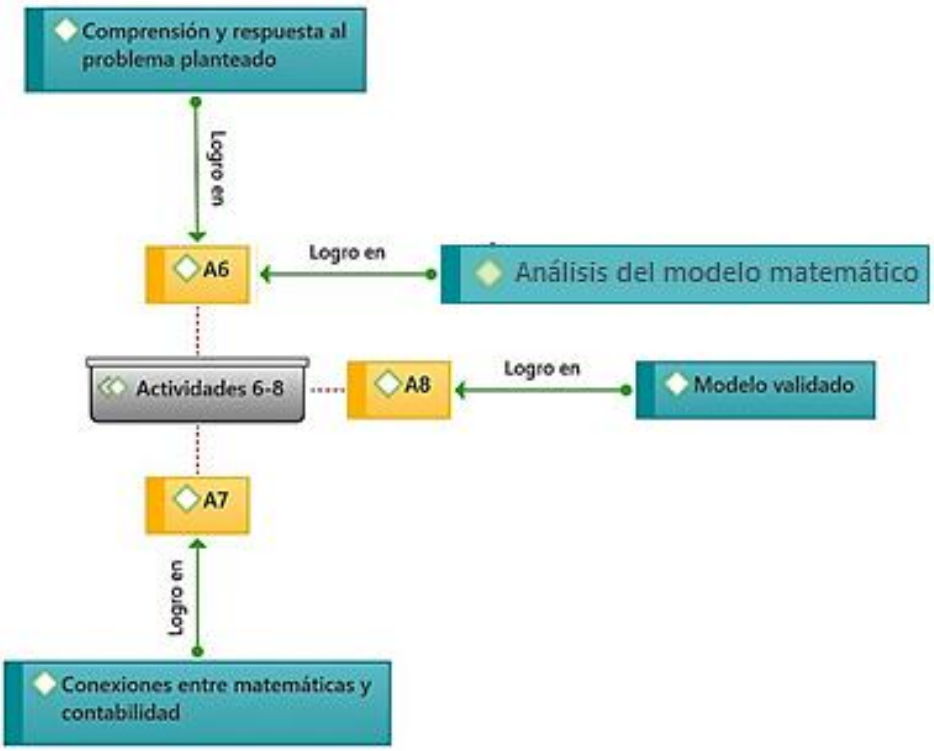


Fuente: Elaboración propia

Finalmente, se realizaron tres actividades que se derivan del proceso de modelación anteriormente expuesto, pues, en ésta se realizó una interpretación del modelo, se extrajeron conclusiones y se validó el mismo, como se muestra en la figura 39.

Figura 38

Logros obtenidos entre las actividades N°6, N°7 y N° 8



Fuente: elaboración propia mediante software ATLAS.ti.

La actividad N°6 se desarrolló en una sola sesión, en ella se hizo el análisis del modelo y se retomaron los interrogantes mediante el cual se planteó la situación problema a modelar. *¿Cuál es la inversión total por las tres estudiantes durante los tres meses?, ¿cuántos son los ingresos obtenidos? ¿Cuánto le donaran al asilo? ¿Cómo varían los costos, los ingresos y las utilidades en estos tres meses y qué relación existe en estas tres magnitudes?*

Luego se analizó también la relación costo-tiempo, ingreso-tiempo, utilidad-tiempo y algunas relaciones entre ingresos costos y utilidades, y otros cambios que se pueden identificar en el modelo.

Las estudiantes respondieron acertadamente los interrogantes planteados, por lo cual, se buscó establecer los fundamentos sobre los cuales hacen sus afirmaciones:

1. ¿Cómo se puede establecer el costo, los ingresos y las utilidades durante 3 meses en el modelo?

E1: *En GeoGebra cuando se pone etiqueta al punto, sale cuánto es.*

E4: *Cuando se pone la etiqueta en el […] la primera […] ¿cómo se llama?*

Interventor: *Componente.*

E4: *Bueno la primera componente el mes y la segunda es el costo, si buscamos costo.*

E11: *Bueno, yo hice, así como las compañeras, pero multipliqué por mil porque al principio no se veía lo mismo, pero me acordé de que se debía multiplicar por mil, ahí fue donde me salió todo y entonces entendí las otras preguntas.*

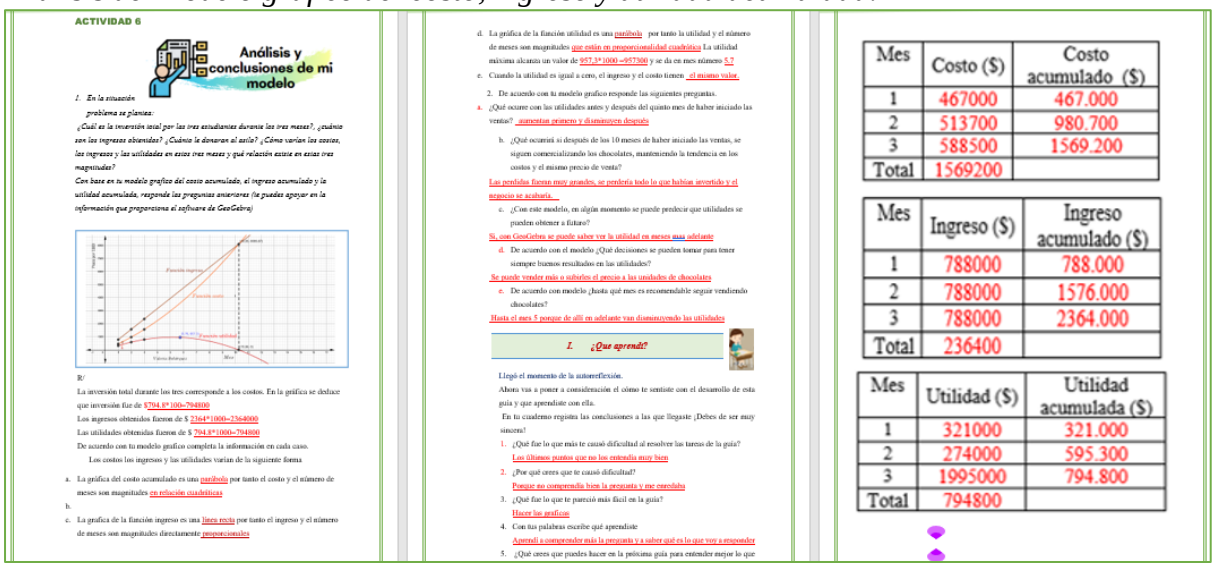
(Diálogo extraído de la actividad 6)

Estas afirmaciones dan muestra de la apropiación conceptual de las estudiantes, así como de las habilidades adquiridas con el uso de GeoGebra, el análisis del modelo y el establecimiento de conexiones. En cuanto al proceso de modelación se realizó el análisis del modelo y respecto a las conexiones se establecieron representaciones alternas cuando las estudiantes hicieron el comparativo de los datos consignados en las tablas con los del modelo

gráfico y reconocieron tendencias en este. Algunos datos representados fueron expresados aritméticamente por medio del algoritmo de la multiplicación (figura 40).

Figura 39

Análisis del modelo gráfico del costo, ingreso y utilidad acumulada.



ACTIVIDAD 6

Análisis y conclusiones de mi modelo

1. En la situación problema se plantea:

¿Cuál es la inversión total por las tres estudiantes durante los tres meses?, ¿cuánto son los ingresos obtenidos? ¿Cuánto le donaron al asilo? ¿Cómo varían los costos, los ingresos y las utilidades en estos tres meses y qué relación existe en estas tres magnitudes?

Con base en tu modelo grafico del costo acumulado, el ingreso acumulado y la utilidad acumulada, responde las preguntas anteriores (te puedes apoyar en la información que proporciona el software de GeoGebra)

R/

La inversión total durante los tres corresponde a los costos. En la gráfica se deduce que inversión fue de $794.8*100=794800

Los ingresos obtenidos fueron de $ 2364*1000=2364000

Las utilidades obtenidas fueron de $ 794.8*1000=794800

De acuerdo con tu modelo grafico completa la información en cada caso.

Los costos los ingresos y las utilidades varían de la siguiente forma

a. La gráfica del costo acumulado es una parábola por tanto el costo y el número de meses son magnitudes en relación cuadráticas

b.

c. La grafica de la función ingreso es una línea recta por tanto el ingreso y el número de meses son magnitudes directamente proporcionales

d. La gráfica de la función utilidad es una parábola por tanto la utilidad y el número de meses son magnitudes que están en proporcionalidad cuadrática La utilidad máxima alcanza un valor de 957.3*1000 =957300 y se da en mes número 5.7

e. Cuando la utilidad es igual a cero, el ingreso y el costo tienen el mismo valor.

2. De acuerdo con tu modelo grafico responde las siguientes preguntas.

a. ¿Qué ocurre con las utilidades antes y después del quinto mes de haber iniciado las ventas? aumentan primero y disminuyen después

b. ¿Qué ocurriría si después de los 10 meses de haber iniciado las ventas, se siguen comercializando los chocolates, manteniendo la tendencia en los costos y el mismo precio de venta?

Las perdidas fueran muy grandes, se perdería todo lo que habían invertido y el negocio se acabaría.

c. ¿Con este modelo, en algún momento se puede predecir que utilidades se pueden obtener a futuro?

Si, con GeoGebra se puede saber ver la utilidad en meses mas adelante

d. De acuerdo con el modelo ¿Qué decisiones se pueden tomar para tener siempre buenos resultados en las utilidades?

Se puede vender más o subirles el precio a las unidades de chocolates

e. De acuerdo con modelo ¿hasta qué mes es recomendable seguir vendiendo chocolates?

Hasta el mes 5 porque de allí en adelante van disminuyendo las utilidades

I. ¿Que aprendí?

Llegó el momento de la autorreflexión.

Ahora vas a poner a consideración el cómo te sentiste con el desarrollo de esta guía y que aprendiste con ella.

En tu cuaderno registra las conclusiones a las que llegaste ¡Debes de ser muy sincero!

1. ¿Qué fue lo que más te causó dificultad al resolver las tareas de la guía?
Los últimos puntos que no los entendía muy bien
2. ¿Por qué crees que te causó dificultad?
Porque no comprendía bien la pregunta y me enredaba
3. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
Hacer los graficos
4. Con tus palabras escribe qué aprendiste
Aprendí a comprender más la pregunta y a saber qué es lo que voy a responder
5. ¿Qué crees que puedes hacer en la próxima guía para entender mejor lo que

Mes	Costo ($)	Costo acumulado ($)
1	467000	467.000
2	513700	980.700
3	588500	1569.200
Total	1569200	

Mes	Ingreso ($)	Ingreso acumulado ($)
1	788000	788.000
2	788000	1576.000
3	788000	2364.000
Total	236400	

Mes	Utilidad ($)	Utilidad acumulada ($)
1	321000	321.000
2	274000	595.300
3	1995000	794.800
Total	794800	

Fuente: extraído de la actividad N°6

En la actividad N°6 las estudiantes enviaron las conclusiones del modelo (figura 40) evidenciando comprensión y una adecuada respuesta al problema planteado, lo cual se observa en la capacidad de dar respuestas acertadas y hacer inferencias a partir de los resultados obtenidos.

La actividad N°7 fue desarrollada en una sesión única en coordinación con el docente de contabilidad, quién propuso realizar el análisis contable de la situación problema planteada mediante un estado de resultado. Esto también se conoce como estado de pérdida y ganancia, cuyo principal rubro es la venta, reflejando así los costos, los ingresos y el resultado final, que es el que indica si hay pérdidas o ganancias.

El estado de resultado en este caso se calculó por medio del aplicativo de Excel (figura 41), a través de una hoja de cálculo en la cual, el docente introdujo las fórmulas requeridas y las estudiantes lo diligenciaron de acuerdo con la apropiación adquirida de los conceptos de

costos, ingresos y utilidades contemplando el período de 3 meses, según se indicó en la situación problema. Las estudiantes, guiadas por este docente desarrollaron exitosamente la tarea propuesta a partir de los conocimientos previamente adquiridos en contabilidad y con los datos organizados para llevar a cabo el proceso de modelación y las conexiones matemáticas. Con esta actividad los estudiantes adquirieron mayor confianza, respecto a los resultados obtenidos, ya que, fue otra manera de comprobarlos.

Figura 40

Estado de resultado a partir de los costos, ingresos y utilidades en 3 meses

ESTADO DE RESULTADO MI STAND DE CHOCOLATE

COSTOS	FEBRERO		
CHOCOLATES	CANDITDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	5.000	170.000
AMARGO	47	3.000	141.000
SEMI-AMARGO	39	4.000	156.000
TOTAL	120	12.000	**467.000**
INGRESOS			
CHOCOLATES	CANTIDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	8.000	272.000
AMARGO	47	6.000	282.000
SEMI-AMARGO	39	6.000	234.000
TOTAL	120	20.000	**788.000**
UTILIDAD			
CHOCOLATES	TOTAL		
BLANCO	102.000		
AMARGO	141.000		
SEMI-AMARGO	78.000		
TOTAL	**321.000**		

COSTOS	MARZO		
CHOCOLATES	CANTIDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	5.500	187.000
AMARGO	47	3.300	155.100
SEMI-AMARGO	39	4.400	171.600
TOTAL	120	13.200	**513.700**
INGRESOS			
CHOCOLATES	CANTIDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	8.000	272.000
AMARGO	47	6.000	282.000
SEMI-AMARGO	39	6.000	234.000
TOTAL	120	20.000	**788.000**
UTILIDAD			
CHOCOLATES	TOTAL		
BLANCO	85.000		
AMARGO	126.900		
SEMI-AMARGO	62.400		
TOTAL	**274.300**		

COSTOS	ABRIL		
CHOCOLATES	CANTIDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	6.500	221.000
AMARGO	47	4.500	211.500
SEMI-AMARGO	39	4.000	156.000
TOTAL	**120**	**15.000**	**588.500**
INGRESOS			
CHOCOLATES	CANTIDAD	PRECIO CAJA	TOTAL
BLANCO	34	8.000	272.000
AMARGO	47	6.000	282.000
SEMI-AMARGO	39	6.000	234.000
TOTAL	120	20.000	**788.000**
UTILIDAD			
CHOCOLATES	TOTAL		
BLANCO	51.000		
AMARGO	70.500		
SEMI-AMARGO	78.000		
TOTAL	**199.500**		

INGRESOS (VENTAS) - COSTOS = UTILIDAD (GANACIAS)

				ANALISIS HORIZONTAL			
ESTADO DE PERDIDA Y GANACIA	FEBRERO	MARZO	ABRIL	VALOR MAR-FEB	VALOR ABR-MAR	% MAR/FEB	% ABR/MAR
INGRESOS (VENTAS)	788.000	788.000	788.000	0	0	0%	0%
COSTOS	467.000	513.700	588.500	46.700	74.800	10%	15%
UTILIDAD (GANACIA)	**321.000**	**274.300**	**199.500**	- 46.700	- 74.800	-15%	-27%

ANALISIS HORIZONTAL

Valor absoluto = Mes 1 - Mes 2

Fuente: extraido de la actividad N°7

En cuanto a la modelación matemática se pudo hacer un comparativo con el modelo gráfico obtenido y el análisis previo realizado sobre el mismo. En relación con las conexiones matemáticas, se estableció la extramatemática de modelado, ya que, se relacionaron los algoritmos aritméticos con la contabilidad y respecto a las conexiones intramatemáticas, se puede considerar que se dan las alternas, al comparar el estado de resultados con el modelo, así como, las equivalentes al compararlos con las tablas de datos antes establecidas. El

análisis horizontal también puede ser comparado con las tendencias que se establecen en el modelo.

Al recoger las impresiones de las estudiantes, se destaca:

E4: "*Todo ha sido muy chévere hemos aprendido cosas nuevas de matemáticas y también ahora de contabilidad.*

E5: "*Profe ¿este año vamos a trabajar así también? porque a mí me gustó así se aprende más*".

E1: "*Profe, muy bueno. Así uno se interesa y aprende y no nos estresamos con tantas evaluaciones".*

Por último, para la actividad N°8 se programó una sesión con las estudiantes para determinar la forma de validar el modelo. Se les explico en qué consiste la validación del modelo según Blomhøj (2004), y la forma de validarlos de acuerdo con Villa-Ochoa (2007). Así pues, se le indicó en qué consiste cada una de las opciones y se sometió a votación, teniendo por unanimidad la decisión de consultar a un experto en las asignaturas de matemáticas o contabilidad. Cumplido ese paso, se les pidió a las estudiantes formular un interrogante para el docente que iba a validar su modelo, teniendo opiniones como:

E2: "*Profe, que si los datos o los valores de la gráfica son los mismos de la tabla"* (E2)

E3: "Si se puede averiguar el valor de cada [pausa] del costo, ingreso y la utilidad en cualquier mes".

E4: "Si la solución del problema con la factura, recibo de caja y todas las operaciones se puede ver en el modelo".

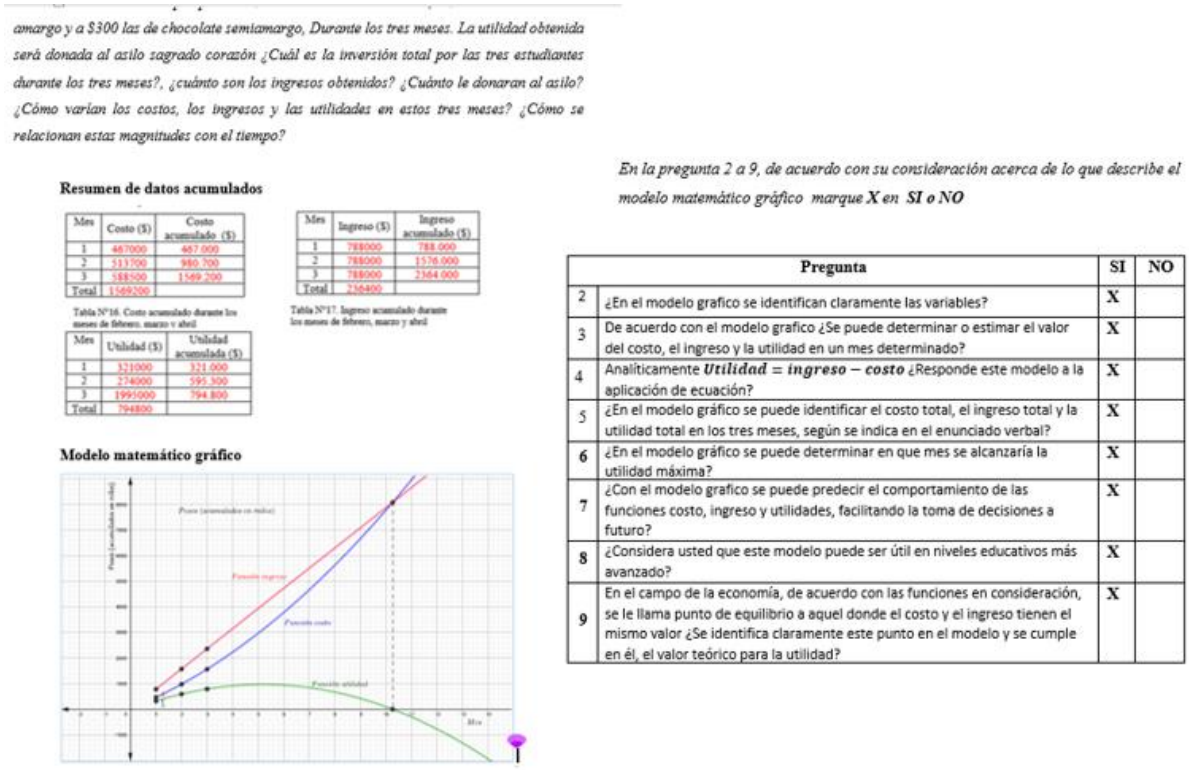
E9: *"Cuando estemos en grado 11 vamos a organizar la feria, yo le preguntaría si este modelo nos puede servir para saber los costos, los ingresos y las utilidades allá"* .

De esta manera, con base en los planteamientos propuestos por las estudiantes y otras preguntas formuladas por el interventor, se elaboró el cuestionario para la validación del

modelo matemático elaborado (figura 42). Dicho cuestionario fue enviado a las estudiantes y cada una de ellas escogió un docente de matemáticas o de contabilidad, contando con un total de cuatro docentes consultados y se les indicó que el modelo se consideraba válido si obtenía 7 o más respuestas favorables. Una vez recibieran respuestas del experto que validaba su modelo debían reenviarlo al interventor.

Figura 41

Cuestionario para validación del modelo



amargo y a $300 las de chocolate semiamargo, Durante los tres meses. La utilidad obtenida será donada al asilo sagrado corazón ¿Cuál es la inversión total por las tres estudiantes durante los tres meses?, ¿cuánto son los ingresos obtenidos? ¿Cuánto le donaran al asilo? ¿Cómo varían los costos, los ingresos y las utilidades en estos tres meses? ¿Cómo se relacionan estas magnitudes con el tiempo?

Resumen de datos acumulados

Mes	Costo ($)	Costo acumulado ($)
1	467000	467.000
2	513700	980.700
3	588500	1569.200
Total	1569200	

Tabla N°16. Costo acumulado durante los meses de febrero, marzo y abril

Mes	Ingreso ($)	Ingreso acumulado ($)
1	788000	788.000
2	788000	1576.000
3	788000	2364.000
Total	2364000	

Tabla N°17. Ingreso acumulado durante los meses de febrero, marzo y abril

Mes	Utilidad ($)	Utilidad acumulada ($)
1	321000	321.000
2	274000	595.300
3	1991000	794.800
Total	794800	

Modelo matemático gráfico

*En la pregunta 2 a 9, de acuerdo con su consideración acerca de lo que describe el modelo matemático gráfico marque **X** en **SI o NO***

	Pregunta	SI	NO
2	¿En el modelo grafico se identifican claramente las variables?	X	
3	De acuerdo con el modelo grafico ¿Se puede determinar o estimar el valor del costo, el ingreso y la utilidad en un mes determinado?	X	
4	Analíticamente $\boldsymbol{Utilidad = ingreso - costo}$ ¿Responde este modelo a la aplicación de ecuación?	X	
5	¿En el modelo gráfico se puede identificar el costo total, el ingreso total y la utilidad total en los tres meses, según se indica en el enunciado verbal?	X	
6	¿En el modelo gráfico se puede determinar en que mes se alcanzaría la utilidad máxima?	X	
7	¿Con el modelo grafico se puede predecir el comportamiento de las funciones costo, ingreso y utilidades, facilitando la toma de decisiones a futuro?	X	
8	¿Considera usted que este modelo puede ser útil en niveles educativos más avanzado?	X	
9	En el campo de la economía, de acuerdo con las funciones en consideración, se le llama punto de equilibrio a aquel donde el costo y el ingreso tienen el mismo valor ¿Se identifica claramente este punto en el modelo y se cumple en él, el valor teórico para la utilidad?	X	

Fuente: extraído de la actividad N°8.

Recibidas las respuestas de los expertos fueron analizadas y se concluyó que todos los consultados consideraron válido el modelo. Sin embargo, uno de los evaluadores del modelo dejó como observación que el modelo no proporciona información para el periodo de tiempo comprendido entre 0 y 1 mes, aunque, se debe considerar que la ausencia de información entre 0 y 1 mes se debe a que la gráfica se realiza con valores discretos y el proceso contable se inicia a partir del primer mes.

En esta actividad se evidencia la apropiación del proceso de modelación, el concepto y comprensión del modelo matemático. En cuanto a las conexiones intramatemáticas, se evidenció el reconocimiento de las alternas, cuando se expresan relaciones entre tablas y modelos gráficos, al relacionar las variables de identificación del modelo en el enunciado verbal y con su ubicación en el modelo gráfico, así como la tendencia de las variables. También se evidencia al reconocimiento de la conexión extramatemática de modelado al asociar o reconocer las relaciones entre ingreso, costo y utilidad en el modelo gráfico (Figura 38).

Con lo expuesto en el desarrollo de las actividades, se corroboró lo propuesto por Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008), quienes consideran la modelación como herramienta que propicia la reflexión. Lo anterior, debido a que las estudiantes a partir del modelo obtenido lograron desarrollar procesos de análisis reflexivos que las llevaron a interpretar y extraer conclusiones adecuadas del modelo (Figura 40).

Teniendo en cuenta los apuntes descritos en las bitácoras se tuvieron varios logros durante la realización de las actividades, pero además de esto, se evidenció cómo en estas tareas de modelación y de acuerdo con cada uno de los subprocesos establecidos en ciclo descrito por Blomhøj (2004), se establecieron y evidenciaron conexiones intramatemáticas de representaciones alternas, de representaciones equivalentes, entre conceptos matemáticos y de procedimiento, entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio que revelan lo planteado por Alsina (2009) en torno a la interrelación de pensamientos matemáticos y procesos matemáticos, así como también conexiones extramatemáticas de modelado; referidas por Flores y García (2017), entre la matemática y contabilidad acorde con lo expuesto por cano (2008) por lo que, se infiere que es posible utilizar la modelación como medio para establecer distintos tipos de conexiones.

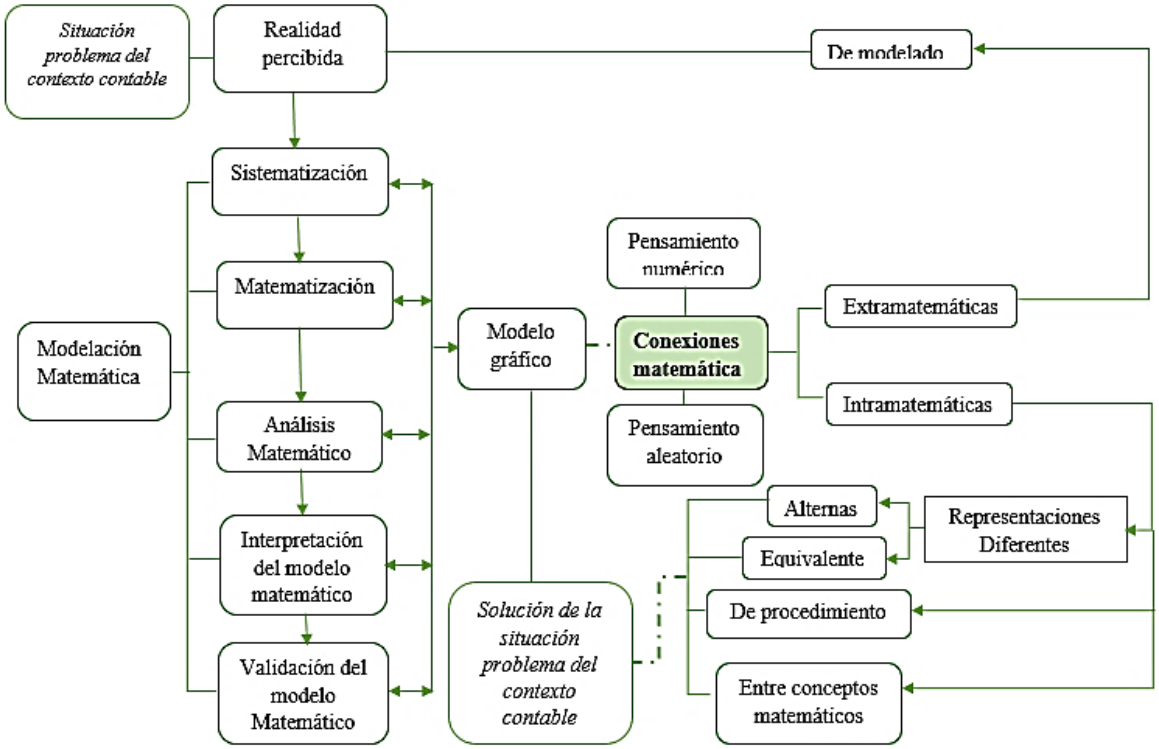
Por otra parte, es importante mencionar que durante la intervención se hizo necesario hacer unas actividades y encuentros adicionales con el fin de afianzar conceptos y procedimientos. En este sentido, se creó un video tutorial sobre el uso del curvígrafo, otro sobre el proceso de para graficar mediante listas de puntos con el software de GeoGebra, se realizó un nuevo encuentro para la explicación de este software a un grupo especifico de estudiantes y se les dio la retroalimentación general de las actividades realizadas; se hizo un acompañamiento permanente en las actividades de trabajo en equipo.

Por lo tanto, teniendo en cuenta las actividades desarrolladas, los logros obtenidos por las estudiantes participantes del proyecto y el proceso en general de la intervención desarrollada, es posible evidenciar las conexiones entre pensamientos matemáticos, entre la matemática y otras disciplinas y entre la matemática y la realidad, utilizando la modelación matemática como un medio para lograrlo.

De esta forma, como producto del proceso investigativo y de intervención desarrollado y los resultados evidenciados a partir de este, se expone a continuación un esquema que representa la síntesis de las actividades y los logros obtenidos a través de ella; además, se representa gráficamente el establecimiento de conexiones entre el pensamiento numérico y aleatorio a través de la modelación matemática (figura 44).

Figura 42

Esquema final de síntesis para la comprensión de conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio a través de la modelación matemática



Fuente: elaboración propia.

Así pues, teniendo en cuenta lo anterior y con base en el análisis de los resultados obtenidos en cada sesión de la intervención se presenta a continuación las conexiones que establecieron las estudiantes en la etapa de aprestamiento (tabla 4) y en cada uno de los subprocesos de modelación relacionadas con las diferentes actividades (tabla 5). Estos resultados están en concordancia con los planteamientos del MEN (2006) que señalan que el proceso de modelación es importante en el establecimiento de conexiones entre pensamientos y de las matemáticas con la realidad.

Es importante reafirmar que la etapa de aprestamiento se hizo necesaria para fortalecer aprendizajes en los que se observó debilidades en la aplicación de la prueba de caracterización. Se llevó a cabo mediante el planteamiento de situaciones realistas sencillas como la actividad N° 1, ayudando en la tienda escolar, la N° 2, percibiendo la realidad contextual y la actividad N° 3 que fue vivencial y de manipulación de material concreto; El stand de chocolate y todas estas actividades se plantearon en un contexto similar al del enunciado realista planteado para

desarrollar el proceso de modelación con el fin de que las estudiantes pudieran hacer una lectura de dicho contexto y percibieran la realidad contenida en él. Por medio de ellas se llevaron a cabo acciones propias de la modelación matemática, pero estuvo más centrada en el establecimiento de conexiones intra y extramatemáticas.

Tabla 6.

Conexiones establecidas en la etapa de aprestamiento.

Conexiones		**Actividad**	**Relaciones establecidas**
Intramatemáticas	**Extramatemática**		
	Modelado	1	• **Conexión entre la Matemática y el mundo real**: las estudiantes relacionaron el plano cartesiano con un estante de la tienda escolar, mediante una situación del contexto comercial y de emprendimiento
	Modelado	2	• **Conexión entre la matemática y el mundo real**, **el contexto comercial y contable**: las estudiantes a partir de un problema con información de carácter matemático, comercial y contable, expresaron la compresión de la realidad mediante un esquema o dibujo. .
Representaciones Alternas		3	• **Conexión entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio**. Las estudiantes expresaron una misma situación por medio de datos numéricos consignados en una tabla y por medio de una representación gráfica.
Representaciones Equivalentes			• **Conexión entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** La constante de proporcionalidad que brinda información para analizar y comprender variaciones en una representación gráfica fue expresada por las estudiantes como una razón y como un número entero.
De procedimiento			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio**. Aplicando el proceso de la división y la multiplicación las estudiantes obtuvieron la constante de proporcionalidad, que es un objeto matemático que facilita la compresión de situaciones aleatorias.

Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
Intramatemáticas	**Extramatemática**		
Entre conceptos			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio**. A partir del análisis tabular o gráfico y del concepto de división y multiplicación las estudiantes establecieron el concepto de constante de proporcionalidad.
	Modelado		• **Conexión entre la matemática y la realidad**. Las estudiantes con el uso de material concreto modelaron la actividad de venta de chocolates en un stand y los datos obtenidos fueron expresados por medio de tablas y gráficos elaborados manualmente y por medio del software de GeoGebra.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7.
Conexiones establecidas a través de tareas de modelación

Subproceso de modelación	Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
	Intramatemática	**Extramatemática**		
Formulación del problema.		Modelado	4	• **Conexión entre la matemática y la realidad**. El enunciado verbal del problema que describe una situación real, fue representado por las estudiantes a través de variables, datos numéricos e incógnitas • **Conexión de la matemática con la contabilidad y el emprendimiento.** EL problema queda formulado por las preguntas *¿Cuál es la inversión total por las tres estudiantes durante los tres meses?, ¿cuánto son los ingresos obtenidos?, ¿cuánto le donaran al asilo?, ¿cómo varían los costos, los ingresos y las utilidades en estos tres*

Subproceso de modelación	Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
	Intramatemática	Extramatemática		
				meses?, ¿cómo se relacionan estas magnitudes con el tiempo? Con estas preguntas, las estudiantes reconocieron cómo las matemáticas se pueden relacionar con los conceptos contables y con el emprendimiento empresarial.
Sistematización		Modelado	4	• **Conexión entre la matemática y la realidad.** Las estudiantes identificaron y establecieron relaciones entre datos relevantes, como cantidad de cajas, número de unidades, costo, y precio de venta. • **Conexión de la matemática con la contabilidad y el emprendimiento.** Las estudiantes reconocieron relaciones entre ingresos, costos y utilidades, estableciendo correspondencia entre las matemáticas, el emprendimiento y la contabilidad.
Matematización	Representaciones alternas		4	• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** Un anunciado verbal con datos numéricos, variables e incógnitas fue expresado por las estudiantes por medio de tablas, gráficas de barra y circular.
	Representaciones equivalentes			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio**. Las estudiantes hicieron deducciones de una misma situación representada mediante tablas de frecuencias, en un gráfico de barras y mediante porcentajes en un gráfico circular.

Subproceso de modelación	Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
	Intramatemática	**Extramatemática**		
	Entre conceptos matemáticos			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** A partir de los datos representados en una gráfica, las estudiantes usaron el concepto de línea recta o línea curva, proporcionalidad y constante de proporcionalidad para explicar la relación entre magnitudes y tendencias. A partir de una gráfica de sectores y de los conceptos de porcentaje y razón, las estudiantes establecen el concepto de probabilidad. .
	De procedimientos			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio**. Las estudiantes, a partir de operaciones básicas obtuvieron la constante de proporcionalidad de la información contenida en una representación gráfica y calcularon cabios en magnitudes. Las estudiantes calcularon probabilidades haciendo uso del proceso de simplificación de fracciones. Con el uso de operaciones básicas las estudiantes calcularon costos, ingresos y utilidades. Por medio del uso de fórmula, las estudiantes calcularon la media aritmética en un conjunto de datos.
		Modelado		• **Conexión de la matemática con la contabilidad y el emprendimiento.** Las estudiantes relacionan la solución matemática del problema con una idea de negoción, expresando los costos, los ingresos y las utilidades en documentos contables como facturas y recibos de caja.
Análisis matemático	Representaciones alternas		5 y 6	• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** Las estudiantes hicieron análisis de datos consignados en tablas y expresados gráficamente.

Subproceso de modelación	Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
	Intramatemática	**Extramatemática**		
	Representaciones equivalentes			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** A partir de cálculos aritméticos, una situación se expresa de dos formas, mediante gráficas de frecuencias absolutas y frecuencias acumuladas.
		Modelado		• **Conexión de la matemática con la contabilidad y el emprendimiento.** • Las estudiantes hicieron deducciones de costos, ingresos y utilidades al hacer el análisis del modelo gráfico obtenido.
Interpretación y evaluación de los resultados.	Representaciones alternas		7	• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** Las estudiantes interpretaron los resultados obtenidos en tablas y gráficas dando respuesta a distintos interrogantes. • Las estudiantes expresaron los resultados mediante tablas, gráficas y expresiones verbales y cantidades numéricas.
	De procedimientos			• **Conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio.** Las estudiantes realizaron operaciones básicas para tabular datos y dar respuestas a interrogantes plateados.
		Modelado		• **Conexión entre la Matemática y la Contabilidad.** Las estudiantes expresan todo el proceso matemático aplicado en la solución del enunciado realista planteado por medio de un estado de resultado y lo comparan con el modelo gráfico • **Conexión entre la Matemática y la realidad**. A partir del modelo obtenido, las estudiantes hicieron conjeturas, estimaciones cálculos y deducciones acerca de la aplicabilidad de este modelo en una idea de negocio (comportamiento de los costos, los ingresos y las utilidades en el presente y en el futuro)

Subproceso de modelación	Conexiones		Actividad	Relaciones establecidas
	Intramatemática	Extramatemática		
Evaluación y validación del modelo		Modelado	8	• **Conexión entre la Matemática y la realidad**. Las estudiantes expusieron sus ideas para alcanzar la validación del modelo, es decir plantearon formas de validar el modelo respecto a la aplicación en la realidad. Plantearon interrogantes que fueron respondidos por docentes de matemáticas y contabilidad, de lo cual dedujeron las conclusiones finales.

Fuente: Elaboración propia

4.4.Valoración de la propuesta de intervención

Con el fin de valorar la propuesta de intervención, se evaluó el impacto de las tareas de modelación matemática en el establecimiento de conexiones entre el pensamiento numérico y pensamiento aleatorio, para lo cual se utilizó el portafolio (Ver anexo 10). Este portafolio incluye una rúbrica con la escala de valoración institucional de la IED Magdalena y permitió distinguir fortalezas y debilidades de las estudiantes en cada subproceso de modelación, considerando como criterio los indicadores de desempeño definidos en la Tabla 3. De esta manera, las fortalezas incluyen los desempeños superiores (S), altos (A) y básicos (Bs), mientras que, las debilidades se refieren al desempeño bajo (Bj) (Ver anexo 3). Lo anterior posibilitó evaluar el proceso de intervención a través de la autoevaluación y la heteroevaluación, describiendo las fortalezas de las estudiantes, así como sus debilidades, lo cual se hace desde la perspectiva de las estudiantes y la perspectiva del docente interventor. Al final de la intervención se hizo un conversatorio de cierre con dos estudiantes y una madre de familia quienes fueron voluntarias para comentar su experiencia en el proyecto.

El proceso de evaluación se ilustra a continuación mediante un mapa de color (tabla 5), el cual, presenta la heteroevaluación y la autoevaluación del proceso, permitiendo visualizar el desempeño general e individual de las estudiantes por cada subproceso de modelación.

Tabla 8.

Autoevaluación y heteroevaluación

	Aprestamiento/Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Heteroevaluación	Actividades de aprestamiento	S	A	Bs	S	A	A	A	S	S	Bs	A

	Subproceso de modelación/Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Heteroevaluación	Formulación	S	A	A	S	A	A	A	S	S	Bs	S
	Sistematización	A	Bs	A	A	Bs	NR	A	A	S	Bs	S
	Matematización	S	A	A	S	Bs	NR	S	Bs	S	A	S
	Análisis matemático	A	A	Bs	A	Bs	NR	A	Bs	S	Bs	S
	Interpretación	A	A	A	S	Bs	NR	A	Bs	S	A	S
	Validación	S	S	A	S	A	NR	S	Bs	S	A	S

	Actividades de aprestamiento/Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Autoevaluación		S	A	Bs	S	NR	NR	A	NR	S	NR	S

	Subproceso de modelación/Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Autoevaluación		S	A	Bs	S			A		S		S
	Formulación	S	A	A	S	NR	NR	S	NR	S	NR	A
	Sistematización	A	Bs	S	S			A		S		S

	Matematización	S	A	A	A		S		A		S
	Análisis matemático	A	A	S	A		A		S		A
	Interpretación	A	A	A	S		A		S		S
	Validación	S	S	A	S		S		S		S

Fuente: elaboración propia

Al comparar los resultados de la autoevaluación y heteroevaluación presentados en la Tabla 5 se puede observar que las valoraciones de las estudiantes y el docente coinciden en la mayoría de los subprocesos. Esto es un indicio de objetividad frente a la evaluación y puede estar relacionado con la claridad de los ítems presentados en la rúbrica y la retroalimentación constante que se hizo durante toda la intervención a las participantes. La estudiante E6 no continuó su participación en el desarrollo de la propuesta de intervención por falta de conectividad, por lo cual su rendimiento no fue valorado después del subproceso formulación del problema. Aproximadamente la mitad de las estudiantes tuvo amplias fortalezas durante la intervención, mientras que las demás adquirieron al menos un desempeño básico en cada uno de los subprocesos de modelación matemática.

Por otra parte, con el fin de definir en qué medida tuvo impacto el proyecto en las estudiantes, se estableció la comparación individual de las mismas al inicio de la intervención y al finalizarla. Para esto se tomó como insumo la evaluación obtenida en el proceso de caracterización inicial donde se resaltan fortalezas (F) y debilidades (D).

Tabla 9.

Comparación entre la prueba de caracterización y el desempeño final

Heteroevaluación	Subproceso /Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
	Sistematización	A	Bs	A	A	Bs	NR	A	A	S	Bs	S
	Matematización	S	A	A	S	Bs	NR	S	Bs	S	A	S

Prueba de caracterización	Análisis matemático	A	A	Bs	A	Bs	NR	A	Bs	S	Bs	S
	Interpretación	A	A	A	S	Bs	NR	A	Bs	S	A	S
	Validación	S	S	A	S	A	NR	S	Bs	S	A	S
	Subproceso /Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
	Sistematización	F	D	D	F	F	NR	F	D	F	F	F
	Matematización	F	D	D	D	D	NR	D	D	F	D	F
	Análisis matemático	F	F	F	F	D	NR	F	F	F	D	F
	Interpretación	F	D	D	F	D	NR	F	D	F	D	F
	Validación	F	D	D	F	D	NR	F	D	F	D	F

Fuente: Elaboración propia

La tabla 6 muestra que en general se mejoró significativamente el rendimiento de las estudiantes al pasar por este proceso de intervención. De esta manera se destaca el rendimiento de las estudiantes E2, E3 y E10 quienes pasaron de tener debilidades en la mayoría de los subprocesos, a lograr desempeño superior o alto. También se observa en la tabla 6 que las estudiantes E5 y E8 pasaron de tener debilidades a fortalecer sus procesos en un nivel básico. La única estudiante que no respondió la prueba de caracterización fue quien no continuó en el proceso de intervención.

En relación con estos resultados, se resalta las coincidencias con los planteamientos de Hein y Biembengut (2006), quienes consideran que utilizar la modelación matemática como método para el proceso de enseñanza-aprendizaje favorece el entendimiento de los estudiantes en cuanto a los conceptos matemáticos. Así pues, los resultados anteriores, incluyendo la descripción de conexiones que se presentó en la tabla 4, muestran que las

estudiantes tuvieron mejor desempeño después de trabajar tareas de modelación matemática y las debilidades presentadas inicialmente se transformaron en fortalezas en cuanto a la modelación como al establecimiento de conexiones matemáticas. Esto representa un acercamiento al reconocimiento de la modelación como proceso que posibilita las conexiones matemáticas entre el pensamiento numérico y el aleatorio.

Finalmente, dentro del proceso de valoración se tuvo un conversatorio con dos estudiantes y una madre de familia (Anexo 11) sobre su percepción general acerca de la propuesta de intervención. Las estudiantes manifestaron sentirse felices al participar del proyecto, debido a que nunca habían tenido actividades de ese tipo; además, mencionaron que las actividades superaron sus expectativas, pues los aprendizajes fueron importantes y los temas novedosos. Se resaltó también que los títulos de las actividades fueron llamativos, generando interés en los contenidos y orientando la temática. Al respecto, Villa-Ochoa (2007) plantea que, la modelación promueve una dinámica distinta dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que, genera altos niveles de motivación, tal y como sucedió en esta propuesta de intervención.

Por otro lado, las estudiantes manifestaron que nunca habían escuchado las expresiones: modelo matemático, conexiones matemáticas, pensamientos numéricos y aleatorios y comentaron que no sacarían de su portafolio, ninguna de las actividades desarrolladas en la intervención realizada y que de tener la necesidad de excluir alguna, por ningún motivo eliminarían la actividad de creación del modelo y la de rectas en el plano cartesiano. Al respecto, Villa-Ochoa (2007) plantea que este tipo de prácticas, apoyadas en herramientas útiles en forma significativa ofrecen apoyo en el aprendizaje de un contenido matemático.

Igualmente, las estudiantes resaltaron el uso de GeoGebra dentro del proceso de aprendizaje, pues argumentaron que no conocían la aplicación y que el uso de ésta las motivó durante el transcurso del desarrollo de las actividades. Lo anterior coincide con los

argumentos de Ospina (2014) cuando menciona que el uso de GeoGebra en las actividades favorece la motivación de los estudiantes y genera un impacto positivo en su nivel de conocimiento. Sobre el particular, Barón (2020) plantea que es fundamental que estas aplicaciones sean utilizadas por los docentes para orientar gradualmente a los estudiantes desde las etapas más tempranas, pues, de esta forma se logran consolidar los aprendizajes. En este sentido, el uso de GeoGebra con las estudiantes del grado séptimo en esta propuesta de intervención es considerado, desde esta perspectiva, como un acierto.

Por otra parte, la madre de familia que participó en el conversatorio destacó la utilidad del proyecto de intervención, porque permitió la orientación de las estudiantes en la adquisición de nuevos conocimientos. En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las temáticas, resaltó que su acudida solía estar expectante de las actividades y que el proyecto promovió su sentido de investigación; asimismo, mencionó que generalmente en las asignaturas y actividades escolares no utilizan esta metodología, por lo cual, propuso que éstas fueran utilizadas no solo en matemáticas sino en las otras áreas donde fuera viable. Por último, es importante mencionar que la madre de familia señaló que una fortaleza del proceso de intervención fue que generó espacios de integración familiar, ya que, la estudiante realizó la actividad práctica de ventas en compañía de sus familiares y todos se involucraron activamente en este proceso.

5. CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

5.1. Conclusiones

Partiendo del análisis del proceso de intervención y los resultados obtenidos en este proceso, es posible concluir que se alcanzaron todos los objetivos del proyecto. En este sentido, se describen brevemente las conclusiones del proyecto orientadas por cada objetivo planteado. Se resalta el hecho de que se pudo evidenciar que se establecieron conexiones entre el pensamiento numérico y el aleatorio usando como medio la modelación matemática; igualmente, teniendo en cuenta el contexto contable de la institución se hicieron conexiones entre las matemáticas y la contabilidad y entre las matemáticas y el mundo real.

Partiendo de un proceso diagnóstico, se identificaron las conexiones que las estudiantes realizaban inicialmente. Además, se pudo evidenciar que al ingresar al nivel de media técnica, las estudiantes no cuentan con los conocimientos básicos para comprender modelos, tanto matemáticos como contables, pese a que en los grados precedentes a la educación media se cursan asignaturas relacionadas con la contabilidad. Lo anterior fue corroborado por la entrevista realizada a la docente del área comercial y la prueba de caracterización, donde, en general, menos de la mitad de las estudiantes establecieron de forma adecuada conexiones matemáticas. También se identificó la falta de algunos saberes previos, y la poca familiaridad que las estudiantes tenían con actividades que propiciaban la participación activa de ellas. Se promovió el diseño de actividades de aprestamiento, a partir de un enunciado verbal realista que no fue abordado en su complejidad sino en aspectos graduales con el propósito de que las estudiantes lo comprendieran mejor, a la vez que se iba dando respuestas a formulaciones que facilitaron el entrenamiento para abordar los subprocesos de modelación.

En cuanto al diseño de la propuesta de intervención se consideró una estrategia didáctica basadas en la modelación matemática, que facilitó la conexión entre los pensamientos numérico y el aleatorio. Se puede afirmar, que se logró establecer conexiones entre el

pensamiento numérico y el aleatorio a partir de una secuencia didáctica donde se plantearon ocho (8) actividades, las cuales debido a la contingencia ocasionada por el COVID-19 se construyeron en guías de aprendizaje basadas en la silueta propuesta por el MEN. Estas guías posibilitaron que las actividades fueran atractivas y motivaran a las estudiantes para su realización.

Durante este proceso de intervención se presentaron problemas de conectividad y en algunos casos se reforzaron las actividades con encuentros extras que tenían por objetivo resolver dudas e inquietudes y fortalecer algunos subprocesos de modelación y conexiones matemáticas. Igualmente, en esta intervención se logró que las estudiantes aprendieran a usar adecuadamente el software GeoGebra en la simulación gráfica de situaciones, lo cual, fue de mucha utilidad para continuar con el proyecto de forma efectiva. Además, se cumplieron los objetivos de cada una de las guías propuestas. Cabe mencionar que al final de la intervención una niña no continuó en el proceso debido a problemas de conectividad.

Finalmente, se logró determinar que las actividades empleadas durante todo el proceso lograron impactar positivamente a las estudiantes, lo cual se pudo evidenciar en la comparación de la prueba de caracterización inicial con la rúbrica de desempeños finales. En esta comparación se apreció que en aquellos subprocesos donde las estudiantes tuvieron debilidades inicialmente, se logró impactar de forma que al finalizar la intervención fueron señalados como fortalezas.

Los logros alcanzados por las estudiantes ponen de manifiesto la relevancia de las tareas de modelación matemática expuestas por Villa-Ochoa, Castrillón y Sánchez (2017). En este caso se planteó una situación expresada mediante un enunciado verbal realista del contexto de contabilidad a partir del cual se obtuvo un modelo gráfico, simulado mediante el software de GeoGebra. La búsqueda de las respuestas de las estudiantes en torno a esta situación generó una serie de acciones guiadas por el interventor quien propone dicha tarea siguiendo

los escenarios propuestos por Barbosa (2001), y atendiendo a los subprocesos de modelación señalados en el ciclo de Blomhøj (2004). En los cuatro primeros subprocesos de modelación (planteamiento del problema, sistematización, matematización y análisis del sistema mate matemático), se establecieron conexiones intramatemáticas de procedimientos, entre conceptos matemáticos, de representaciones equivalentes y de representaciones alternas. Este hallazgo está de acuerdo con las investigaciones de Flores y García (2017). Además, se coincide con Alsina (2009) quien señala este tipo de interrelaciones entre procesos y pensamientos matemáticos, así como también el establecimiento de la coherencia horizontal entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio indicada por el (MEN, 1998; 2006).

Por otra parte se evidenció el establecimiento de conexiones extramatemáticas de modelado por parte de las estudiantes, lo cual coincide con los planteamientos de Flores y García (2017). De igual manera se establecieron conexiones entre la matemática y la contabilidad, puesto que en el desarrollo de los subprocesos en mención, se establecieron relaciones entre objetos matemáticos y comerciales tales como el empleo de algoritmos matemáticos para el diligenciamientos de documentos contables como facturas y recibos de caja; cuyos resultados fueron representados en tablas, lo cual dio paso a la elaboración de un modelo matemático gráfico, en términos de Villa-Ochoa (2007), en el que se evidencia variaciones del costo el ingreso y la utilidad, lo que se interpreta, según Cano (2008) y Canavary (2017), como un modelo matemático contable.

Una vez elaborado el modelo matemático gráfico, se dio paso al quinto y sexto subproceso de modelación (interpretación y validación), donde las estudiantes dieron respuestas al planteamiento de la situación problema y probaron su validez en la realidad a partir del concepto dado por varios expertos en el reconocimiento del contexto de dicha situación completándose el ciclo establecido por Blomhøj (2004).

Por último, la información obtenida a lo largo del desarrollo del proceso fue expresada por medio de un estado de resultado, según lo plantea Cevallos, Dávila y Mantilla (2015), el cual es totalmente coherente con los resultados del modelo matemático grafico obtenido.

Por lo expuesto y de acuerdo con los resultados encontrados se concluye que es apropiado utilizar el proceso de modelación como un medio para el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas en un contexto de contabilidad.

5.2. Recomendaciones

En el recorrido de la intervención se logró identificar las fortalezas y debilidades del proceso, así como, las oportunidades que surgieron a partir del mismo. En este sentido, se plantean a continuación una serie de recomendaciones, las cuales están orientadas hacia la IED Magdalena y las futuras intervenciones o investigaciones que tengan un objetivo similar al planteado en este proyecto.

A partir de lo encontrado se recomienda a la institución:

- Debido a la emergencia sanitaria del COVID-19, la secuencia didáctica mediante la cual se planeó la intervención, no pudo ser aplicada tal y como se ideó, por tanto, es recomendable aplicarla en la modalidad de educación presencial, a una muestra más amplia de estudiantes del grado séptimo.
- Con el empleo del software de GeoGebra y el aplicativo de Excel, la población intervenida mejoró su rendimiento académico; particularmente al realizar conexiones intramatemáticas y extramatemáticas a través de la modelación, pero fueron notables los limitantes de varias de las participantes por falta de recursos tecnológicos, por tanto, es pertinente que la institución disponga dispositivos y medios de conectividad para para el uso de estas y otras herramientas TIC en el desarrollo de los aprendizajes de las matemáticas.

Desde otra perspectiva se recomienda tener en cuenta los siguientes aspectos para futuras intervenciones o investigaciones que sean similares a esta:

- A través de del desarrollo de las actividades propuestas en este proyecto de intervención, se pudo evidenciar que el uso de la modelación favoreció el establecimiento de conexiones intramatemáticas entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio y extramatemáticas en un contexto de contabilidad, por tanto, se sugiere emplear la modelación como medio de conexión entre otros pensamientos matemáticos y en otros contextos o bien disponer de otros procesos matematemático para conectar otros pensamientos.
- La población intervenida, mostró avances a lo largo de todo el proceso, al realizar conexiones entre el pensamiento numérico y el pensamiento aleatorio en la medida que se desarrollaron los subprocesos de modelación, en consecuencia, se propone realizar intervenciones similares en los niveles y grados precedentes y siguientes al grado séptimo de educación básica secundaria.
- Con el empleo del software de GeoGebra y el aplicativo de Excel, se motivó la participación de las estudiantes, mejoró su comprensión conceptual y el establecimiento de conexiones intramatemáticas y extramatemáticas por lo cual es recomendable explorar otras herramientas TIC, que sirvan como apoyo para el desarrollo de aprendizajes de mayor y menor complejidad que los tratados en este proyecto de intervención.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acta de reunión del área de matemáticas (2019). Acta de reunión del área de matemáticas de la IED Magdalena.

Alcaldía de Santa Marta (2021). Geografía de Santa Marta. Recuperado de: https://www.santamarta.gov.co/geografia

Albert, M. J. (2007). *La Investigación Educativa: Claves Teóricas.* Madrid: McGraw-Hill.

Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 119- 127). Santander: SEIEM

Barbosa, J. (2001). Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores. Tesis Doctoral. Universidade Estadual Pulista

Barón, G. (2020) *Modelación matemática mediada por el software GeoGebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental.* (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José De Caldas.

Barragán, R. (s.f.) El portafolio, metodología de evaluación y aprendizaje de cara al nuevo Espacio Europeo de Educación Superior. Una experiencia práctica en la Universidad de Sevilla. *Revista latinoamericana de tecnología educativa. 4(1) pp. 121-140.* Recuperado de: https://relatec.unex.es/article/view/189/179

Barraza, A. (2010). *Propuestas de intervención educativa.* México: Universidad Pedagógica de Durango.

Blomhøj, M. (2004) Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K.

(Eds.) International Perspectives on Learningand Teaching Mathematics. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159.

Blum, W. & Leiß, D. (2005). "Filling Up"– the Problem of Independence-preserving Teacher Interventions in Lessons with Demanding Modelling Tasks. (To appear in*) Proceedings of the 4th European Congress of Mathematics Education,* in St. Feliu de Guixols, Spain, Feb 16-22, 2005.

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Insight into teachers' unconscious behaviour in modelling contexts. *Modelling students' modelling competencies*, 423-432.

Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31(1), 99-118.*

Bressan, A., Zolkower B., & Gallego, M. (2005). Los principios de la educación matemática realista. Reflexiones teóricas para la educación matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S., y Zolkower, B. (2016) *Educación matemática realista, bases teóricas.* GPDM: Argentina. Recuperado de: http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoria_EMR-Final.pdf

Businskas, A. (2008). Conversations About Connections: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. Tesis de Doctorado. Simon Fraser University, Canada.

Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, 9(2), 67-84. Recuperado de: https://www.redalyc.org/html/2740/274046804005/

Canavari, F. (2017) Matematización de la contabilidad "Contabilidad matricial". *Universidad y cambio, 2(2) pp. 22-32*. http://www.uajms.edu.bo/revistas/wp-content/uploads/2017/09/Univ-y-Cambio-2017-1.pdf

Cano, A. (2008) preludio histórico de la contabilidad y su analogía directa con la modelación matemática. *Revista Universo Contábil, 4(4) pp. 112-125.* Recuperado de: https://gorila.furb.br/ojs/index.php/universocontabil/article/view/1063/780

Cano, A., y Restrepo, C. (2019). Desarrollo Del Pensamiento Contable A Través De Las Mediaciones Semióticas E Iteracciones Con Los Modelos Matematicos. *Global Journal Of Management And Business Research. 19(3),* Recuperado de; https://journalofbusiness.org/index.php/GJMBR/article/view/2812

Cardenas, R., Piamonte, S. y Gordillo-Catellanos, P. (2017) Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. *Pensamiento y Acción (23), pp. 31-48*

Cevallos, M., Dávila, P. y Mantilla, D. (2015) *Contabilidad general para docentes y estudiantes del nivel superior.* Ed. Raya Creativa.

Chárriez, M. (2012). Historias de vida: Una metodología de investigación cualitativa. *Revista Griot, 5*(1), 50−67.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.* Porto Alegre: Penso Editora.

Córdoba, F. (2011) La modelación matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería. Tesis de maestría. Instituto Politécnico Nacional: México.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. (2012). La investigación cualitativa como disciplina y como práctica. En N. K. Denzin, & Y. Lincoln (Edits.), *Manual de investigación cualitativa, vol. 1: El campo de la investigación cualitativa* (pág. 43−102). Barcelona: Gedisa.

De Gamboa, G. y Figueiras, L. (2014) Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau

y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 337-344). Salamanca: SEIEM

Díaz-Barriga, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Comunidad de conocimiento UNAM. Recuperado de: http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf

Díaz, V. y Pérez, I. (2016). Uso de gráficas en una situación de modelación del movimiento en matemática en la enseñanza secundaria en Chile. *Paradígma, 37(1), 161-180.*Recuperado de: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S10112251201600010009&lng=es&tlng=es.

Elichiry, N. (2009). Escuela y aprendizajes: Trabajos de psicología educacional. Buenos Aires: Manantial

Evitts, T. (2004). Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula. Unpublished doctoral dissertation. Pennsylvania State University College of Education. EE.UU.

Fals-Borda, O. y Anisur, M. (1988) Romper el monopolio del conocimiento, situación actual y perspectivas de la Investigación-Acción-Participativa en el mundo *Análisis politico, (5) pp. 46-54.*

Font, V. y Godino, J. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato.

Flores, C. & García, J. (2017). Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: un Estudio de Casos en el Nivel Superior. *Bolema, Rio Claro (SP), 31(57) p. 158 – 180.* Recuperado de:

http://200.4.134.60/bitstream/handle/uagro/964/ART_6385_2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Paises Bajos: Riedel Publishing Company, Dordrecht.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* Paises Bajos: China Lectures, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

García, J. (2018) *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario*. (Tesis de doctorado) Universidad Autónoma de Guerrer.

Garnica, A. V. (2004). História oral e educação matemática. En J. d. Araújo, & M. d. Borba, *Pesquisa qualitativa em educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica.

Giraldo, F. (2017). *Pensamiento aleatorio en los educandos del grado sexto de educación básica secundaria de la institución educativa Nuestra Señora de Fátima ciudadela la María* (Tesis de maestría) Universidad del Cauca.

Giordano, F., Weir, M., & Fox, W. (1997). *A first course in mathematical modeling*. London: Brooks.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* La mediana: Granada. Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf

Grueso, L (2017). *Propuesta didáctica a través de la modelación matemática en matemática financiera para los estudiantes de ciencias empresariales de UNIAJC.* (Tesis de maestría) Universidad Tecnológica de Pereira, Cali. Hernandez, R., Fernández , C., & Baptista , M. (2014). *Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.

Heuvel-Panhuizen, M. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. *Correo del*

*maestro, 161, 20-38*Hein, N., Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. En M. Murillo (presidente), Memorias del V festival internacional de matemática. (pp 1-25). Puntarenas: Colegio universitario de Puntarenas.

Huincahue-Arcos, J., Borromeo-Ferri, R., y Mena-Lorca, J. J. F. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias*, *36*(1), 0099-115.

Hoyos, O. (2014) *Diseño de estrategias para la construcción de una unidad didáctica que permita la movilización en el pensamiento numérico de la noción de exponenciación en el conjunto de los números naturales, hacia su conceptualización a través de los mediadores didácticos: tabla de multiplicar de doble entrada, multifichas y geoplano, con los estudiantes del grupo 5-01 de la I.E. León XIII del municipio de el peñol.* (Tesis de maestría) Universidad Nacional de Colombia.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES] (2018) *Resultados del cuatrienio.* Colombia: ICFES.

Jaramillo, J. y Quintero, D. (2014) *Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el Hormiguero.* (Tesis de maestría) Universidad Libre, Santiago de Cali.

Lesh, R. & Doerr, H. (Eds.) (2003). *Beyond Constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.

Naranjo, S. (2017) *Universidad didáctica para promover el desarrollo de las competencias comunicación y representación del pensamiento aleatorio y sistema de datos en primaria.* (Tesis de Maestría) Universidad de ICESI

Mancera, G. y Camelo, F. (2020). Un panorama de la modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa entre 2012 y 2015. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias, 15(2), 251-267*

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en Colombia.* Colombia: Ministerio de Educación

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares de competencias.* Colombia: Ministerio de Educación

Ministerio de Educación Nacional (2015). *Derechos básicos de aprendizaje.* Colombia: Ministerio de Educación

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos básicos de aprendizaje.* Colombia: Ministerio de Educación

Murcia, M. E., & Henao, J. C. (2015). Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. *Entre Ciencia e Ingeniería, 9(18), 23-30.*

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston: NTCM

Ospina, M (2014). *Estudio del número áureo con modelación y geogebra aplicados a segundo grado de secundaria (*Tesis de maestría) Tecnológico de monterrey.

Perez-Vera, I. (2015) *Caracterización de los usos estudiantiles de figuraciones ante un fenómeno de variación de tiempo y distancia como medio de construcción de un modelo gráfico en matemática en la enseñanza secundaria*. (Tesis de Magister) Universidad de los lagos.

Plan de estudio (2019). Plan de estudio de matemáticas de la IED Magdalena.

Proyecto Educativo Institucional [PEI] (2015). Proyecto Educativo Institucional de la IED Magdalena: Objetivos institucionales.

Ramírez, E. (2019) Modelación matemática en contabilidad. *Revista Boletin Redipe 8 (8), 107-126.*

Reyes, P. (2012). *Caracterización del pensamiento matemático - escenarios con estudiantes universitarios y de liceo utilizando temas de la teoría de grupos.* Tesis doctoral. Universidad de Augsburgo, Alemania.

Rico, L. (1996). Pensamiento numérico. Universidad de Granada, España. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/464/1/RicoL96-41.PDF

Romero, I. (2003). Representación y comprensión en pensamiento numérico. En *Cuarto Simposio de la sociedad española de investigación en Educación Matemática* (pp. 35-46). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Rodríguez, M. (2015) Análisis de los procedimientos contables aplicados en la asociación "Movimiento comunal nicaragüense de Matagalpa (MCN)" en el año 2014. (Tesis de maestría) Universidad nacional autónoma de Nicaragua.

Sánchez, J., & Rendón, M. (2019). La evaluación en la modelación matemática. Una revisión crítica de literatura. Conferencia interamericana de educación matemática. Medellín, Colombia

Suárez, (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción colaboradora en la educación. *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, 1(1) pp. 40-56. http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen1/REEC_1_1_3.pdf*

Treffers, A (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in Mathematics Education:* The Wiskobas Project. Dordrecht: Kluwer. USA

Vanegas, J., & Henao, S. (2013). Educación Matemática Realista: la modelación matemática en la producción y uso de modelos cuadráticos. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguaya (Ed.), VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 2883-2890). Montevideo, Uruguay: SEMUR.

Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. Tecnológicas. Pp. 63-85. Recuperado de: https://core.ac.uk/download/pdf/12341478.pdf

Villa-Ochoa, O., Bustamante, C., M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. *A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos*. Curso dictado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

Villa-Ochoa, J., Castrillón, A.,y Sánchez, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural, 18(36), 219-251.*

Villa-Ochoa, J., González, D. & Carmona, J. (2018). Modelación y Tecnología en el Estudio de la Tasa de Variación Instantánea en Matemáticas. *Formación universitaria, 11(2), 25-34.*

Villalón, J. G., & Barbeito, J. M. (2010). Sobre los Modelos Matemático–Financieros para la Valoración de los Derivados Financieros. Anales de ASEPUMA, (18), 11.

Villarini, A. (2003). Teoría y Pedagogía del pensamiento crítico. *Perspectivas psicológicas, 3 (4) pp. 35-42.*

ANEXOS

Los anexos están en un archivo de formato PDF, el cual se adjunta a este documento. De igual manera se relacionan a continuación mediante enlaces con el drive.google.com

Anexo 1. Prueba de caracterización aplicada a los estudiantes

https://drive.google.com/drive/folders/1zAsUp1C6F1KJNuLNl_M-N1dTvwyVVDBd?usp=sharing

Anexo 2. Acta de reunión de área

https://drive.google.com/file/d/1JbuqldT-B-H23A7-0GhAn41f_rx1waR-/view?usp=sharing

Anexo 3. Rúbricas de evaluación

https://drive.google.com/file/d/1P8x1mxeVskSFaFIMt1NOaWGmeht-pEuR/view?usp=sharing

Anexo 4. Consentimiento informado

https://drive.google.com/file/d/1Z0YPNktW5VFQvDBno0RoCQuWLE5W60FL/view?usp=sharing

Anexo 5. Oficio de aceptación de la propuesta

https://drive.google.com/file/d/1Ojuf3sPLhjKv6AQz6HUM3KCw9nsSz0tG/view?usp=sharing

Anexo 6. Entrevista a docente del área comercial

https://drive.google.com/file/d/1XRUy0ciOd4AGOVLWtBDda0_M5N2HNlSD/view?usp=sharing

Anexo 7. Secuencia didáctica

https://drive.google.com/file/d/13yCsUPABwGrhvDeT-M3ksEaF10oXKuBG/view?usp=sharing

Anexo 8. Guías de aprendizaje

https://drive.google.com/drive/folders/1zXDoUCETY6VspODzr7ZsyvZeDro91j4H?usp=sharing

Anexo 9. La bitácora

https://drive.google.com/file/d/1e9KnRF2KIKsz8S9Qh-vOkol7ZaQmk90q/view?usp=sharing

Anexo 10. Portafolio

https://drive.google.com/file/d/1NjkDcke4ncPSmY6gwIV1GvfZjotMFcV9/view?usp=sharing

Anexo 11. Conversatorio con estudiantes y padres de familia

https://drive.google.com/file/d/11L1fka8yqOIRpSu_53yfu7qv9vE--5oX/view?usp=sharing