

**Resolución de Problemas para el Desarrollo del Pensamiento Espacial Métrico en  
Estudiantes de Básica Primaria**

Otto Giovanni Mora Moreno,

Carlos Andrés Moreno Pérez y

Carlos Alirio Tarazona Bueno

Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad del Magdalena

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

Director

Dr. Roberto Carlos Torres

Mayo de 2021

**Resolución de Problemas para el Desarrollo del Pensamiento Espacial Métrico en  
Estudiantes de Básica Primaria**

Otto Giovanni Mora Moreno,

Carlos Andrés Moreno Pérez y

Carlos Alirio Tarazona Bueno

Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad del Magdalena

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

Mayo de 2021

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

## **Dedicatoria**

A la comunidad educativa de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento; a los estudiantes de grado quinto por su interés y compromiso con el desarrollo de las actividades planteadas, a los padres de familia por permitir los espacios para el trabajo y a los docentes y directivos por su apoyo para la realización de esta propuesta.

## **Agradecimientos**

A Dios Todopoderoso que iluminó y guió nuestros pasos en cada una de las etapas de este importante proceso para nuestra formación profesional.

A nuestras familias por su apoyo incondicional, su acompañamiento y comprensión en los diferentes momentos en que dejamos de compartir por el compromiso que este proyecto implicó.

Al Dr. Roberto Carlos Torres Peña quien con su sabiduría y paciencia supo orientarnos en la elaboración y ejecución de este proyecto, así como en la ampliación de nuestro conocimiento, permitiéndonos ser mejores docentes y personas.

A la Mg. Ada Rada Güete quien, con su oportuna asesoría, logró despejar muchas dudas y dificultades que se presentaron en este proceso.

A los docentes de la Universidad del Magdalena que de una u otra manera hicieron parte de nuestro proceso formativo.

Los Autores

## Resumen

Este es un trabajo de intervención desarrollado con estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento quienes presentaban dificultades en el desarrollo del pensamiento espacial-métrico. Evidencia de ello son los resultados de las pruebas saber “informe del cuatrienio (2014-2018) registrados en el ISCE (Índice Sintético de la Calidad Educativa)” y la prueba diagnóstica que se implementó con ellos. En esta prueba se observó que el 62,5% de los estudiantes no describen ni argumentan acerca del perímetro y área de un conjunto de figuras planas cuando una magnitud sea fija. Otra observación fue que el 61,7% de los estudiantes se les dificulta conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en un plano. Estas dificultades suscitaron la elaboración de una unidad didáctica como propuesta que se desarrolló bajo la metodología de la investigación-acción educativa. Esta intervención se llevó a cabo en tres fases: una fase de planeación, una fase de diseño e implementación y una fase de evaluación. Los resultados de la intervención muestran que los estudiantes lograron potenciar el pensamiento matemático a través de la resolución de problemas en los cuales se involucra directamente el componente espacial métrico, así mismo la utilización de material manipulativo para el desarrollo de las guías propuestas le brindaron al estudiante una mejor aprehensión de los aprendizajes.

**Palabras clave:** resolución de problemas, pensamiento espacial-métrico, investigación-acción

### **Abstract**

This is an intervention work developed with fifth grade students from the Educational Institution Luis Carlos Galán Sarmiento who have difficulties in the development of spatial-metric thinking. Evidence of this are the results of pruebas Saber “informe del cuatrienio (2014-2018) registered in the Synthetic Index of Educational Quality (ISCE) and the diagnostic test that was implemented with them. In this test it was observed that 62.5% of the students do not describe or argue about the perimeter and area of a set of plane figures when a magnitude is fixed. Another observation was that 61.7% of the students found it difficult to conjecture and verify the results of applying transformations to figures in a plane. These difficulties led to the development of a didactic unit as a proposal that was developed under the methodology of educational action research. This intervention was carried out in three phases: a planning phase, a design and implementation phase, and an evaluation phase. The results of the intervention show that the students were able to enhance mathematical thinking through the resolution of problems in which the metric spatial component is directly involved, as well as the use of manipulative material for the development of the proposed guides provided to the student a better apprehension of learning.

**Keywords:** problem solving, spatial-metric thinking, action

## Tabla de contenido

<b>Introducción</b>	<b>15</b>
<b>Planteamiento del Problema</b>	<b>17</b>
<b>Comparativo de resultados de la Institución educativa</b>	<b>19</b>
<b>Marco de Referencia</b>	<b>37</b>
<b>Referentes de Investigación</b>	<b>37</b>
Aplicación del Software GeoGebra para Fortalecer los Procesos del Pensamiento Geométrico-métrico	37
Desarrollo del Pensamiento Métrico Espacial a través de la Implementación de un Laboratorio de Geometría Interactiva. Araujo, D. (2020).	38
Fortalecimiento del Pensamiento Métrico con el Aprendizaje de Perímetro y Área a través de los Recursos Educativos Abiertos (R.E.A) Lacera, G., Rangel, F. y Rodríguez, K. (2017)	38
Aprendizaje Significativo del Pensamiento Espacial y Sistema Geométrico Integrando las TIC a través de Actividades Lúdicas en el Primer Ciclo de Básica Giraldo, M. y Ruiz, M. (2014),	39
Fortalecimiento de las Competencias Asociadas al Pensamiento Geométrico-métrico Mediante el Uso de Herramientas Tecnológicas en los Estudiantes de Grado Sexto de la IE José María Córdoba de Tauramena-Casanare Figueroa, F., Mendoza, A., Vaca, R. y Velasco, N. (2017)	39
El Modelo de Escuela Inteligente en el Aprendizaje del Concepto Magnitud como Derecho Básico de Grado Sexto	40
La Resolución y Planteamiento de Problemas como Estrategia Metodológica en Clase de Matemáticas. González, J. (2017).	41
Propuesta de Estrategias Metodológicas para el Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático en la Resolución de Problemas Tipo Saber del Componente Geométrico-métrico	

en la Competencia de Razonamiento con los Estudiantes de Grado 5° de la IE Anchique Sede Pueblo Nuevo del Municipio de Natagaima-Tolima” Bermúdez, S. (2018) _____	42
Estrategias para la Solución de Problemas en la Escuela. Campistrous, L. y Rizo, C. (1998)___	42
Dificultades de la Resolución de Problemas Matemáticos de Estudiantes de Grado Quinto. Fuente, C., Páez, P. y Prieto, D. (2019). _____	43
Estrategias para Resolver Problemas Matemáticos con Ideas de Polya en Grado Quinto. Fonseca, S. (2018) _____	44
Modelo para el Diseño de Unidades Didácticas Contextualizadas Gamboa, M. y Cortina, V. (2012). _____	44
La Programación de Unidades Didácticas a través de Tareas Estaire, S. (2004). _____	45
¿Cómo Hacer Unidades Didácticas Innovadoras? Fernández, J., Elortegui, N., Moreno, T. y Rodríguez, J. (1999), _____	45
Unidades Didácticas. Herramientas de la Enseñanza. Arias, D. y Torres, E. (2017). _____	46
<b>Referentes Teóricos y Conceptuales</b> _____	<b>46</b>
Pensamiento matemático _____	47
Pensamiento métrico _____	48
Pensamiento espacial _____	51
La resolución de problemas _____	54
Tipos de problemas. _____	58
Unidad didáctica _____	60
<b>Metodología</b> _____	<b>62</b>
<b>Diseño Metodológico</b> _____	<b>62</b>
Prueba Diagnóstica _____	64
<b>Propuesta de intervención: Unidad didáctica</b> _____	<b>68</b>
Objetivo _____	69

	10
Resultados de aprendizaje. _____	69
Evidencias de aprendizaje. _____	69
Metodología de la unidad didáctica _____	70
Sesiones de la Unidad Didáctica _____	71
Implementación de la unidad didáctica _____	73
Evaluación de la unidad didáctica _____	73
<b><i>Actividades de la Unidad Didáctica</i></b> _____	<b>74</b>
<b><i>Resultados, Análisis y Evaluación de la Propuesta de Intervención</i></b> _____	<b>110</b>
Resultados Actividad 1 _____	111
Resultados de la Actividad 2 _____	118
Resultados de la Actividad 3 _____	124
<b><i>Conclusiones y Recomendaciones</i></b> _____	<b>131</b>
Recomendaciones _____	132
<b><i>Lista de referencias</i></b> _____	<b>134</b>
<b><i>Anexos</i></b> _____	<b>139</b>

**Índice de Gráficas**

<i>Gráfica 1</i> .....	18
<i>Gráfica 2</i> .....	25
<i>Gráfica 3</i> .....	26
<i>Gráfica 4</i> .....	27
<i>Gráfica 5</i> .....	28
<i>Gráfica 6</i> .....	29
<i>Gráfica 7</i> .....	30
<i>Gráfica 8</i> .....	31
<i>Gráfica 9</i> .....	32
<i>Gráfica 10</i> .....	33
<i>Gráfica 11</i> .....	34
<i>Gráfica 12</i> .....	35
<i>Gráfica 13</i> .....	111
<i>Gráfica 14</i> .....	119
<i>Gráfica 15</i> .....	124

**Índice de Ilustraciones**

<i>Ilustración 1</i> .....	19
<i>Ilustración 2</i> .....	20
<i>Ilustración 3</i> .....	20
<i>Ilustración 4</i> .....	21
<i>Ilustración 5</i> .....	22
<i>Ilustración 6</i> .....	24
<i>Ilustración 7</i> .....	25
<i>Ilustración 8</i> .....	26
<i>Ilustración 9</i> .....	27
<i>Ilustración 10</i> .....	28
<i>Ilustración 11</i> .....	29
<i>Ilustración 12</i> .....	30
<i>Ilustración 13</i> .....	31
<i>Ilustración 14</i> .....	32
<i>Ilustración 15</i> .....	33
<i>Ilustración 16</i> .....	34
<i>Ilustración 17</i> .....	112
<i>Ilustración 18</i> .....	113
<i>Ilustración 19</i> .....	114
<i>Ilustración 20</i> .....	115
<i>Ilustración 21</i> .....	116
<i>Ilustración 22</i> .....	117
<i>Ilustración 23</i> .....	120
<i>Ilustración 24</i> .....	121
<i>Ilustración 25</i> .....	122

*Ilustración 26*.....123

*Ilustración 27*.....125

*Ilustración 28*.....126

*Ilustración 29*.....128

*Ilustración 30*.....129

**Índice de tablas**

<i>Tabla 1</i>	_____	23
<i>Tabla 2</i>	_____	53
<i>Tabla 3</i>	_____	72

## Introducción

Las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de toda actividad y han sido pilar fundamental para el desarrollo de otras ciencias, ellas contribuyen con el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, lo cual le permite al individuo abstraer del contexto elementos que lo conducen a la solución de problemas con razonamiento, coherencia y exactitud, a la vez que, configurar actitudes y valores. A pesar de la importancia de esta área encontramos que los estudiantes presentan dificultades en su proceso de aprendizaje. Por lo anterior se desarrolló este proyecto de intervención que consta de cinco capítulos.

En el primero de ellos, se plantea el problema que emerge del análisis de los resultados obtenidos en la prueba internacional PISA y la prueba nacional SABER del 2014 al 2018, a partir de ellos se observa deficiencias en el componente espacial-métrico del pensamiento matemático. Lo anterior se verifica al aplicar una prueba diagnóstica, que involucra afirmaciones de dicho componente, a 30 estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento, quienes conforman la población y muestra en esta investigación.

En el segundo capítulo se abordan los referentes teóricos y de investigación. Los teóricos giran en torno a cinco categorías: pensamiento matemático, pensamiento métrico, pensamiento espacial, resolución de problemas y unidad didáctica. Respecto a la resolución de problemas, se asume el planteamiento de George Polya, donde se presentan estrategias para desarrollar razonamientos implicados en la solución de problemas matemáticos. Favoreciendo con ello, la búsqueda de opciones para resolver problemas de su entorno. En cuanto al pensamiento geométrico se asume la posición teórica de los esposos Van Hiele quienes plantean que el estudiante, de acuerdo con su evolución en el razonamiento geométrico, se ubica en uno de cinco niveles por ellos definidos. También se tienen en cuenta otros autores que hacen referencia a la investigación. Acción, la unidad didáctica y la utilización de tecnologías aplicadas al desarrollo del pensamiento espacial-métrico.

En el capítulo tres se aborda, desde la metodología, el paradigma cualitativo, asumiendo la postura de Bisquerra (2004) se trata de comprender la realidad para transformarla. En ese orden de ideas, se seleccionó como método investigativo la investigación acción, a partir del cual se desarrollaron tres fases investigativas: planeación, diseño e implementación y evaluación.

Para la planeación se tuvo en cuenta una prueba diagnóstica, aplicada a la muestra seleccionada, que evidenció las dificultades en el pensamiento espacial métrico, esto llevó al diseño de una unidad didáctica basada en guías de aprendizaje donde se abordan evidencias que hacen referencia a dicho pensamiento. En la fase de diseño e implementación se llevó a cabo el desarrollo de las guías propuestas, esta aplicación se hizo de manera asincrónica, debido a la situación de emergencia generada por el Covid-19, a través de redes sociales como WhatsApp. Implementando esta herramienta, se brindó la respectiva orientación, seguimiento y envío de resultados. En la fase de evaluación, las rúbricas fueron el instrumento utilizado para el registro y análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes, estas permiten ubicar a cada uno de ellos en un nivel de desempeño específico y así mismo asignar un nivel de desempeño al grupo en general.

En el cuarto capítulo se encuentran los resultados. Estos se derivan del análisis de las actividades desarrolladas, por los estudiantes, en cada una de las guías que conforman la unidad didáctica. Este análisis arrojó que más del 60% de los estudiantes al desarrollar dichas actividades se encuentran en un nivel de desempeño avanzado y satisfactorio, acorde con los objetivos de aprendizaje planteados.

Posteriormente, en el capítulo quinto, se encuentran las conclusiones donde se da respuesta a los objetivos planteados, teniendo en cuenta el desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la unidad didáctica, así como las diferentes evidencias de aprendizaje que se consideraron para la ejecución de dicha unidad. Por último, se hacen recomendaciones basadas en los objetivos, la metodología y los resultados de este proyecto de intervención y dirigidas a quienes hacen parte del proceso de formación del educando.

## Capítulo 1

### Planteamiento del Problema

Las matemáticas han tenido un reconocido valor y juegan un papel fundamental en el desarrollo científico y tecnológico de la sociedad, así ha quedado demostrado a través de la historia, por ejemplo, en su libro *Il Saggiatore*, Galilei (1623) manifiesta,

... La filosofía está escrita en ese grandísimo libro que tenemos abierto ante los ojos, quiero decir, el Universo, pero no se puede entender si antes no se aprende su lengua, a conocer los caracteres en que está escrito. Está escrito en lengua matemática y sus símbolos son triángulos, círculos y otras formas geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra...

Además, las matemáticas han sido determinantes en la vida del ser humano, pues durante su evolución le ha permitido comprender, representar y predecir la realidad. Esto se evidencia desde la formación de las civilizaciones, puesto que, con el asentamiento de los pueblos antiguos, producto del desarrollo de la agricultura, surgió la necesidad de utilizar patrones los cuales permitían delimitar terrenos, estimar cantidades y hasta predecir el clima, en beneficio de sus cosechas.

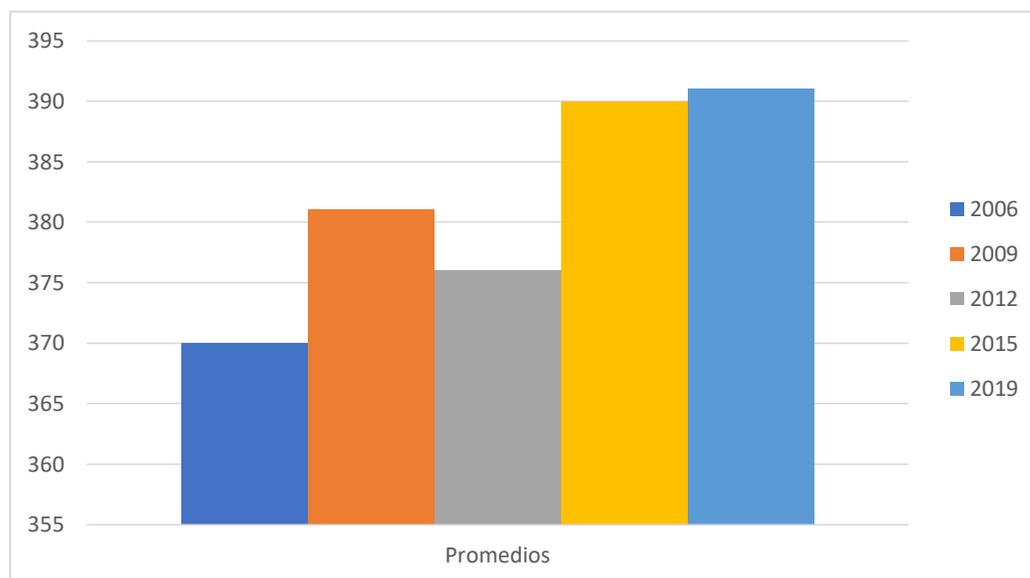
Aunque en la antigüedad la matemática surgió como una necesidad, hoy en día, donde es más importante su aplicación, se hace necesario transmitir esos conocimientos a las nuevas generaciones, pero no se trata solo de enseñarlos a hacer cálculos básicos, memorizar conceptos, sino desarrollar habilidades como el fortalecimiento del pensamiento lógico, crítico, que le permita al estudiante emitir juicios y así mismo plantear y resolver problemas.

A pesar de lo anterior, encontramos en Colombia serias dificultades en esta importante área del conocimiento lo cual se ve reflejado en los bajos desempeños en las pruebas que presentan (PISA, SABER y pruebas internas). Colombia ha participado en PISA desde el año 2006, cada tres años. Cabe anotar, que la evaluación está a cargo de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), y Colombia a través

del Instituto para la Evaluación (ICFES) realiza la aplicación de la prueba con base en los protocolos de seguridad establecidos por la OCDE. A continuación, se presenta el comparativo de los resultados obtenidos por Colombia en la prueba PISA de matemáticas durante los años del 2006 al 2018, representados en la gráfica 1.

### Gráfica 1

#### *Resultado pruebas PISA matemáticas*



Tomado de Colombia-Country Note-PISA 2018 Results, OECD 2019.

Observando los resultados en matemáticas los estudiantes colombianos obtuvieron un puntaje promedio de 391, una leve mejora frente a los 390 puntos de media obtenidos en 2015, pero aún alejados del promedio de los países pertenecientes a la OCDE que es de 489 puntos.

De los 8.500 estudiantes colombianos que presentaron la prueba, cerca de 35 por ciento alcanzaron el nivel 2 o superior en matemáticas (el promedio OCDE es de 76 por ciento). Como mínimo, dichos estudiantes son capaces de interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo representar matemáticamente una situación simple, por ejemplo, comparar la distancia total entre dos rutas alternativas o convertir precios a una moneda diferente.

En cuanto a los estudiantes que quedaron en el nivel 5 y 6, los de mejor resultado, solo un 1 por ciento de los colombianos alcanzaron este puntaje en matemáticas, mientras la media de la OCDE es del 11 por ciento.

En el ámbito nacional, los resultados de las pruebas SABER desarrolladas en el cuatrienio (2014-2017), muestran la misma tendencia que se observa en las pruebas PISA. Dicha afirmación se muestra en el siguiente análisis:

En el informe por colegio se presenta el porcentaje de estudiantes que NO responden correctamente cada uno de los aprendizajes. Este porcentaje se clasifica de acuerdo con los colores de la manera que se explicita en la ilustración 1.

### Ilustración 1

#### *Semáforo ISCE*



Tomado de Informe por colegios 2016, resultados pruebas saber 3º, 5º y 9º, Icfes, 2016, Siempre día-

### **Comparativo de resultados de la Institución educativa**

Las ilustraciones 2 a 5 presentan los resultados de la prueba SABER en el área de matemáticas de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento, contrastados con los resultados obtenidos por Colombia y los del Ente Territorial Certificado (Yopal) durante los años 2014 a 2017.

### Ilustración 2

Resultados por competencias en matemáticas a nivel nacional

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Razonamiento	52.5	57.7	51.9	61.7	-5.5	-9.7	-7.6	-5.2	-7.0
Comunicación	46.7	52.6	43.7	59.2	-2.1	-12.2	-4.3	-4.1	-5.7
Resolución	47.3	61.5	48.5	57.5	-0.5	-10.2	-6.3	-2.9	-5.0

Nota: Informe por colegio de la prueba Saber 5º, día E, periodo 2014-2017. Tomado de Colombia aprende.

De acuerdo con los resultados del informe de la IE, podemos evidenciar que las tres competencias evaluadas a través de las pruebas saber, presentan un mayor porcentaje de respuestas incorrectas con relación a los resultados obtenidos a nivel Colombia: La competencia de razonamiento presenta 7.0 puntos porcentuales más que el nivel nacional, al igual que en la competencia de Comunicación con 5,7 puntos porcentuales y resolución con 5.0 puntos porcentuales más.

### Ilustración 3

Resultados por aprendizaje a nivel nacional

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. (Espacial Métrico)	75.0	70.2		70.6	-14.6	0.2		-14.1	-9.5
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas. (Espacial Métrico)	60.0	67.4	60.1	57.3	-5.1	-14.8	-16.4	-0.1	-9.1
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. (Numérico Variacional)	61.3	58.5	46.4	60.0	-6.7	-6.3	-7.2	-4.8	-6.3
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. (Numérico Variacional)	57.5	59.6	73.9	77.8	6.1	-21.9	-7.8	0.9	-5.6
Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	45.0	51.1		55.7	-4.1	-4.7		-0.4	-3.0
Resolver y formular problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. (Numérico Variacional)	39.3	57.5	34.1	61.3	5.1	-13.1	5.9	-9.1	-2.8
Resolver problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. (Aleatorio)	35.0	78.7	63.0	38.8	3.8	-6.3	-10.2	8.2	-1.1
Resolver problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos. (Aleatorio)	17.5	55.3	23.9	27.3	9.3	-12.3	-5.6	6.9	-0.4

*Nota:* Informe por colegio de la prueba Saber 5º, día E, periodo 2014-2017. Tomado de Colombia aprende.

Una vez analizados los resultados de los diferentes aprendizajes en cada una de las competencias se observa que los estudiantes respondieron incorrectamente en promedio el 72% de las preguntas correspondientes al aprendizaje “utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición” ubicándose 9.5 puntos porcentuales por debajo del promedio nacional.

#### Ilustración 4

*Resultados por competencias de la Entidad Territorial (Yopal)*

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Razonamiento	52.5	57.7	51.9	61.7	-6.2	-11.5	-10.7	-7.2	-8.9
Comunicación	46.7	52.6	43.7	59.2	-3.7	-13.2	-7.0	-6.9	-7.7
Resolución	47.3	61.5	48.5	57.5	-2.7	-11.9	-8.6	-5.2	-7.1

*Nota:* Informe por colegio de la prueba Saber 5º, día E, periodo 2014-2017. Tomado de Colombia aprende.

Al igual que a nivel nacional, la IE muestra resultados similares con respecto a los resultados de la ETC, esto quiere decir que las competencias evaluadas también presentaron porcentajes de respuestas incorrectas desfavorables en comparación con el promedio de las Instituciones Educativas de Yopal. La competencia razonamiento tiene 8,9 puntos porcentuales más que la ETC, comunicación 7,7 puntos porcentuales y Resolución 7,1 puntos porcentuales.

## Ilustración 5

### Resultados por aprendizaje de la entidad territorial

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas. (Espacial Métrico)	60.0	67.4	60.1	57.3	-6.9	-16.8	-18.4	-1.8	-11.0
Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. (Espacial Métrico)	75.0	70.2		70.6	-14.4	0.8		-14.8	-9.5
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. (Numérico Variacional)	61.3	58.5	46.4	60.0	-8.9	-6.9	-10.5	-6.4	-8.1
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. (Numérico Variacional)	57.5	59.6	73.9	77.8	5.6	-22.2	-7.8	0.4	-6.0
Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	45.0	51.1		55.7	-6.9	-7.5		-3.3	-5.9
Resolver y formular problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. (Numérico Variacional)	38.3	57.5	34.1	61.3	2.2	-16.5	2.9	-11.9	-5.8
Resolver problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. (Aleatorio)	35.0	78.7	63.0	36.8	2.1	-8.3	-9.1	4.0	-2.8
Resolver problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos. (Aleatorio)	17.5	55.3	23.9	27.3	6.4	-12.6	-8.4	4.0	-2.6

*Nota:* Informe por colegio de la prueba Saber 5º, día E, periodo 2014-2017. (ICFES, 2018).

En esta tabla podemos observar que los estudiantes respondieron de manera incorrecta en promedio 62% de las preguntas relacionadas con el aprendizaje “Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas” ubicándose 11 puntos porcentuales por debajo de la entidad territorial por otro lado, los estudiantes responden incorrectamente en promedio el 72% de las preguntas relacionadas con el aprendizaje “utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición” ubicándose 9.5 puntos porcentuales por debajo de la entidad territorial, esto indica que los estudiantes de la IE presentan dificultades en los aprendizajes relacionados con el pensamiento espacial métrico, lo que conduce a la creación de estrategias que posibiliten el desarrollo de este pensamiento y el fortalecimiento de los aprendizajes relacionados con este pensamiento.

A partir de los bajos desempeños que evidencian los estudiantes en los aprendizajes relacionados con los componentes espacial métrico y numérico variacional, se adaptó un instrumento, donde se evalúen estos componentes para ratificar o refutar los resultados antes mencionados y así diseñar una propuesta de intervención que se ajuste a las

necesidades de aprendizaje de los estudiantes de grado quinto en el año 2019. El instrumento consta de 19 preguntas de selección múltiple de las cuales 15 pertenecen al componente espacial-métrico y 4 preguntas al numérico variacional, tomadas de los ítems liberados por el ICFES de la prueba saber de grado 5 del año 2015.

Una vez implementada la prueba diagnóstica se recopilaron los resultados que se sintetizan a manera de respuestas correctas e incorrectas y su respectivo nivel de desempeño, para cada uno de los aprendizajes evaluados en la tabla 1.

**Tabla 1**

*Resultado de aprendizaje de prueba aplicada.*

APRENDIZAJE	PREGUNTAS	PORCENTAJE DE RESPUESTAS INCORRECTAS	PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS	NIVEL DESEMPEÑO
Justificar relaciones de semejanza y congruencia entre figuras	1	17.9	82.1	Avanzado
Establecer relaciones entre los atributos mensurables de un evento y sus respectivas magnitudes.	2-5	20.55	79.45	Satisfactorio
Construir y descomponer figuras y sólidos a partir de condiciones dadas	4	5.4	94.6	Avanzado
Describir y argumentar acerca del perímetro y área de un conjunto de figuras planas cuando una magnitud se fija.	6	62.5	37.5	Mínimo
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.	3-7-18-19	41.95	58.05	Mínimo
Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.	8-9	10.85	89.15	Avanzado
Comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.	10-12	26.25	73.75	Satisfactorio
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas.	11-14-17	31.57	68.43	Satisfactorio
Reconocer nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y usarlas para construir y clasificar figuras planas y sólidos.	13	51.8	48.2	Mínimo
Conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano.	15	61.7	38.3	Mínimo
Identificar unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establecer relaciones entre ellas.	16	28.6	71.4	Satisfactorio

*Nota:* Porcentaje por niveles de desempeño de estudiantes de la Institución educativa, de acuerdo con el porcentaje de respuestas incorrectas, relacionado al semáforo del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), 2019.

De acuerdo con la información explícita en la tabla 1, se evidencia que los estudiantes tienen dificultades en resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa, reconocer relaciones de paralelismo y perpendicularidad, conjeturar y refutar los resultados de aplicar transformaciones a figuras, no obstante, el aprendizaje que se toma para el desarrollo de la unidad didáctica es “Describir y argumentar acerca del perímetro y área de un conjunto de figuras planas cuando una magnitud se fija” que corresponde al pensamiento espacial métrico.

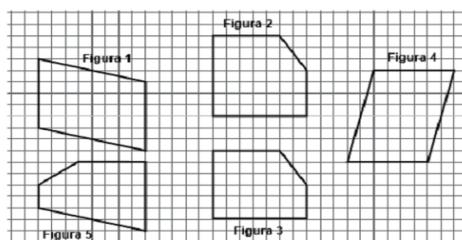
A partir de los 11 aprendizajes que evalúa la prueba Saber, a través de las afirmaciones, se analizaron las preguntas de la prueba diagnóstica que con ellos se relacionan.

Las ilustraciones 6 a 16 muestran esas preguntas con sus respectivos análisis de resultados.

## Ilustración 6

### Pregunta #1 prueba diagnóstica

Escoja la respuesta correcta para cada una de las preguntas



1. Lina dibujó estas cinco figuras en una hoja cuadrículada para luego recortarlas.

Luego de recortarlas y superponerlas, ¿qué par de figuras coinciden?

- A. La 1 y la 4.
- B. La 1 y la 5.
- C. La 2 y la 3.
- D. La 2 y la 5.

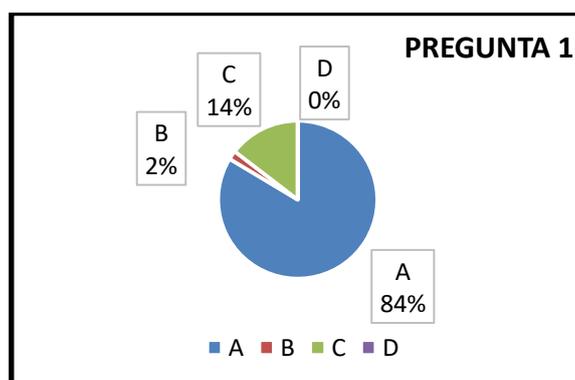
A esta pregunta, el 84% de los estudiantes eligieron la opción A, que es la respuesta correcta, mostrando según la afirmación, que “Justifican relaciones de semejanza y congruencia entre figuras” por su parte el 14% de los estudiantes eligieron la opción C, al parecer confunden las relaciones de congruencia y semejanza con el parecido de las figuras

sin tener en cuenta el concepto, además el 2% eligieron la opción, lo que indica que estos estudiantes aparentemente no tienen claro los criterios de semejanza y congruencia.

Los resultados obtenidos en cada una de las 11 preguntas analizadas se representaron en las gráficas 2 a 12.

## Gráfica 2

Resultados de la pregunta #1 prueba diagnóstica



Resultados por porcentaje de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 1 correspondiente a la afirmación 1.

## Ilustración 7

Resultados pregunta #2 prueba diagnóstica

2. En un juego, un niño debe formular una pregunta que corresponda a la respuesta que lea en un papelito que saca de una bolsa.

Jaime está jugando y sacó este papelito:



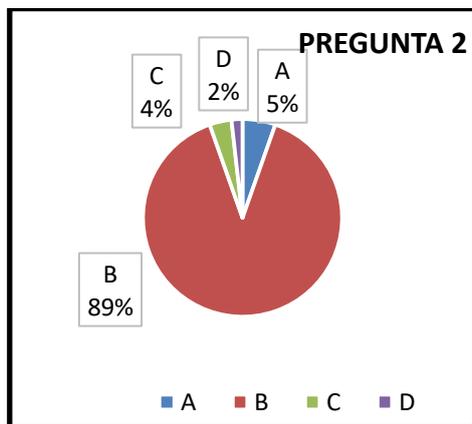
La pregunta que debe formular Jaime es:

- A. ¿Cuántos años tienes?
- B. ¿Cuál es tu estatura?
- C. ¿Cuál es tu peso?
- D. ¿Cuántos hermanos tienes?

En esta pregunta el 89% de los estudiantes señalaron la respuesta correcta que es la B, muestra según la afirmación, que “establecen relaciones entre los atributos mensurables de un evento y sus respectivas magnitudes”, por otro lado, el 11% restante eligieron respuestas incorrectas, aparentemente no tienen clara la relación entre magnitudes y sus unidades.

### Gráfica 3

Análisis de resultados de la pregunta #2 prueba diagnóstica

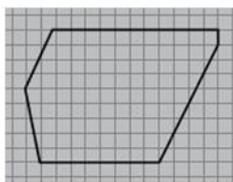


Resultados por porcentaje de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 2 correspondiente a la afirmación 2.

### Ilustración 8

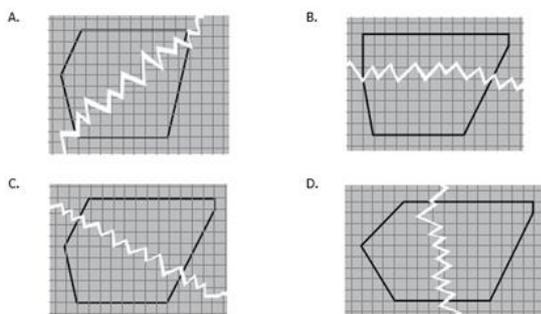
Resultados pregunta # 4 prueba diagnóstica

4. Arturo dibujó esta figura en una hoja



Figura

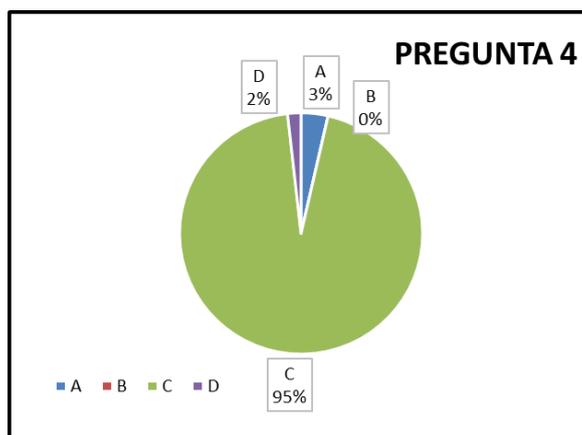
Accidentalmente, Arturo rompió la hoja en dos partes, ¿cuáles son estas?



En esta pregunta el 95% de los estudiantes eligieron la opción correcta que es la C, dando a entender según la afirmación, que “construyen y descomponen figuras y sólidos de acuerdo a condiciones dadas”, sin embargo, el 5% al parecer se guiaron por la forma de la figura, pero no tuvieron en cuenta el tamaño.

### Gráfica 4

Análisis de resultados de pregunta #4 prueba diagnóstica



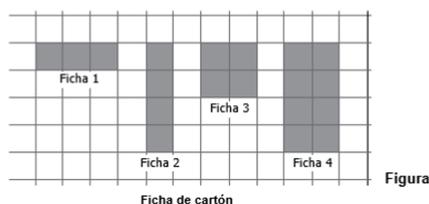
Porcentaje de las respuestas de los estudiantes al desarrollar la pregunta 4 correspondiente a la afirmación 3.

### Ilustración 9

Resultados pregunta # 6 prueba diagnóstica

6. Para su tarea de matemáticas, Leonor debe llevar fichas de cartón cuya área sea  $4 \text{ cm}^2$ .

Observa las fichas de la figura.



Teniendo en cuenta que un cuadrado como este  tiene de área  $1 \text{ cm}^2$ , ¿cuáles fichas debe llevar Leonor para que su tarea sea correcta?

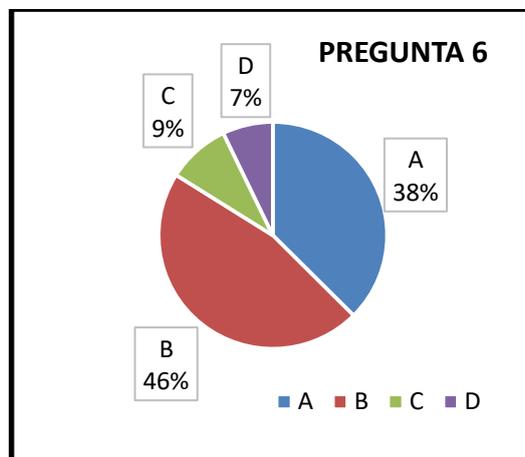
- A. La ficha 2 y la ficha 3.
- B. La ficha 3 y la ficha 4.
- C. La ficha 1 y la ficha 2.
- D. La ficha 2 y la ficha 4.

En esta pregunta el 38% de los estudiantes respondieron de manera correcta al elegir la opción A, este porcentaje se considera bajo, esto muestra que solo ese porcentaje “describe y argumenta acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras cuando una de las magnitudes sea fija”. Sin embargo, el 46% eligieron la opción B, al parecer este grupo de estudiantes no relacionan el área y el perímetro de un conjunto de figuras, además, no tuvieron en cuenta la unidad patrón que se le presentó en el contexto de la pregunta. El otro

16% al escoger las opciones C y D dan a entender que se basan más en la información de la pregunta buscando semejanza de figuras sin tener en cuenta su área.

### Gráfica 5.

*Análisis de resultados de pregunta #6 instrumento diagnóstico*



Porcentaje de las respuestas de los estudiantes al desarrollar la pregunta 6 correspondiente a la afirmación 4.

### Ilustración 10

*Resultados pregunta# 3 prueba diagnóstica*

3. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos (ver figura).



Si

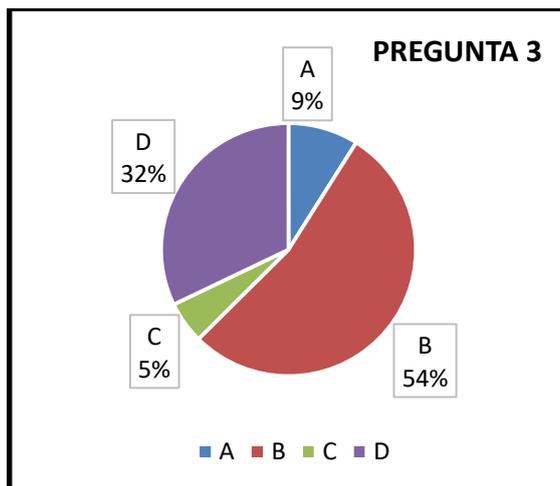
después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?

- A. 3
- B. 4
- C. 8
- D. 9

El 54% de los estudiantes señalaron la opción correcta que es la B, mostrando según la afirmación que “resuelven y formulan problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa”, sin embargo, el 46% eligieron opciones incorrectas, aparentemente a los estudiantes se les dificulta relacionar el concepto de proporcionalidad con la operación matemática que deben utilizar para resolver esta pregunta.

## Gráfica 6

Análisis de resultados de la pregunta #3 prueba diagnóstica

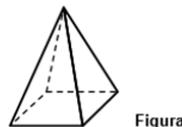


Porcentaje de las respuestas de la pregunta 3 correspondiente a la afirmación 5 desarrollada por los estudiantes en el diagnóstico, 2019, Elaboración propia.

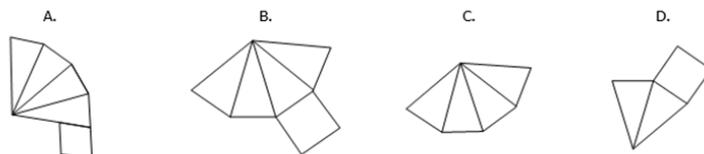
## Ilustración 11

Resultados pregunta # 8 prueba diagnóstica

8. David quiere armar una pirámide como la de la figura.



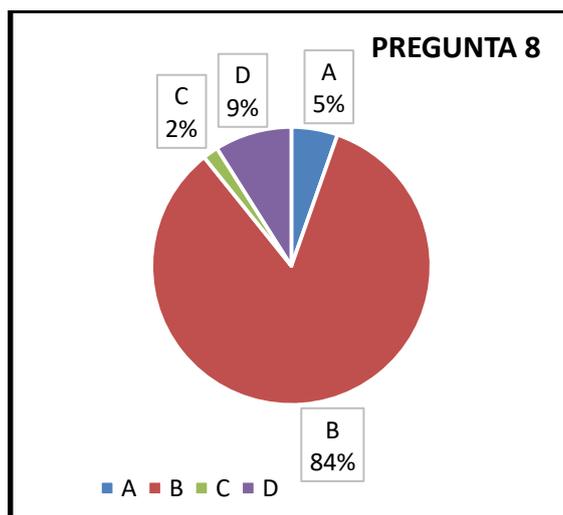
¿Cuál de los siguientes moldes le sirve a David para armar la pirámide?



En esta pregunta el 84% de los estudiantes eligieron la opción B que es la correcta, manifestando según la afirmación, que “relacionan objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos”, sin embargo, al analizar las opciones escogidas por el otro 16%, pareciera que no identifican las propiedades del objeto tridimensional que se presenta con el plano.

## Gráfica 7

Análisis de resultados de la pregunta 8, prueba diagnóstica

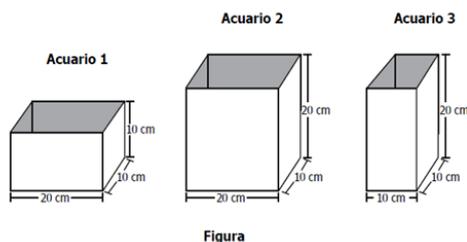


Porcentaje de respuestas de los estudiantes al desarrollar la pregunta 8 correspondiente a la afirmación 6.

## Ilustración 12

Resultados pregunta # 10 prueba diagnóstica

10. En una tienda se venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.



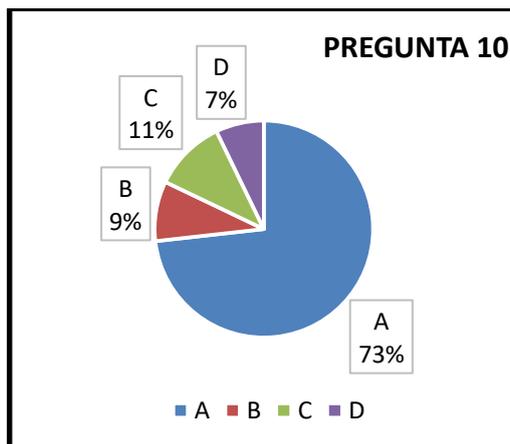
¿Qué tienen en común los tres acuarios?

- A. Una cara de 20 cm x 10 cm.
- B. Una cara de 20 cm x 20 cm.
- C. Una cara de 10 cm x 10 cm.
- D. Caras cuadradas iguales.

El 73% de los estudiantes se decidieron por la opción A que es la correcta, mostrando según la afirmación, que “comparan y clasifican objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades”, sin embargo el 27% eligieron las opciones incorrectas, aparentemente los estudiantes no relacionan la figura tridimensional que se le presenta con sus componentes como lo son las aristas, las caras que componen dicha figura y la magnitud que se utiliza para medir.

### Gráfica 8

Análisis de resultados de la pregunta 10 prueba diagnóstica

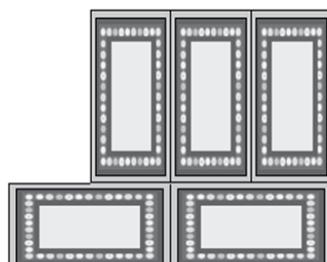


Porcentaje de respuestas de los estudiantes al desarrollar la pregunta 10 correspondiente a la afirmación 7.

### Ilustración 13

Resultados pregunta # 17 prueba diagnóstica

17. Juana cubrió totalmente el piso de su habitación con tapetes iguales, cada uno de 2 m<sup>2</sup> de área.



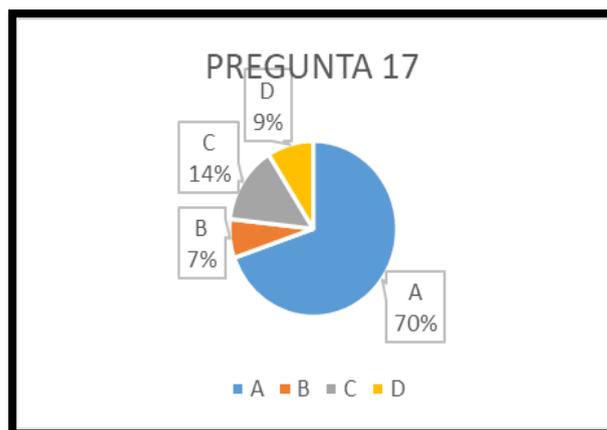
¿Cuál es el área del piso de la habitación de Juana?

- A. 10 m<sup>2</sup>
- B. 6 m<sup>2</sup>
- C. 5 m<sup>2</sup>
- D. 2 m<sup>2</sup>

El 70% de los estudiantes señalaron la opción correcta que es la A, mostrando según la afirmación, que “usan representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas”, por otro lado, el restante 30% seleccionaron opciones al parecer los estudiantes no relacionan una representación geométrica como lo es el tapete con la superficie que debe cubrir.

### Gráfica 9

Análisis de resultados de la pregunta 17 prueba diagnóstica

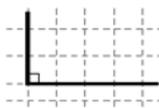


Porcentaje de respuestas de los estudiantes correspondientes a la pregunta 17 y su respectiva afirmación la número 8.

### Ilustración 14

Resultados pregunta # 13 prueba diagnóstica

13. Dos lados son perpendiculares si forman un ángulo como el de la figura.



Figura

¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras tiene(n) lados perpendiculares?

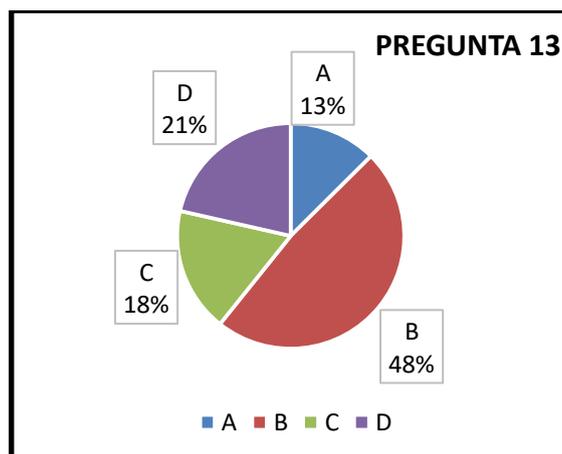


- A. I solamente.
- B. II y III solamente.
- C. II solamente.
- D. I y III solamente.

En esta pregunta el 48% de los estudiantes eligieron la opción B que es la correcta, esto muestra según la afirmación, que “reconocen nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y utilizarlas para construir figuras planas y sólidos”, sin embargo, el 52% señalaron las opciones incorrectas, al escoger la figura I da a entender que desconoce totalmente la perpendicularidad en figuras planas, además los estudiantes no relacionan la información del contexto de la pregunta con las figuras dadas.

### Gráfica 10

Análisis de resultados de pregunta 13 prueba diagnóstica

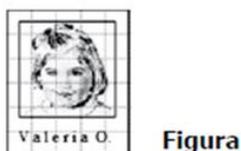


Porcentaje de respuestas de los estudiantes al desarrollar la pregunta 13 correspondiente a la afirmación 9.

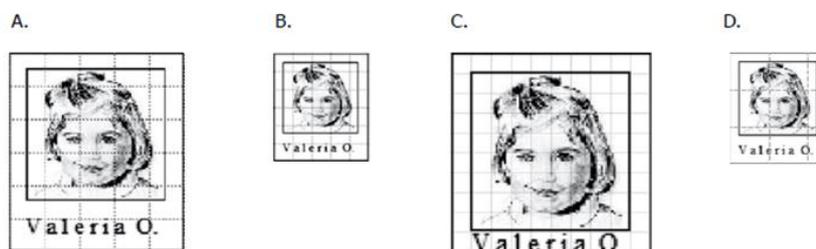
### Ilustración 15

Resultados pregunta # 15 prueba diagnóstica

15. Un artista dibujó el rostro de su hija sobre una hoja cuadriculada. Observa la figura.



Si se fotocopia el dibujo al doble de su tamaño original, ¿cuál de las siguientes corresponde a la fotocopia ampliada?

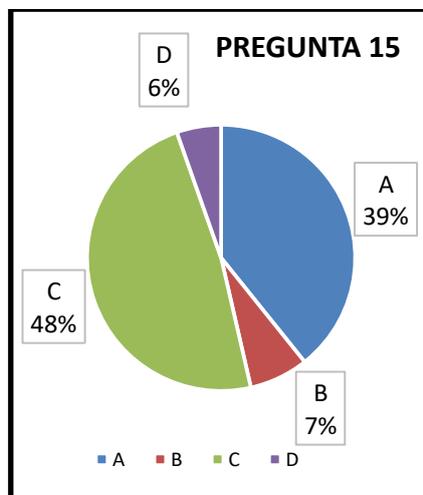


El 39% de los estudiantes responden de manera correcta al elegir la opción A, mostrando según la afirmación, que “conjeturan y verifican los resultados de aplicar transformaciones de figuras en plano”, sin embargo, el 48% que eligieron la C, dan a entender que tienen en cuenta solamente el tamaño de la figura de forma visual sin verificar toda la información contenida en la imagen para hacer la transformación en el plano. El otro

13% al parecer no tuvo en cuenta las transformaciones en el plano, sino que dejó las figuras tal cual como estaban.

### Gráfica 11

Análisis de resultados de pregunta 15 prueba diagnóstica

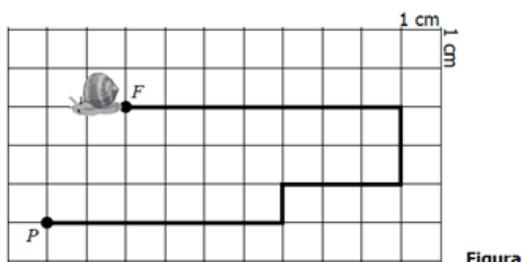


Respuesta del porcentaje de los estudiantes al desarrollar la pregunta 15 correspondiente a la afirmación 10.

### Ilustración 16

Resultados pregunta # 16 prueba diagnóstica

16. La figura ilustra el camino que recorrió un caracol desde el punto *P* hasta el punto *F*.



La distancia que recorrió el caracol es 19

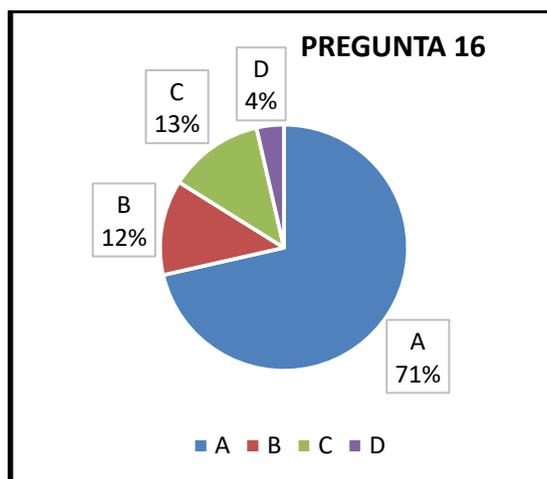
A. centímetros.  
B. metros.  
C. kilómetros.  
D. milímetros.

Figura

El 71% de los estudiantes eligieron la respuesta correcta que es la A, manifestando según la afirmación, que "identifican unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establecer relaciones entre ellas". Por otro lado, el 29% restante de los estudiantes aparentemente no utilizan las medidas apropiadas para desarrollar esa pregunta de acuerdo al contexto dado.

## Gráfica 12

Análisis de resultados de pregunta 16 prueba diagnóstica



Respuesta del porcentaje de los estudiantes al desarrollar la pregunta 16 correspondiente a la afirmación 11.

Las preguntas donde hay mayor porcentaje de respuestas incorrectas, fueron la pregunta 6 y la pregunta 15, que corresponden a las afirmaciones 4 y 10.

Afirmación 4: “Describir y argumentar acerca del perímetro del área de un conjunto de figuras planas cuando una de sus magnitudes es fija”

Afirmación 10: “Conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano”.

Las dos afirmaciones corresponden al pensamiento espacial-métrico.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permiten determinar la **situación a intervenir**: ¿Cómo favorecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico de los estudiantes de grado Quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento mediante la resolución de problemas?

Se plantea el siguiente objetivo general “Desarrollar una unidad didáctica para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico a través de la resolución de problemas”.

Por tal razón el proceso de intervención se llevará a cabo durante el desarrollo de las clases del área de matemáticas del segundo semestre del año lectivo 2020, con

estudiantes de grado Quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento, ubicada en el corregimiento de La Chaparrera en el municipio de Yopal.

De acuerdo con el objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos.

- Identificar los elementos de la resolución de problemas que favorecen el desarrollo del pensamiento espacial-métrico.
- Aplicar un conjunto de actividades basadas en la resolución de problemas a través de guías de aprendizaje.
- Valorar el avance y desempeño de los estudiantes a través del desarrollo de cada una de las actividades propuestas.

## Capítulo 2

### Marco de Referencia

Abordar un proyecto de intervención implica fundamentarlo teóricamente partiendo de los elementos y/o componentes que de él subyacen; así como también implica abordar referentes investigativos que brinden aportes a esta intervención. En este sentido se abordaron referentes teóricos entorno a Resolución de problemas, Pensamiento geométrico- métrico, La unidad didáctica y la Investigación acción.

#### Referentes de Investigación

Existen diversos autores que han enfocado sus estudios al desarrollo del pensamiento espacial-métrico en los estudiantes de educación básica, bien sea a través de proyectos de investigación, artículos, libros, entre otros, en los cuales se plantean diferentes estrategias que faciliten su comprensión y entendimiento, además de procurar que el estudiante se motive en su aprendizaje.

#### ***Aplicación del Software GeoGebra para Fortalecer los Procesos del Pensamiento Geométrico-métrico***

González, G. (2019) en su proyecto Aplicación del software GeoGebra para fortalecer los procesos del pensamiento geométrico-métrico, plantea implementar dicho software como herramienta didáctica para fortalecer el aprendizaje de la geometría. Se basa en la metodología mixta con un enfoque descriptivo. Dicha metodología comprende cuatro fases: actividad diagnóstica y acercamiento a la Geogebra, planeación, implementación y divulgación. El resultado de este trabajo se evidencia en que el uso de herramientas tecnológicas facilita la comprensión de los procesos matemáticos en especial el acercamiento e interés de los estudiantes por la geometría en la vida cotidiana.

***Desarrollo del Pensamiento Métrico Espacial a través de la Implementación de un Laboratorio de Geometría Interactiva. Araujo, D. (2020).***

En este artículo David Araujo, hace referencia a la importancia de la didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje en los aspectos fundamentales de la geometría en el desarrollo del pensamiento espacial métrico. La metodología que aborda este trabajo es mixta soportado en el paradigma socio crítico con un tipo de estudio analítico. La herramienta utilizada fueron los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA), y se inició con un pretest a los estudiantes de grado quinto que permitió recoger el dominio de las temáticas sobre reconocimiento de figuras geométricas, área y perímetro y resolución de problemas. Luego de la implementación del laboratorio interactivo se aplicó un postest demostrando el fortalecimiento del pensamiento espacial métrico después de la aplicación de dicho laboratorio.

***Fortalecimiento del Pensamiento Métrico con el Aprendizaje de Perímetro y Área a través de los Recursos Educativos Abiertos (R.E.A) Lacera, G., Rangel, F. y Rodríguez, K. (2017)***

En esta investigación se plantea que el aprendizaje de la geometría es fundamental, aunque este existen muchas falencias alrededor de este proceso, lo cual se demuestra con los resultados de los estudiantes en las pruebas estandarizadas, Lacera, G., et al. (2017) Esta investigación busca fortalecer el pensamiento métrico con el aprendizaje de Área y Perímetro a través de los Recursos Educativos Abiertos (R.E.A); la metodología utilizada es el enfoque cualitativo el cual se basa en la “perspectiva de la investigación- acción en el aula”. En el desarrollo de esta propuesta se puede afirmar que la utilización de los Recursos Educativos Abiertos (R.E.A) y de material concreto o material manipulativo genera en los estudiantes motivación por lo que se quiere aprender, potenciando de esta manera el aprendizaje hacia los conceptos de perímetro y área. Por lo anterior se puede concluir que a través del desarrollo de esta propuesta ha sido útil no sólo para fortalecer el desarrollo del

pensamiento métrico, sino también para el fortalecimiento de los diferentes pensamientos matemáticos y en diferentes áreas del conocimiento. Este trabajo permitió tener una visión más clara y aportó algunas herramientas para el diseño de las actividades, pero sobre todo la importancia de incluir el uso de material manipulativo en el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes.

***Aprendizaje Significativo del Pensamiento Espacial y Sistema Geométrico Integrando las TIC a través de Actividades Lúdicas en el Primer Ciclo de Básica Giraldo, M. y Ruiz, M. (2014),***

En su proyecto “Aprendizaje significativo del pensamiento espacial y sistema geométrico integrando las TIC a través de actividades lúdicas en el primer ciclo de básica”, Giraldo, M. y Ruiz, M. (2014), permiten implementar entornos virtuales de aprendizaje para estudiantes de educación básica, brindando así espacios propicios para que dichos estudiantes obtengan recursos informáticos y medios didácticos, articulando las TIC al proceso educativo como una herramienta que facilite el desarrollo del pensamiento espacial-métrico en el aula, y fortalezca el proceso de enseñanza-aprendizaje

Además, permite a los estudiantes interactuar de manera virtual y lúdica, y realizar actividades encaminadas a la construcción de su pensamiento, donde pueda formular y resolver problemas matemáticos, fortaleciendo así las competencias en dicha área, teniendo en cuenta sus ritmos de aprendizaje

***Fortalecimiento de las Competencias Asociadas al Pensamiento Geométrico-métrico Mediante el Uso de Herramientas Tecnológicas en los Estudiantes de Grado Sexto de la IE José María Córdoba de Tauramena-Casanare Figueroa, F., Mendoza, A., Vaca, R. y Velasco, N. (2017)***

A través de su investigación, Figueroa, F., et al. (2017), toman el pensamiento geométrico-métrico como un aspecto relevante en el aprendizaje de las matemáticas, puesto que estimula los procesos cognitivos en los estudiantes, como son: razonamiento,

abstracción, visualización, relación, entre otros; los que le serán útiles para la solución de problemas en contexto. Para esto se plantean objetivos como: Identificar el nivel de competencias en el pensamiento geométrico-métrico en los estudiantes de grado sexto, Describir el uso y conocimiento de herramientas tecnológicas utilizadas por los docentes de matemáticas para el desarrollo del pensamiento geométrico-métrico, así como Diseñar talleres pedagógicos mediados por TIC's, los cuales, al llevarse a cabo, permiten a los estudiantes fortalecer las competencias asociadas al pensamiento en mención.

### ***El Modelo de Escuela Inteligente en el Aprendizaje del Concepto Magnitud como Derecho Básico de Grado Sexto***

El objetivo de esta investigación es desarrollar y aplicar una unidad didáctica basada en el modelo de escuela inteligente para el aprendizaje del concepto magnitud como Derecho Básico de Aprendizaje de grado sexto de la IE Gimnasio Campestre La Consolata de la ciudad de Manizales Franco, A. (2020). Esta se encamina a fortalecer en un entorno académico, el desarrollo de competencias como la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación y la ejercitación de procedimientos en estudiantes de grado sexto, a partir de un pretexto de aprendizaje: magnitudes, en aspectos como usabilidad, unidades y su conversión, puesto que en la vida cotidiana se hace necesario comunicar unidades de medida para entender diversas situaciones.

En muchos casos, los estudiantes no tienen claridad sobre el uso de estas, donde se confunden unidades que no corresponden a la magnitud dada, equivalencias erróneas en los diversos sistemas, e inclusive dificultades en la identificación y selección del instrumento para medir una magnitud específica. Es por esto que se plantea en una de las guías de aprendizaje una situación problema donde el estudiante pueda dar una adecuada selección a una unidad determinada y al instrumento para medir una magnitud dada.

***La Resolución y Planteamiento de Problemas cómo Estrategia Metodológica en Clase de Matemáticas. González, J. (2017).***

En este artículo se exploran algunos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos empleando la resolución y planteamiento de problemas cómo estrategia metodológica, Espinoza, J. (2017). En el desarrollo de este artículo el autor se centra en hacer ver cómo la resolución de problemas se ha convertido en parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, para lo cual se basa en los planteamientos de importantes autores y pedagogos Polya, Brousseau, Schoenfeld y otros, que en las últimas décadas han hecho grandes aportes a este tema a través de sus obras.

Por lo anterior una de las conclusiones más relevante a las cuales llega el autor es que en primera instancia se reconoce que la resolución de problemas es una estrategia metodológica que fomenta el aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos. Además, promueve el desarrollo de habilidades, destrezas y diversas competencias matemáticas que le serán útiles a los estudiantes en la vida cotidiana. Esto porque se enfrentan a un problema que les plantea una serie de retos y dificultades; sin embargo, al resolverlo, con la ayuda del docente y el empleo de sus habilidades y conocimientos previos, logran asimilar nuevas habilidades, conocimientos y competencias. Este artículo ha sido de gran ayuda ya que permitió clarificar y reafirmar la importancia de plantear situaciones problema en las actividades planteadas para ser desarrolladas por los estudiantes en este proyecto de intervención.

***Propuesta de Estrategias Metodológicas para el Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático en la Resolución de Problemas Tipo Saber del Componente Geométrico-métrico en la Competencia de Razonamiento con los Estudiantes de Grado 5° de la IE Anchique Sede Pueblo Nuevo del Municipio de Natagaima-Tolima” Bermúdez, S. (2018)***

Bermúdez, S. (2018) en su trabajo propone diversas estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas tipo saber perteneciente al componente geométrico-métrico en las competencias de razonamiento y argumentación.

Para lograr implementar cualquier estrategia es importante reconocer que el pensamiento lógico matemático en su desarrollo requiere que sean definidas una serie de estructuras conceptuales que llevan al estudiante a realizar operaciones mentales que le permiten hacer las inferencias necesarias para darle solución a situaciones propias de su quehacer cotidiano o contextualizadas en problemas previamente definidos

***Estrategias para la Solución de Problemas en la Escuela. Campistrous, L. y Rizo, C. (1998)***

El artículo de la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Celia Campistrous, L. y Rizo, C. (1998) tiene como objetivo principal “aislar” mediante estudio de casos, algunas de las estrategias que utilizan los alumnos en la solución de problemas, estrategias que en muchos casos se adquieren de forma espontánea, cuyas técnicas aplicadas no son objeto de enseñanza.

En este artículo se consideran dos tipos de estrategia; una irreflexiva, se da cuando se responde a un proceder prácticamente automatizado, sin que pase por un análisis u orientación previa del problema. En este caso se asocia la vía de solución a factores puramente externos. En el caso contrario, es decir, cuando para su uso se requiere necesariamente un proceso de análisis previo que permite asociar la vía de solución a

factores estructurales y no solamente a factores externos, se denominan estrategias reflexivas, siendo estas las utilizadas en la ejecución del presente proyecto.

***Dificultades de la Resolución de Problemas Matemáticos de Estudiantes de Grado Quinto. Fuente, C., Páez, P. y Prieto, D. (2019).***

Esta investigación busca determinar las causas que generan las dificultades en la resolución de problemas matemáticos de estructura aditiva simple en estudiantes de grado quinto con el propósito de contribuir a una reflexión pedagógica que permita fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en torno al desarrollo de habilidades y competencias de la vida cotidiana. Fuente, C., Páez, P. y Prieto, D. (2019). La resolución de problemas ha sido uno de los retos de aprendizaje de las matemáticas, no sólo en lo operacional y motivacional sino también en la comprensión y análisis de una situación problema. En el desarrollo de esta investigación se utilizó el diseño exploratorio secuencial comparativo el cual implica una fase inicial de recolección y análisis de datos cualitativos seguida de otra donde se recaban y analizan datos cuantitativos para generar así una integralidad y comparación en la interpretación de los resultados.

Después de realizar las actividades planteadas se pudo establecer que una de las principales causas en la dificultad de los estudiantes para resolver problemas es la falencia que tienen en la comprensión de textos, en vacíos conceptuales y en la carencia de un método apropiado para su desarrollo, por eso es primordial reflexionar sobre cómo se están trabajando los procesos de pensamiento desde las experiencias de aprendizaje que se desarrollan en el contexto educativo para trasladarlo a un lenguaje matemático que permita llegar al proceso de resolución de problemas. Esta investigación permitió establecer la importancia de establecer procesos claros bien definidos que permitan optimizar los resultados en el momento de realizar la intervención de igual forma definir las estrategias a seguir en el desarrollo de la intervención y la realización de las diferentes actividades que se plantean para tratar de llegar lo más cerca posible a los resultados esperados.

### ***Estrategias para Resolver Problemas Matemáticos con Ideas de Polya en Grado***

***Quinto. Fonseca, S. (2018)***

En esta investigación se busca favorecer el pensamiento matemático mediante una propuesta pedagógica basada en la resolución de problemas, la metodología utilizada para este proyecto es la investigación cualitativa de tipo investigación acción, la población para este proyecto fueron estudiantes de grado quinto de instituciones de Tunja y Muzo Boyacá. El proyecto se desarrolló en tres etapas una de diagnóstico, una de implementación y una de análisis del postest. La implementación del proyecto se desarrolló a partir de cinco talleres basados en el método de Polya, en los cuales se presentan situaciones problema con un nivel de dificultad bajo. Los resultados se ven reflejados en la actitud de los estudiantes para desarrollar el trabajo y el cambio que genera en los docentes para trabajar con métodos como el de Polya para el desarrollo de sus clases.

***Modelo para el Diseño de Unidades Didácticas Contextualizadas Gamboa, M. y Cortina, V. (2012).***

En el artículo Gamboa, M. y Cortina, V. (2012), se da un modelo, un patrón referencial para el proceso de programación de aula a partir de unidades didácticas donde se articulen coherentemente las interacciones que se dan en el contexto de aprendizaje, con el fin de lograr la formación integral de los educandos.

De acuerdo con este fin, los principales presupuestos teóricos en que se fundamenta dicho modelo, y constituyen premisas, son: El carácter contextualizado de las unidades didácticas, El carácter de sistema de las unidades didácticas y El carácter dinámico del diseño de las unidades didácticas.

Así mismo, las tendencias esenciales que guían todo el modelo, y que por ende se determinan como principios, son: Igualdad de oportunidades para todos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, Valoración de las ideas en el proceso de enseñanza-aprendizaje y

el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

***La Programación de Unidades Didácticas a través de Tareas Estaire, S. (2004).***

En este artículo de la revista electrónica de didáctica, Estaire, S. (2004), se plantea un marco para el diseño de unidades didácticas por tareas que permite incorporar en la práctica los principios sobre los que se apoya dicho enfoque.

Para esto se ejemplifica una unidad didáctica típica dentro de los cursos “comunicativos” basados en el enfoque nocio-funcional, lo que permite contrastarla con un diseño a través de tareas y apreciar sus diferencias. Además, se presenta el marco general del diseño de unidades didácticas, lo que permite ver los pasos a seguir y los elementos que la componen, se describen las características del proceso de cada fase, finalmente se exponen los niveles de aplicación del marco en relación a diferentes aspectos del trabajo en clase.

***¿Cómo Hacer Unidades Didácticas Innovadoras? Fernández, J., Elortegui, N., Moreno, T. y Rodríguez, J. (1999),***

En esta investigación Fernández, J., et al. (1999). Se hace un repaso sobre las principales posiciones didácticas para ver su efecto sobre cómo se conciben las unidades didácticas y su elaboración.

En el *modelo didáctico transmisor*, el punto de partida está dado por los contenidos conceptuales que la unidad didáctica debe incluir, a su vez fijados por la estructura tradicional del conocimiento científico. Así mismo, *el modelo didáctico tecnológico* se basará en una pedagogía por objetivos, partiendo de estos a la hora de diseñar la unidad didáctica. Por otro lado, está el *modelo didáctico artesano-humanista*, el cual considera que lo que los alumnos aprenden es aquello que les interesa o lo consideran necesario o útil, por tanto, el punto de partida para la elaboración de la unidad didáctica será la motivación. Ahora bien, el *modelo didáctico por descubrimiento* considera que lo que se aprende es lo que cada cual

descubre por sí mismo. En este caso la unidad didáctica se basará en la selección de proyectos de investigación asequibles para el alumno. Por último, está el *modelo didáctico constructivista*, el cual es influido por la psicología del aprendizaje. El punto de partida para la elaboración de la unidad didáctica es lo que el alumno ya sabe, los saberes previos.

Este último modelo es la base para la ejecución del presente proyecto, puesto que en este el conocimiento de las teorías de los estudiantes y sus ideas previas determinan una secuencia en la que dichas ideas se irán poniendo en cuestión y reelaborando. El trabajo práctico avanzará en paralelo con el teórico, bajo la guía del profesor.

### ***Unidades Didácticas. Herramientas de la Enseñanza. Arias, D. y Torres, E. (2017).***

En este artículo se hace referencia a la importancia de la didáctica en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, que el docente no solo basta con saber demasiado sino la forma de transmitir dichos conocimientos, la importancia de conocer contextos, los cambios culturales y sociales debe ser prioridad para dicho docente conocer para desarrollar una mejor aprehensión de los conocimientos. Las llamadas Unidades Didácticas son dispositivos organizadores del trabajo en el aula del docente. Los objetivos, los procedimientos, los conceptos y la evaluación son algunas de las partes que conforman una Unidad didáctica, que se presentan y que requieren de reflexión, diseño, y ejecución por parte del educador.

A la hora de elaborar la unidad se debe tener en cuenta el título, los objetivos, la pregunta orientadora, la motivación, los conceptos, los procedimientos, la descripción de las actividades y evaluación. Esta elaboración y planeación permite que el docente sea en un re creador de saberes y productor de conocimiento.

### **Referentes Teóricos y Conceptuales**

La configuración de una propuesta de intervención para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico a través de la resolución de problemas, aborda unas categorías investigativas que emergen desde la formulación del problema hasta la configuración de dicha propuesta. En este orden de ideas, las categorías que emergen de

esta propuesta son: el pensamiento matemático, el pensamiento métrico, el pensamiento espacial, la resolución de problemas y la unidad didáctica. Categorías que serán analizadas a la luz de la literatura especializada para lograr su conceptualización.

### ***Pensamiento matemático***

Los Lineamientos Curriculares establecen que “respecto a la formación matemática básica, el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos” (MEN, 1998. p. 16). Pero, ¿qué entendemos por pensamiento matemático? Así lo definen Mason, Burton y Stacey (1982), “A dynamic process which, by enabling us to increase the complexity of ideas we can handle, expands our understanding” (p. 161). Para estos autores el pensamiento matemático es un proceso continuo y dinámico que propicia la construcción de ideas a partir de la práctica reflexiva fundamentada en un cuestionamiento permanente y desafiante.

Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2011) concuerdan con estos autores en la construcción de ideas, enfatizando la importancia de la cultura y el medio que nos rodea. En ese sentido, “el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación y razonamiento bajo hipótesis” (p.20). En esta definición entran en juego tres componentes: los tópicos o conceptos matemáticos, los procesos de pensamiento avanzado y finalmente, el contexto y la cultura.

Respecto al primer componente, Talizina (2001) señala que contrario a ser aprendidos, los conceptos deben ser asimilados. “... el concepto asimilado por el hombre se convierte en una imagen, pero en una imagen especial: abstracta y generalizada” (p. 26). Para la construcción del concepto es necesario interactuar con los objetos y es allí donde entra en juego la importancia del contexto y la cultura planteada por Cantoral et al., y los procesos de pensamiento avanzados. Estos procesos de pensamiento no se aprenden, se desarrollan. Así lo argumenta Amestoy (2002) quien

... integró y conceptualizó un modelo o paradigma dirigido a estimular el desarrollo de las habilidades de pensamiento de las personas y propiciar la aplicación de dichas habilidades en el aprendizaje, la solución de problemas y la toma de decisiones en variedad de situaciones y ambientes (p.4).

Así pues, para la aplicación de las habilidades y los conceptos matemáticos se debe propiciar un contexto donde se combinan estos elementos. Los Lineamientos Curriculares promueven como contexto las situaciones problemáticas relacionadas con el entorno, las otras ciencias y la cultura. En este sentido, el pensamiento matemático es una construcción permanente que se desarrolla a través de la interacción continua de tres elementos: el contexto o situación problema, donde se activan los conceptos que se han construido mediante la implementación de habilidades de pensamiento, que le permiten al individuo abstraer, analizar, visibilizar, razonar, seleccionar y estimar; para finalmente, lograr una formulación verbal que da cuenta de la solución de la situación problema planteada.

Esta visión constructivista del pensamiento matemático es abordada también en los Lineamientos Curriculares donde se promueve a partir del desarrollo de cinco pensamientos, estos son el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional. Estos cinco pensamientos no son divisiones del pensamiento matemático sino por el contrario, se refiere a las diferentes maneras de hacer matemáticas. En otras palabras, cada uno de los pensamientos matemáticos abordan diferentes perspectivas de la matemática, y la complementan.

De acuerdo con el énfasis de esta investigación se abordó el desarrollo de los pensamientos métrico y espacial.

### ***Pensamiento métrico***

Respecto al pensamiento métrico, los Lineamientos Curriculares establecen que, En cuanto a la medida se refiere, los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invariancia, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición;

desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas y los aspectos aritméticos fundamentalmente en lo relacionado con la ampliación del concepto de número. Ministerio de Educación Nacional. (MEN, 1998, p. 17)

En este sentido, el pensamiento métrico involucra además de contenidos, procesos y destrezas que implican un desarrollo que apunta a ser matemáticamente competente como lo establecen los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006)

... ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional ... (MEN, 2006, p. 56).

Así pues, el pensamiento métrico involucra conceptos y procedimientos en torno a magnitudes, cantidades y medición. No obstante, otros elementos importantes a considerar son la estimación de medidas y cantidades, el redondeo, el encuadramiento, el tratamiento del error, la notación científica el sistema de medidas o sistema métrico en el que se diferencian las unidades de medida para cada magnitud, no solo las relacionadas con el área de matemáticas (velocidad, densidad, temperatura, etc.), la geometría (longitud, área, volumen), pues también involucra a otras áreas como las ciencias naturales y sociales e incluso con la vida social. “Igualmente, es necesario establecer diferencias conceptuales entre procedimientos e instrumentos de medición, entre unidades y patrones de medida, y entre la precisión y la exactitud de una medición” (p.64), así como también las equivalencias entre medidas.

De acuerdo con lo anterior, la visión de las matemáticas expuesta en los Lineamientos Curriculares (1998) está centrada en el desarrollo del pensamiento matemático a través de procesos y contextos. Dando continuidad a este enfoque, los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (2006) introducen la noción de “ser

matemáticamente competente” enfatizando la utilidad de las matemáticas en la vida diaria. A partir de estos referentes curriculares, los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016) y las Mallas de Aprendizaje proponen, además del desarrollo sistemático de contenidos, la estructuración de unos conocimientos fundamentales en cada uno de los tipos de pensamiento matemático.

En este orden de ideas,

Los DBA (V2) explicitan los aprendizajes “estructurantes” (no básicos o mínimos) que requiere el sujeto para que, en coherencia con los Estándares Básicos de Competencia, logre llegar a ser matemáticamente competente. Por su parte, las Mallas de Aprendizaje muestran cómo la acción del sujeto se amplía a otros campos, y cómo se conecta, a partir de estas acciones, con otros saberes (p. 15).

En virtud de lo anterior, el MEN a través del Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas (2006) hace énfasis en el desarrollo de los objetos de conocimiento (pensamientos) que actúan como organizadores del macro- proceso resolución de problemas en el que se articulan otros procesos transversales para lograr ser matemáticamente competente. Respecto al pensamiento métrico cita el posicionamiento teórico de Obando y otros (2006, p.19) “El pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos.”

En ese orden de ideas, el desarrollo del pensamiento métrico implica el dominio e implementación de conceptos y procedimientos asociados a la magnitud, cantidades, medición, estimación, selección de unidades de medida, patrones e instrumentos, para ser matemáticamente competente. Pues, el sentido y significado con el que el individuo atribuya a la resolución de una situación problema haciendo uso de los saberes específicos, que ha apropiado a partir de cada uno de los pensamientos matemáticos, es lo que lo habilita como un ser matemáticamente competente.

Ahora bien, como otro de los elementos que emergen en esta investigación se encuentra el pensamiento espacial. Uno de los cinco componentes que propician el desarrollo del individuo como ser matemáticamente competente.

### ***Pensamiento espacial***

En los Lineamientos Curriculares se da reconocimiento al desarrollo del pensamiento espacial por ser una de las inteligencias planteadas por Howard Gardner (1999)

... en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial". (MEN, 1998, p.37)

A partir de este reconocimiento los Lineamientos Curriculares (1998) establecen la geometría como fuente de modelación y ámbito para el desarrollo del pensamiento espacial y definen este como

... el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problemas que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional (p. 16).

Continuando con esta visión, los Estándares Básicos de Competencias (2006) argumentan que el pensamiento espacial es "... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los

objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p. 61).

No obstante, considerando la noción de ser matemáticamente competentes, el pensamiento espacial es asumido, al igual que los otros cuatro pensamientos, desde el ser, desde el individuo quien implementa sus saberes en un contexto. Para ello, desde la geometría se aborda la exploración activa y modelación del espacio para los objetos en reposo y en movimiento. En ese sentido, se propicia la reflexión en torno al reconocimiento y posición de la persona en el espacio que lo rodea, así como también de los objetos y las formas, las propiedades de los cuerpos en virtud de su posición y su relación con los demás; para avanzar de un espacio intuitivo o sensorio- motor a un espacio conceptual o abstracto en el que se crean nuevas representaciones mentales.

Así pues, para el desarrollo del pensamiento geométrico Van Hiele, citado en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p. 39), propone cinco niveles planteados como etapas progresivas en el pensamiento geométrico:

El Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes.

El Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc.

El Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones.

El Nivel 4. Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

El Nivel 5. Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

De acuerdo con estos niveles y teniendo en cuenta los objetivos de aprendizaje definidos en las unidades didácticas, se establece la siguiente categorización:

**Tabla 2**

*Relación de los objetivos de aprendizaje con los niveles de Van Hiele*

<b>OBJETIVO DE APRENDIZAJE</b>	<b>NIVEL DE VAN HIELE</b>	<b>JUSTIFICACIÓN</b>
Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.	Nivel 3: las propiedades de los conceptos de perímetro y área y sus relaciones son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.	El estudiante identifica las diferentes superficies del fondo de la piscina con sus medidas, teniendo en cuenta que es la misma cantidad de unidades cuadradas, explicando las variaciones del perímetro.
Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa o indirecta), los instrumentos y los procedimientos	Nivel 3: las propiedades de los conceptos de superficie y volumen y sus relaciones son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.	El estudiante construye cilindros con una misma superficie, identificando que pueden tener distintos volúmenes.

Reforzando esta visión acerca del desarrollo del pensamiento espacial, el Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas establece que

... . Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la Geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.” (p. 40)

Continuando con las categorías investigativas, se aborda la resolución de problemas como una de las categorías esenciales que le subyacen a esta investigación.

### ***La resolución de problemas***

Si bien es cierto la resolución de problemas es un tema que viene abordándose en el campo investigativo como una estrategia para el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes en las matemáticas, también es cierto que este no es un tema nuevo, pues, desde los Lineamientos Curriculares (1998) se plantea la formulación y resolución de problemas como uno de los cinco procesos matemáticos que propician el desarrollo del pensamiento matemático.

Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se reafirma el desarrollo de dichos procesos, entre ellos “formular, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas” (p. 51), para ser matemáticamente competente. Es precisamente las situaciones de la vida cotidiana que sirven de contexto inmediato para la formulación y resolución de problemas, propiciando con ello un aprendizaje significativo, en la medida que los estudiantes encuentren sentido y aplicabilidad a los conceptos abordados implementando un sin número de estrategias para encontrar una solución.

Para abordar la conceptualización de la resolución de problemas, se inició con el análisis de la literatura especializada en torno a ¿qué es y qué no es un problema matemático? Para Ortiz (2001), un problema es “una tarea que plantea a un individuo la necesidad de hallar una solución, sin contar con un procedimiento directamente accesible que la garantice” (p. 57).

Por su parte, Campistrous y Rizo (1996) concuerdan en que se debe hallar una solución o una transformación de la situación inicial.

“se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación” (p. 297).

De acuerdo con estos autores el problema que se plantee debe motivar a los estudiantes a querer resolverlo, a transformar esa situación inicial implementando esos saberes aprendidos. Posición que concuerda con la de Carrillo (1998) quien manifiesta que “el concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la conciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento”. (Citado por Carrillo 2003 p.155).

Como ellos, existen otros autores que tienen concepciones similares o contrarias en torno al problema. No obstante, en las concepciones de Campistrous, Rizo y Carrillo se refleja una visión constructivista del problema, que en términos de Ruiz y García (2003) “el constructivismo concibe la resolución de problemas como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva”. (p. 325). Es esta visión constructivista del problema la que conduce a concebir la formulación y resolución de problemas como uno de los cinco procesos fundamentales en las matemáticas.

Así pues, la resolución de problemas ha sido un tema ampliamente abordado por autores como Ortiz (2009), Calvo (2008), Callejo (1998), Delgado (1998) quienes concuerdan en manifestar que la resolución de problemas implica una aproximación al problema mediante saberes conceptuales y procedimentales, habilidades y estrategias para la toma de decisiones que conducen a su solución. Adicional a estos elementos, Schoenfeld (1985) establece que hay otros factores de tipo cognitivo que intervienen en la resolución de problemas. Estos factores son los recursos, las heurísticas, el control y el sistema de creencias de los estudiantes.

En relación a los recursos se refiere a los conocimientos matemáticos que el estudiante debe tener. En cuanto a las heurísticas, el autor manifiesta que son muy generales y prácticamente cada problema requiere ciertas heurísticas particulares. Respecto al control, manifiesta que es el monitoreo constante del proceso que lleva a cabo el estudiante para la resolución del problema. Por último, las creencias que tienen tanto los estudiantes como las docentes relacionadas con las matemáticas y que en ocasiones afecta la resolución del problema.

En este orden de ideas, la resolución de problemas es un proceso que implica una serie de procedimientos para lograr la solución del problema planteado. Por su parte, George Polya, un célebre matemático húngaro, en su obra *How to solve it* (1957), estableció un método de cuatro pasos para la resolución de problemas,

El análisis, razonamiento, comprensión del problema para que, con base en la información y los datos se elabore un plan que permita el planteamiento de hipótesis, estrategias y procedimientos para resolverlo y luego de su ejecución se realice la retroalimentación del proceso para identificar las falencias y volver sobre el proceso, de ser necesario, para finalmente resolverlo (p.5).

En términos de Polya, en el primer paso, **la comprensión del problema**, se determina la incógnita, los datos y condiciones que se tienen para resolverla. En el segundo paso, **elaborar un plan**, se determinan los procedimientos y operaciones necesarias para resolverlo. En el tercer paso, **la ejecución**, se realizan las operaciones determinadas. Y, por

último, en **la retroalimentación**, se realiza un análisis reflexivo del proceso llevado a cabo. No obstante, el tiempo transcurrido desde la formulación de este método, aún sigue vigente debido a la magnitud de su importancia al privilegiar la reflexión sistémica para la toma de decisiones que conduzcan a la solución del problema planteado.

En virtud de lo anterior, se reconoce la importancia de plantear problemas que sean retadores para los estudiantes, donde no haya un único procedimiento y una única solución, y en esa reflexión para hallar la solución, se pongan de manifiesto los conceptos que se han construido a partir de las habilidades de pensamiento desarrolladas de manera progresiva y cada vez más compleja. Ontiveros (1994) señala “de hecho son estas situaciones problemáticas las que introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del alumno, que en su afán de equilibrarlas (un acomodamiento) se produce la construcción del conocimiento” (p. 46). En virtud de lo anterior, esta gran responsabilidad de abordar situaciones problemáticas recae sobre el docente, pues, además de seleccionar esas situaciones problema que realmente generen un reto en los estudiantes, debe suscitar en ellos el interés por resolverlas, por transformar esa situación inicial.

Más que enseñar a los alumnos a resolver problemas, se trata de enseñarles a pensar matemáticamente, es decir, a que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas a un amplio rango de situaciones y, en este sentido, los propios problemas serán las “herramientas” que les llevarán a ello. (Echenique, 2006, p. 10)

En ese orden de ideas se debe ser cuidadosos en plantear, a los estudiantes, problemas no solo ejercicios. Pero, ¿cuál es la diferencia entre un problema y un ejercicio? Los autores abordados en esta investigación concuerdan en manifestar que en un problema intervienen varios elementos: el planteamiento de un reto, que implique cierta dificultad, para resolver o transformar una situación donde no hay una regla, una única solución ni tampoco un procedimiento directo, pero sí unas condiciones específicas a tener en cuenta. Contrario a los problemas, Echenique (2006) manifiesta

Los ejercicios no implican una actividad intensa de pensamiento para su resolución. Al realizarlos, el alumno se da cuenta muy pronto de que no le exigen grandes esfuerzos.

Generalmente tienen una sola solución, son actividades de entrenamiento, de aplicación mecánica de contenidos o algoritmos aprendidos o memorizados. (p. 20)

Por su parte, Díaz y Poblete (2001) concuerdan con la diferenciación establecida con Echenique, pues, para estos autores, “las tareas entonces comprenden: los ejercicios, para los cuales la estrategia de solución es inmediatamente conocida; y los problemas, para los que no hay condiciones de solución fácilmente definidas” (p. 34)

***Tipos de problemas.*** Respecto al problema matemático, diversos autores la han abordado desde diferentes perspectivas. Borasi (1986) proporciona los elementos estructurantes que debe tener un problema. Castro (2008) argumenta acerca de la importancia del planteamiento del problema. Silver (1994) señala los propósitos de un problema. Ortega, Pecharromás y Sosa (2011) establecen los requisitos o condiciones que debe tener un problema. Todas estas perspectivas han logrado permear el concepto actual de problema.

Ahora bien, desde la literatura especializada vemos que la resolución de problemas brinda al estudiante la oportunidad de conjugar los conceptos matemáticos que ha construido y las habilidades de pensamiento que ha desarrollado; no obstante, la selección del problema es un aspecto relevante para lograr los objetivos propuestos. En ese sentido, es importante tener claro ¿qué tipo de problemas existen? y ¿cuáles de ellos se pueden abordar con los estudiantes del grado 5º?, por ser esta la muestra comprensiva en esta investigación.

Echenique (2006) hace una clasificación de problemas así: problemas aritméticos enfocados en la realización de operaciones aritméticas para su solución. Problemas geométricos, que abordan contenidos y conceptos del ámbito geométrico. Problemas de razonamiento lógico cuyo objetivo es desarrollar destrezas de tipo lógico. Problemas de recuento sistemático donde hay varias soluciones y se debe buscar todas ellas. Problemas de razonamiento inductivo, donde se enuncian propiedades numéricas o geométricas a partir del descubrimiento de regularidades. Problemas de azar y probabilidad, donde se

hacen predicciones a partir de la manipulación y participación de los estudiantes en diversas situaciones.

Por otra parte, Blanco (1993) clasifica los problemas enfocándose en el proceso de resolución de actividades propuestas. Socás, Hernández y Noda (1997) abordan la clasificación de problemas aritméticos elementales verbales. Otra clasificación importante es la realizada por Díaz y Poblete (2001) respecto a problemas rutinarios y no rutinarios, diferenciando los rutinarios de acuerdo con el contexto. Para ellos, en los problemas rutinarios “el alumno efectúa una serie de secuencias que involucra una comprensión de conceptos y algoritmos para llegar a soluciones válidas” (p. 4). Mientras que los no rutinarios es “cuando no basta con aplicar una regla o un método de manera rutinaria, sino que a fuerza de búsqueda y de intuición hay que llegar a elaborar una solución recurriendo al conjunto de conocimientos y experiencias anteriores” (p. 4).

Ahora bien, dentro de los problemas rutinarios, los autores los clasifican de acuerdo con su contexto en cuatro tipos:

el problema de contexto real que se produce en la realidad e involucra el accionar del alumno.

el problema de contexto realista que es una simulación de la realidad o parte de ella.

el problema de contexto fantasista que surge de la imaginación.

el problema de contexto puramente matemático que se refiere exclusivamente a objetos matemáticos. En virtud de lo anterior, en la unidad didáctica propuesta en esta investigación se abordaron problemas rutinarios de tipo real, realista y de contexto matemático.

Continuando con las categorías que emergen en esta investigación se aborda la unidad didáctica por ser esta la categoría en la que se desborda todo ese constructo teórico, conceptual e investigativo que origina la elaboración de una propuesta de intervención.

### ***Unidad didáctica***

A partir del objetivo general de esta investigación “Desarrollar una unidad didáctica para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico a través de la resolución de problemas”, se abordó la literatura especializada para conceptualizar el término unidad didáctica.

En ese sentido, Area Moreira (1993) plantea que “una unidad didáctica es un segmento o porción de enseñanza y aprendizaje significativo, con entidad en sí mismo configurado en torno a un tema, centro de interés o eje organizador. Puede variar en su longitud, extensión o relevancia” (p. 33). Por su parte Escamilla (1993) plantea que “una unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad” (p. 39).

Así pues, en esta investigación se aborda la unidad didáctica como una herramienta que se construye a partir de la reflexión del docente que conlleva a la toma de decisiones consientes y explícitas para planificar los procesos de enseñanza y aprendizaje, articulando los contenidos, estrategias metodológicas y evaluativas en torno a unos objetivos propuestos. Estos objetivos generalmente apuntan a resolver unas necesidades contextuales y es precisamente esta característica la que le da sentido a la unidad didáctica, pues, se construye para un grupo específico de estudiantes cuyas características particulares determinan el espacio y el tiempo en el que la unidad didáctica se implementa.

En virtud de lo anterior, la unidad didáctica debe contener ciertos componentes. Fernández, García y Posada (1993) plantean cuatro componentes, objetivos, contenidos, actividades y evaluación. Mientras que la propuesta de Del Valle (2004) abarca además de los elementos que conforman la unidad didáctica, su descripción. Así pues, en la descripción plantean que se debe proporcionar información acerca del número y título de la unidad, el curso al que se dirige, el tiempo de realización y la relación de los objetivos de la

unidad con los objetivos generales del área y del curso. Mientras que en los elementos son más específicos abordando:

objetivos didácticos

contenidos: conceptuales, procedimentales y actitudinales

metodología: que incluye el método, las técnicas, estilos y estrategias de enseñanza

actividades: de introducción o motivación, de conocimientos previos, de desarrollo, de síntesis o resumen, de consolidación, de ampliación y de evaluación

evaluación: estableciendo los criterios de evaluación y calificación, así como también los procedimientos para evaluar

los recursos: humanos, materiales, espacios

actividades complementarias y extracurriculares

interdisciplinariedad

atención a la diversidad

temas transversales.

Algunos de estos componentes fueron abordados en el diseño de la unidad didáctica en esta investigación.

## Capítulo 3

### Metodología

Esta investigación es una propuesta de intervención cuyo objetivo principal es desarrollar una unidad didáctica para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico a través de la resolución de problemas. La propuesta emerge a partir de una situación actual de los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento. Situación que lleva a los investigadores a indagar, desde los referentes teóricos y conceptuales, diversas maneras de abordarla logrando así plantear un diseño metodológico que da cuenta de las fases investigativas para culminar con el diseño e implementación de una unidad didáctica que da cuenta de los objetivos propuestos.

#### Diseño Metodológico

Iniciar una investigación es un proceso arduo que inicia con el abordaje metodológico donde se da a conocer el proceder investigativo y los aspectos metodológicos que se determinan desde el paradigma investigativo que se asuma. En ese sentido, considerando la posición teórica de Bisquerra (2004), frente al paradigma cualitativo, busca “comprender la realidad para transformarla” (p. 25). Y es precisamente esa transformación en el desarrollo de los pensamientos espacial y métrico lo que se pretende lograr a partir de la implementación de una unidad didáctica enfocada en la resolución de problemas.

Así pues, el enfoque paradigmático condujo a escoger, entre la multiplicidad de métodos, uno que apuntara a lograr el objetivo propuesto. En ese sentido, se seleccionó el método investigación acción. Desde la perspectiva de Sandin (2003) el propósito es “propiciar el cambio social, transformar la realidad y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación” (p. 161). La investigación acción, abordada en esta investigación, es un plan de acción constituido por tres fases: planeación, diseño e implementación y evaluación.

Fase 1 planeación: considerando que esta investigación surge de la reflexión del docente sobre las problemáticas observadas a lo largo de la carrera profesional y la

experiencia docente. Problemáticas que a nivel internacional se observan a través de los resultados de las pruebas PISA, a nivel nacional, a través de las pruebas Saber y a nivel institucional, a través del informe por cuatrienio 2014-2017. En este último se evidencia el bajo desarrollo del pensamiento espacial métrico, es por ello que, en esta fase se realizó un diagnóstico que permitió reafirmar y delimitar el problema; así como también se realizó la revisión documental. Revisión que se aborda desde las fuentes teóricas e investigativas indagando acerca de las posibles soluciones que de ellas emergen para así elaborar un plan que apunte a lograr el objetivo propuesto.

Fase 2 diseño e implementación: en esta fase se implementa el plan elaborado. En términos de Bisquerra (2004), la implementación implica la reflexión. Una reflexión que, en esta investigación, genera la comprensión del contexto de los estudiantes para el diseño de las unidades didácticas que apuntan a fortalecer el pensamiento métrico, procurando que el estudiante descubra procesos que le permitan plantear y resolver problemas. Es importante aclarar que, durante el proceso de implementación, las actividades planeadas pueden sufrir cambios producto de la evaluación continua y el impacto de las mismas en la problemática a intervenir.

Fase 3 evaluación: en esta fase se sistematiza y analiza la información recogida en torno a la implementación de las unidades didácticas. El objetivo de esta fase es evidenciar los cambios producidos a partir de esa implementación. Para ello se diseñó una rúbrica de valoración de los aprendizajes a partir de la cual se evidenció el nivel de desempeño de los estudiantes y a su vez permite categorizarlos según el modelo de Van Hiele.

**Población y muestra.** El escenario donde se realizó la investigación es la Institución educativa Luis Carlos Galán Sarmiento del corregimiento de la Chaparrera, zona rural, del municipio de Yopal (Casanare), en donde laboran dos de los tres investigadores. Se seleccionó el grado 5° por ser este el último nivel de primaria donde se evidencian, a través de las pruebas Saber, los aprendizajes desarrollados por los estudiantes. La prueba diagnóstica se realizó con los dos grupos del grado quinto, antes de la pandemia. Estos estudiantes se encuentran en un rango de edad entre los 10 y 14 años, con un estrato

socioeconómico de nivel uno, dentro de este grupo se encuentran dos estudiantes que forman parte del programa de Inclusión de la institución.

En el momento de implementación de la propuesta se seleccionó solo un grupo pues, con la pandemia generada por el COVID -19, ya no había encuentros presenciales y, por ser una institución rural, las posibilidades para conexión a internet son limitadas. Motivo que suscitó elegir el grupo dirigido por uno de los investigadores.

**Técnicas e instrumentos** Con el propósito de dar respuesta a los objetivos planteados en esta investigación, se seleccionó el análisis de contenido como técnica para recoger la información. En términos de Bisquerra (2004) a través de esta técnica se trata de "... analizar con detalle determinados productos culturales o documentos representativos de las situaciones estudiadas por su carga de significado" (p. 302). En virtud de lo anterior, el análisis de contenido se implementó durante la fase de planificación con el análisis de los resultados de las pruebas PISA, las Pruebas Saber del cuatrienio del grado 5° y los aportes que nos brindan las investigaciones realizadas en torno a la problemática abordada.

Luego de plantear el diseño metodológico se inició con el desarrollo de cada una de las fases.

### ***Prueba Diagnóstica***

A partir del análisis de resultados del informe por cuatrienio de las Pruebas Saber del grado 5° se evidenció desempeño mínimo en dos afirmaciones relacionadas con el componente espacial-métrico: la primera de ellas es, describir y argumentar acerca del perímetro y área de un conjunto de figuras planas cuando una magnitud se fija; la segunda, reconocer nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y usarlas para construir y clasificar figuras planas y sólidos y conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano.

No obstante, solo se seleccionó la primera afirmación por ser esta la que obtuvo mayor porcentaje de desempeño mínimo. Luego de contrastar esta afirmación con los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA del grado 5°, se observó que guarda estrecha

relación con los DBA 5 y 4. Estos son: “explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo entre otras” (DBA 5) y “Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos” (DBA 4).

En virtud de lo anterior, la prueba diagnóstica se diseñó teniendo en cuenta las pruebas saber de matemáticas de grado quinto del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES (2015). A partir de las siguientes afirmaciones que corresponden a las 19 preguntas evaluadas para dicho diagnóstico:

**Afirmación I.** Justifica relaciones de semejanza y congruencia entre figuras

**Afirmación II.** Establece relaciones entre los atributos mensurables de un evento y sus respectivas magnitudes.

**Afirmación III.** Construir y descomponer figuras y sólidos a partir de condiciones dadas

**Afirmación IV.** Describir y argumentar acerca del perímetro y área de un conjunto de figuras planas cuando una magnitud se fija.

**Afirmación V.** Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.

**Afirmación VI.** Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.

**Afirmación VII.** Comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.

**Afirmación VIII.** Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas.

**Afirmación IX.** Reconocer nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y usarlas para construir y clasificar figuras planas y sólidos.

**Afirmación X.** Conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano.

**Afirmación XI.** Identificar unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establecer relaciones entre ellas.

Teniendo en cuenta que el test propuesto es de selección múltiple con única respuesta, implica que el estudiante antes de hacer su elección debió llevar a cabo un proceso de resolución en cada uno de los puntos, que le permitiera elegir adecuadamente. Las opciones de resolución y cómo el estudiante abordó cada pregunta se presentan como sigue (ver anexo 1):

PREGUNTA 1. En este punto, para llegar a su elección correcta, los estudiantes podían optar por dos procesos: el primero podía ser recortando las figuras y superponiendo una sobre otra hasta encontrar las dos que coincidieran, la otra forma, ya que no se contaba con instrumentos de corte, era apoyándose en la cuadrícula del plano y tomar cada una como unidad de medida de área, haciendo el conteo respectivo en cada figura hasta que dos de ellas tuvieran la misma cantidad de unidades.

PREGUNTA 2. Para esta pregunta el estudiante necesariamente debía relacionar la cantidad expresada en la imagen con la unidad, una vez hecho esto, asociar la información con cada una de las preguntas opcionales.

PREGUNTA 3. Para responder esta pregunta, el estudiante debía reunir a los jugadores en un único conjunto, luego formar los tres equipos con igual número de jugadores, y por último identificar el total de jugadores por equipo.

PREGUNTA 4. Para responder afirmativamente esta pregunta, el estudiante, nuevamente se debía apoyar en la cuadrícula del gráfico, y por un método de conteo y comparación, hacer su correcta elección.

PREGUNTA 5. Para responder esta pregunta, el estudiante debía hacer una comparación entre los relojes de las opciones de respuesta, e identificar cuál de ellos brinda información más precisa, es decir, en cuál de ellos se registran unidades menores al segundo, como son las décimas y centésimas.

PREGUNTA 6. Para hacer una correcta elección en esta pregunta, el estudiante podía optar por la utilización de instrumentos de corte, de tal manera que pudiera recortar

cada unidad de área definida y superponerla en las figuras hasta encontrar cuáles tenían igual cantidad. Lo mismo podía hacer aplicando solo el conteo y la comparación entre cada par de figuras o fichas.

PREGUNTA 7. En esta pregunta se hace necesaria la interpretación de información registrada en una gráfica. Una vez el estudiante haya relacionado las dos barras con la cantidad de paquetes y de dulces, respectivamente, ya podrá deducir mediante una corta división la cantidad de dulces que hay en un solo paquete, así mismo, con una pequeña multiplicación puede obtener el número exacto de dulces en 4 paquetes, y hacer su elección correcta.

PREGUNTA 8 Y 9. Para contestar estas dos preguntas lo óptimo para el estudiante es el material manipulativo, en ausencia de él puede optar por la observación y la comparación, para lo cual se evidencia la capacidad de los estudiantes.

PREGUNTA 10. En esta pregunta debe hacerse más concreto el concepto de “dimensión”. El estudiante debe entender que una dimensión se mide en unidades de distancia, y para efectos de contestar correctamente a dicha pregunta, la opción que tienen es el método de observación y comparación, puesto que no hay una unidad definida.

PREGUNTA 11. En esta pregunta se hace importante el concepto de volumen asociado a una unidad de medida, lo cual le permite al estudiante mediante la observación directa definir el número total de unidades que caben en la caja, y así mismo identificar la cantidad de piezas faltantes.

PREGUNTA 12. Para responder correctamente a esta pregunta, el estudiante debe tener conocimiento acerca de las vistas básicas de un sólido (superior, frontal y lateral), de tal manera que le permita asociar cada una de estas a las figuras opcionales hasta que logre identificar la correcta.

PREGUNTA 13. Para dar solución a esta pregunta, el estudiante primero debe conocer y entender el concepto de perpendicularidad, luego con ayuda de la cuadrícula podrá identificar cuál o cuáles figuras contienen lados perpendiculares.

PREGUNTA 14. En esta pregunta el estudiante debe comparar y encontrar qué relación puede haber entre una figura y su inmediatamente anterior, si existe un cambio de una a otra, identificar ese cambio y mirar si es constante de una figura a otra, así podrá identificar un patrón y definir una secuencia que le permita elegir adecuadamente.

PREGUNTA 15. Por medio de la observación el estudiante debe recibir la información que la figura le brinda, apoyado por la distribución de la cuadrícula y el tamaño de esta, luego por un proceso de comparación con cada una de las diferentes opciones, podrá llegar a la elección correcta.

PREGUNTA 16. Para contestar esta pregunta, el estudiante debe conocer el concepto de distancia y qué unidades pueden ser utilizadas para medirla, y con ayuda de la escala que se propone en el gráfico y el trayecto demarcado, podrá obtener dicha distancia recorrida y su unidad correspondiente.

PREGUNTA 17. La solución a este ejercicio también se basa en la observación y comparación, además del concepto y unidad de área, pues el estudiante puede encontrar la respuesta correcta después de hacer una suma, o en su defecto una breve multiplicación.

PREGUNTA 18 Y 19. Para responder correctamente estas preguntas los estudiantes deben hacer uso de una herramienta sencilla, como lo es la regla de tres simple, así como la utilización de los conceptos y algoritmos de multiplicación y división.

A través de la prueba diagnóstica aplicada, se ratificó que los estudiantes realmente presentan dificultad en la comprensión de conceptos y análisis de preguntas relacionadas con el componente espacial-métrico, más exactamente con la relación de diferentes magnitudes en figuras planas y sólidos, en virtud de lo cual se diseñó la unidad didáctica.

### **Propuesta de intervención: Unidad didáctica**

El diseño de la unidad didáctica se configura como la propuesta de intervención que emerge de esta investigación. En ese sentido, se enfoca en términos de Escamilla (1993) a planificar la enseñanza, que, para este contexto, se relaciona con el componente métrico espacial, por ser esta la necesidad más relevante en los estudiantes del grado 5° de la institución Luis Carlos Galán Sarmiento.

En virtud de lo anterior, se plantea el objetivo de esta unidad didáctica, a partir del cual se establecen los resultados y las evidencias de aprendizaje.

### **Objetivo**

Fortalecer el desarrollo de los DBA que hacen referencia a dicho componente.

### **Resultados de aprendizaje.**

- Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo entre otras
- Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

### **Evidencias de aprendizaje.**

- Compara diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.
- Calcula las medidas de los lados de una figura a partir de su área.
- Dibuja figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.
- Propone estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.
- Reconoce que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- Determina las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.

- Realiza estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

### ***Metodología de la unidad didáctica***

La unidad didáctica comprende 3 guías donde se proponen una serie de actividades para que el estudiante desarrolle. Estas actividades plantean situaciones que van de lo simple a lo complejo para que el estudiante active los conocimientos previos y ponga en juego sus habilidades matemáticas con el propósito de estructurar un nuevo aprendizaje mientras las resuelve.

Cada una de las guías plantea un objetivo de aprendizaje y, de acuerdo con este, se diseñan las actividades propuestas y la rúbrica de evaluación. Así pues, los objetivos propuestos en estas guías son:

Guía 1. Explicar las relaciones entre perímetro y área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

Guía 2. Elegir las unidades apropiadas según el tipo de medición, los instrumentos y los procedimientos.

Guía 3. Justificar las relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos.

Para ello, proponen problemas rutinarios de contexto real y otros de contexto realista. En la primera guía el estudiante comprende conceptos de unidad cuadrada, unidad lineal, área y perímetro. Infiriendo a partir de la manipulación de objetos la relación entre área y perímetro y los cambios que pueden surgir al hacer cambios en uno de ellos. En la guía 2, se abordan problemas rutinarios de contexto realista en contexto puramente matemático relacionados con las unidades, procesos e instrumentos adecuados para la medición de magnitudes.

Mientras que en la tercera guía se abordan problemas rutinarios en contexto real y otros en contexto realista. A partir de estos problemas, el estudiante logra comprender los

conceptos de volumen, superficie, sólido, unidad cúbica, la unidad cuadrada dentro un sólido. Utilizando material manipulativo, el estudiante infiere la relación que hay entre volumen y la superficie de un sólido.

Cada una de las guías está organizada en tres momentos que articulan la actividad pedagógica en el aula: Exploración, donde se busca activar la atención de los estudiantes por el nuevo aprendizaje, establecer el propósito de la actividad, aumentar el interés y la motivación por el nuevo aprendizaje, tener una visión preliminar de lo que se va a desarrollar y activar los saberes previos. Desarrollo, donde se busca procesar la nueva información, focalizar la atención en el nuevo aprendizaje, en este momento se llevan a cabo las estrategias de enseñanza y de aprendizaje para dar paso al nuevo conocimiento y se ponen en práctica los nuevos aprendizajes. Por último, el cierre donde se da paso a la evaluación formativa, en este momento se revisa y resume lo aprendido, para transferir el nuevo aprendizaje, volver a motivar concluir y cerrar la sesión. Así que, el proceso de evaluación es continuo y se da en cada uno de los momentos de la clase.

En la tabla 3 se presenta un cuadro a manera de esquema general que permite una mejor apreciación de las sesiones.

### ***Sesiones de la Unidad Didáctica***

Las guías se organizaron de manera tal que se abordaran en dos sesiones, en la primera de ellas se estableció el objetivo de aprendizaje relacionado con la evidencia que se expone en el DBA seleccionado. Así como también el momento de la exploración y el inicio de la estructuración. En la segunda sesión, se continuó con la estructuración y con la evaluación a partir de la rúbrica de evaluación que da cuenta del nivel de desempeño de los estudiantes respecto al aprendizaje esperado. En la tabla 3 se evidencia esta estructuración.

Tabla 3

Sesiones de la unidad didáctica

Tiempo	Actividad	Sesiones	Evidencia de aprendizaje
2 sesiones	Jugando con áreas y perímetros	Sesión 1: Desarrollo de los momentos de la clase Qué voy a aprender y que estoy aprendiendo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.</li> <li>• Calcula las medidas de los lados de una figura a partir de su área.</li> <li>• Dibuja figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.</li> <li>• Propone estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.</li> <li>• Reconoce que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.</li> <li>• Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).</li> </ul>
		Sesión 2 Repaso de la sesión anterior y desarrollo del momento de la clase cómo sé que aprendí?	
2 Sesiones	Elección de unidades	Sesión 1: Desarrollo de los momentos de la clase Qué voy a aprender y que estoy aprendiendo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen</li> </ul>
		Sesión 2 Repaso de la sesión anterior y desarrollo del momento de la clase cómo sé que aprendí y qué aprendí?	
2 Sesiones	Superficie y Volumen	Sesión 1: Desarrollo de los momentos de la clase exploración y estructuración y práctica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).</li> </ul>
		Sesión 2 Repaso de la sesión anterior y desarrollo del momento de la clase valoración y cierre	

Nota: Relación de las sesiones de cada guía con su respectiva evidencia, 2020.

### ***Implementación de la unidad didáctica***

Para la implementación de la unidad didáctica, se entregó un kit a cada estudiante, el cual contiene las guías y el material manipulativo necesario para su desarrollo. Luego de desarrollar las actividades propuestas, a través de fotografías, el estudiante evidencia constantemente la realización de las actividades de cada sesión.

### ***Evaluación de la unidad didáctica***

Al final de cada guía, se presentan una rúbrica de evaluación de los aprendizajes que se logran a partir del desarrollo de las actividades propuestas. Dichas rúbricas están organizadas por niveles de desempeño. Estos niveles son unos criterios que valoran cualitativamente el avance del estudiante respecto al aprendizaje propuesto.

La información obtenida respecto a los resultados recibidos por parte de los estudiantes, es debidamente registrada y analizada, para valorar su nivel de desempeño respecto a los objetivos de aprendizaje esperados, así como también, la eficacia de la intervención.

## Actividades de la Unidad Didáctica

### Guía #1

#### Actividad 1.

##### Jugando con áreas y perímetros

**Objetivo de aprendizaje:** Explicar las relaciones entre perímetro y área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

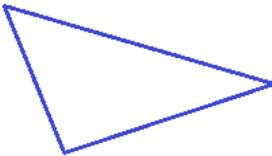
**Presentación:** Con el desarrollo de esta actividad podrás desarrollara habilidades para explicar las relaciones entre área y perímetro de diferentes figuras a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo numérico, entre otras. Debes leer toda la guía es importante para tu aprendizaje.

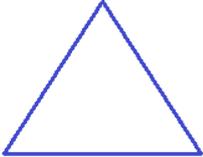
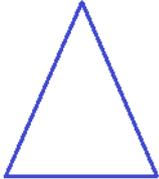
##### Exploración.

¿Reconoces las figuras planas? ¿reconoces las propiedades de las figuras planas?

¿Recuerdas qué representa el área de una figura plana? ¿sabes qué representa el perímetro de una figura plana? ¿Reconoces la relación entre área y perímetro de figuras planas? No te preocupes lo vas a saber.

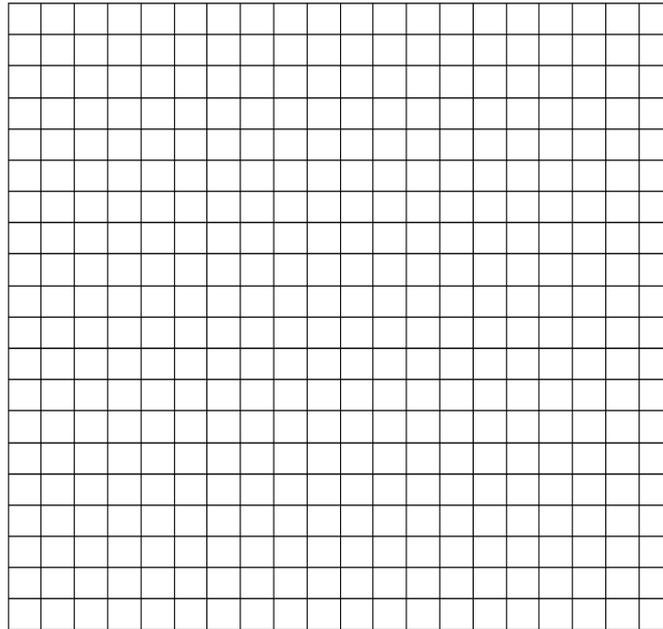
**Recordemos** las figuras geométricas y sus propiedades, completa la siguiente tabla teniendo en cuenta el nombre la forma y las propiedades de las figuras geométricas planas.

Nombre	Figura	Propiedades
Triángulo		<p>Polígono con tres lados, tres vértices, tres ángulos, la suma de la medida de sus ángulos interiores es <math>180^\circ</math>.</p> <p>Con tres puntos que no estén sobre una misma línea podemos formar un triángulo.</p>

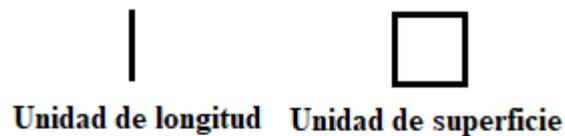
<p>Triángulo equilátero</p>		
		<p>Triángulo en el cual dos de los lados tienen la misma medida, y los ángulos opuestos a dichos lados tienen también igual medida</p>
<p>Triángulo escaleno</p>		<p>Triángulo donde todos sus lados tienen diferente medida, al igual que la medida de sus ángulos es diferente.</p>
<p>Paralelogramo</p>		
		<p>Cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y tienen igual medida, además sus ángulos internos son rectos, es decir miden <math>90^\circ</math>.</p> <p>Los lados que forman el ángulo de <math>90^\circ</math> tiene diferente medida</p>

Cuadrado		
Rombo		Paralelogramo compuesto por cuatro lados de igual medida, sus diagonales tiene medidas diferentes y el ángulo formado entre ellas es de $90^\circ$
Trapezio		

La siguiente cuadrícula está formada por unidades cuadradas, todas con la misma dimensión, es decir cada cuadrado de la figura tiene la misma superficie y la misma longitud en cada lado.



La medida del lado de un cuadrado pequeño la llamaremos unidad de longitud y la medida de su superficie la llamaremos unidad de superficie o unidades cuadradas. Si no recuerdas que es longitud y superficie por favor averigua con alguien en casa o investiga.



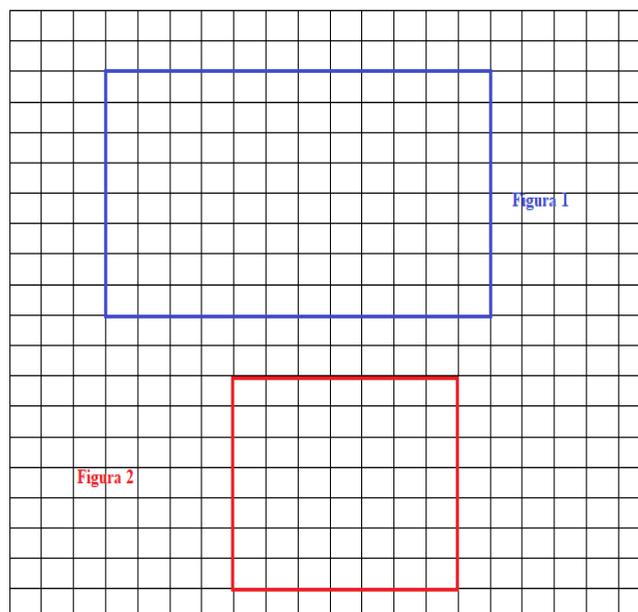
Investiga sobre las unidades de longitud y las unidades de superficie y cuéntanos que encuentres, copia en tu cuaderno y envíanos una foto.

En la cuadrícula dibuja dos rectángulos distintos, dos cuadrados distintos y dos triángulos distintos, luego cuenta cuantos cuadritos ocupaste dibujando cada figura y escríbelo aquí, y nos envías una foto.

Ahora cuenta cuantas unidades de longitud tiene cada lado de los dos rectángulos y de los dos cuadrados que dibujaste y escríbelo aquí, y nos envías una foto.

Sabías que: la cantidad de unidades cuadradas que contiene una figura plana representa el área y la cantidad de unidades de longitud que contienen los lados de la figura representa el perímetro.

**Por ejemplo**, en la siguiente imagen se encuentra un rectángulo (figura1) que tiene 96 unidades cuadradas de superficie y tiene dos lados con 12 unidades de longitud y dos lados con 8 unidades de longitud, es decir un perímetro de 40 unidades de longitud.



La cantidad de unidades cuadradas que contiene la figura es el área y la cantidad de unidades de longitud que suman sus lados representa el perímetro. Por tanto, tenemos.

**Figura 1.** Rectángulo de Área 96 unidades de superficie y perímetro 40 unidades de longitud.

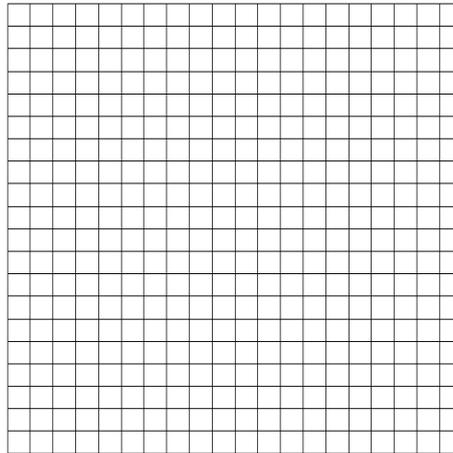
**Figura 2:** Cuadrado de Área 49 unidades de superficie y perímetro 28 unidades de longitud

Escribe con tus palabras lo que entiendes por área y por perímetro, y nos envías una foto de lo escribiste.



Dibuja en la cuadrícula las siguientes figuras.

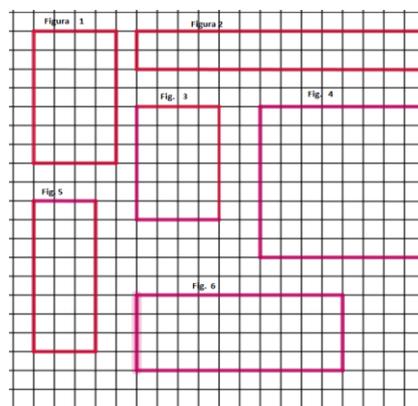
Un rectángulo de área 32 unidades cuadradas de superficie, un rectángulo de perímetro 14 unidades de longitud, un cuadrado de 64 unidades cuadradas de superficie.



### ***Estructuración y práctica***

¿Conoces algún procedimiento para calcular el área de una figura plana? ¿Conoces algún procedimiento para calcular el perímetro de una figura plana? ¿Conoces la relación entre área y perímetro? Ya lo vamos a ver.

Fíjate en las figuras dibujadas en la siguiente cuadrícula:



Primero vas a pintar de un mismo color aquellas que tienen igual cantidad de unidades cuadradas de superficie, (cuadritos) y escribe cuántas unidades tiene cada una. ¿Cuáles figuras tienen la misma área?

Figura 1: _____	Figura 2: _____
Figura 3: _____	Figura 4: _____
Figura 5: _____	Figura 6: _____

Te diste cuenta de que, las figuras 1 y 2, 3 y 5, ¿4 y 6 tienen la misma área?

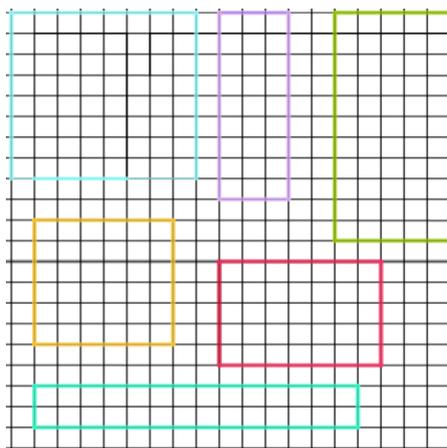
Ahora vas a contar cuántas de estas unidades de longitud tiene cada figura por uno de sus lados en forma vertical y horizontal. Te diste cuenta que el área se puede hallar multiplicando estos dos valores.

Haz este ejercicio con todas las figuras y saca tu propia conclusión.

Escribe aquí tu respuesta y envíanos una foto:

Ahora cuenta la cantidad de unidades de longitud que hay por cada uno de los lados de las figuras, cuenta el total y escribe acá el resultado:

Lo que acabaste de hallar es el perímetro de cada figura, que resulta de sumar la longitud de cada uno de sus lados.



Vamos a seguir coloreando. Toma cualquier color y pinta el borde de una figura, mientras lo haces puedes ir contando el número de unidades de longitud que se encuentran alrededor de la figura, cuando ya tengas la cantidad, busca otra figura que tenga el mismo número de unidades de longitud en su borde y píntalo con el mismo color. Repite este ejercicio con todas las figuras que hay en la cuadrícula.

Acabas de determinar el perímetro de estas figuras. ¿Puedes encontrar otra forma de calcular el perímetro?

Escribe aquí tu respuesta y envíanos una foto:



Por último, toma dos figuras del mismo color en la primera cuadrícula y dinos qué perímetro tiene cada una. ¿Son iguales?



Ahora toma dos figuras con el borde del mismo color en la segunda cuadrícula y cuenta cuántas unidades cuadradas tiene cada una. ¿Ahora dinos, tienen la misma área?

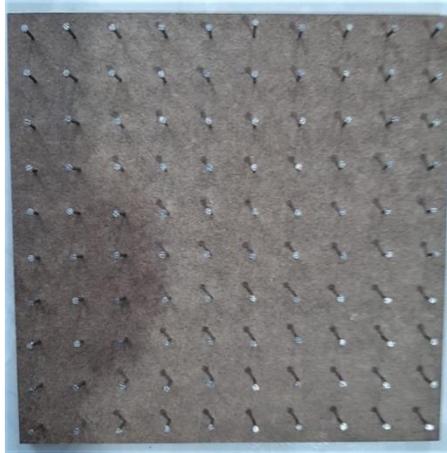
Danos una conclusión que hayas identificado de la relación entre área y perímetro, es importante para nosotros.

Escribe aquí tu respuesta y envíanos una foto:

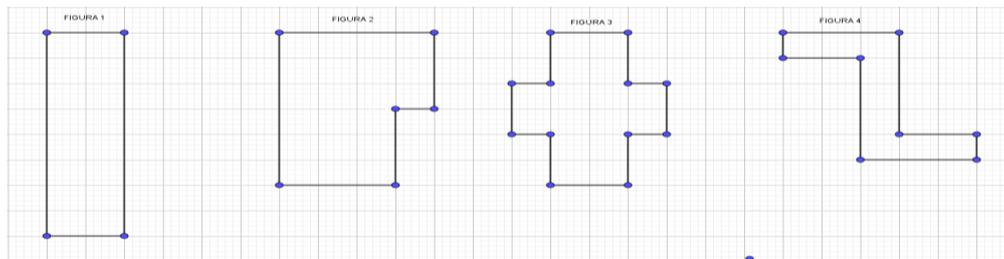


Ahora vamos a trabajar con el material que se te entregó.

¿Sabes qué es un geoplano?, si no lo sabes mira la fotografía:



Se te hizo entrega de uno de estos, además de una cuerda, para que trabajes con ellos. Con la cuerda que ya tienes en tu poder vas a construir en el geoplano cada una de las figuras que se muestran a continuación. Envía foto de cada figura.



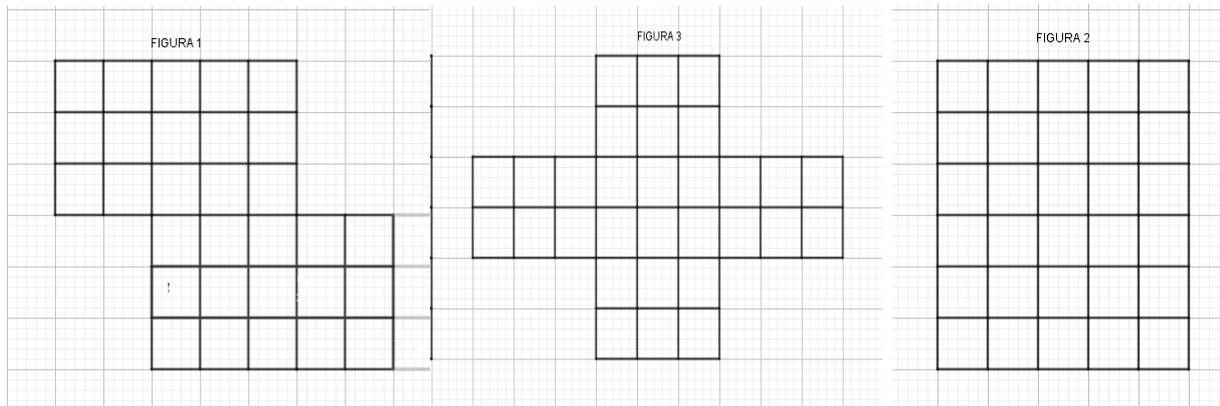
Escribe, ¿cuántas unidades de longitud tiene cada figura? ¿Cuántas unidades cuadradas tiene cada figura?

Por último, contesta a esta pregunta: Entre figura y figura qué cambió, ¿el área o el perímetro? Envíanos una foto de tu respuesta junto con las medidas que encuentres en cada figura.

Con la cuerda más corta dibuja en el geoplano figuras diferentes y halla el área y el perímetro de cada figura. Envía foto.

Ahora vamos a utilizar las fichas que también te fueron entregadas. Cada una de estas fichas representa una unidad cuadrada, y cada lado representa una unidad de longitud.

Con esas fichas arma cada una de las figuras que se presentan a continuación, debes hacerlo tal como aparecen en la gráfica.



Una vez lo hayas hecho, cuenta cuántas unidades cuadradas hay en cada figura para determinar su área; luego calcula el perímetro en cada una. Ahora contesta a la pregunta:

¿Cuál de las figuras tiene más área?,

¿Los perímetros entre figura y figura son iguales?

Escribe tus respuestas en el cuaderno junto con las medidas de cada figura y envíanos una foto. Cuéntanos que observaste.

Ahora con esas unidades de superficie, forma figuras que tengan diferente perímetro, pero igual área. Envíanos fotos. Que observaste

***“Te diste cuenta que figuras con la misma área pueden tener diferente perímetro y figuras con el mismo perímetro pueden tener diferentes áreas”***

***Valoración: ¿Cómo sé que aprendí?***

Como ya sabes la diferencia entre perímetro y área, ayúdanos a solucionar los siguientes casos:

### **Encerrar un terreno**

Piensa en lo siguiente: "Con 84 metros de valla se desea encerrar un terreno rectangular para la cría de gallinas"



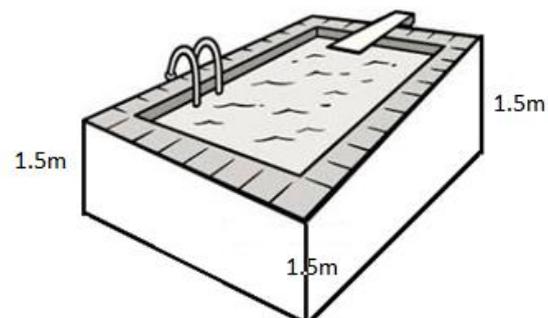
¿De cuantas formas posibles se puede encerrar el terreno? y ¿Cuáles son sus medidas?

Dibújalos.

¿Cuáles deben ser las dimensiones de los lados del terreno de manera que se encierre la mayor cantidad de superficie? Y ¿Cuál es el área de esa superficie?

### **Construyendo piscinas**

El fondo de una piscina tiene 24 metros cuadrados de superficie y su profundidad debe ser de 1.5 metros.



¿Cuáles podrían ser las dimensiones de los lados del fondo de la piscina? ¿Hay varias posibilidades? ¿Cuáles? Haz un dibujo de cada una de ellas por favor.

¿Cuáles deben ser las dimensiones del fondo de la piscina de modo que la superficie de las paredes sea la mínima?

### **Cierre: ¿Qué aprendí?**

Reflexiona un poco a cerca de las actividades que realizaste y cuéntanos lo siguiente.

1. ¿Qué fue lo que más te causó dificultades al resolver las actividades propuestas en la guía? ¿Por qué crees que te causó dificultad?
2. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?
3. Con tus palabras escribe qué aprendiste.

La evaluación individual se hace de acuerdo a la siguiente rúbrica

RESULTADOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCIÓN	CATEGORIZACIÓN MODELO VAN HIELE
Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre	Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras planas en cualquier contexto	Avanzado	Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras planas en cualquier contexto	Nivel 3. Las propiedades de los conceptos son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.
		Satisfactorio	Reconoce y aplica en algunos contextos las relaciones entre perímetro y área de algunas figuras planas	Nivel 2. Los estudiantes analizan las propiedades de las figuras de un modo informal con procesos de observación, experimentación y

otras.				manipulación.
		Mínimo	Reconoce las relaciones entre área y perímetro en algunas figuras planas	Nivel 1. Los estudiantes juzgan las figuras solo por su apariencia
		Insuficiente	No reconoce las relaciones entre el área y el perímetro de figuras planas	Nivel 1. Los estudiantes juzgan las figuras solo por su apariencia

**Guía #2****Actividad 2****Elección de unidades**

**Objetivo de aprendizaje:** Elige las unidades apropiadas según el tipo de medición, los instrumentos y los procedimientos.

**Presentación:****Hola estimado estudiante:**

Hoy la actividad está diseñada especialmente para ti, para resolverla debes estar dispuesto y muy activo.

Con el desarrollo de esta actividad podrás desarrollar habilidades para establecer las mediciones de algunos objetos e identificar instrumentos y unidades utilizados en cada uno de los procedimientos.

¡No olvides que durante todo el proceso cuentas con mi orientación, así como el acompañamiento de tus padres o cuidadores! No dudes en acudir a nosotros cuando lo consideres.

**Exploración**

¿Conoces los instrumentos de medición? ¿Conoces los tipos de medición? ¿Conoces los procedimientos y las unidades de medición? Si no lo sabes, no te preocupes, en esta actividad lo vas a conocer.

Con la ayuda de tu familia realiza las siguientes actividades:

**Situación 1.**

En algún sitio de tu casa ubica los miembros de tu familia y contesta las siguientes preguntas.

¿Cuál familiar es el más alto?

---

¿Quién es el más bajo?.

---

Ordenalos del más alto al más bajo.

---

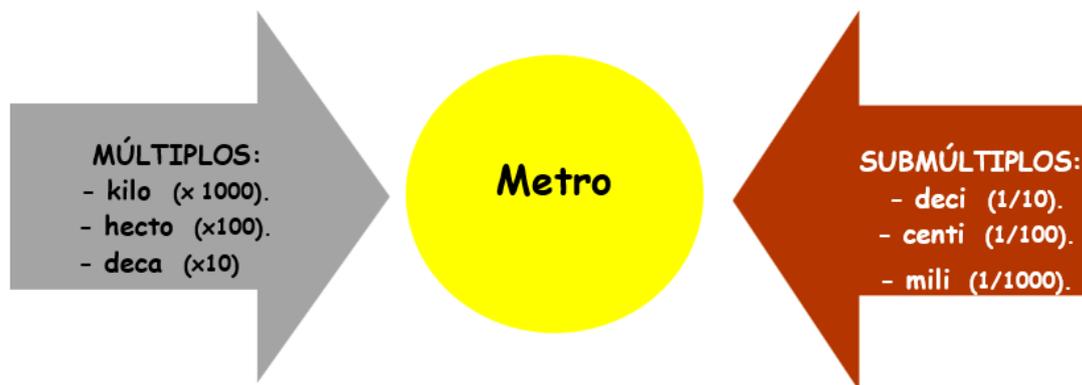
Si quisieras saber cuánto mide exactamente cada uno, qué instrumento utilizarías?,

---

¿En qué unidades lo medirías?

---

Recuerda que la unidad de longitud es el metro (m), y como unidad tiene múltiplos y submúltiplos (milímetro, centímetro, decímetro, decámetro, kilómetro...)



### **Situación 2.**

Ahora dínos lo siguiente:

Cuál de tus familiares crees que pesa más?

---

Cómo puedes saber esto?

---

Qué instrumentos conoces para saber el peso?

---

Tienes alguno de estos instrumentos en tu casa?

---

Toma dos objetos que tengas en tu casa, cuál crees que es más pesado?

---

Dos objetos del mismo tamaño siempre pesan lo mismo?

---

Por qué?

---

Recuerda las unidades de masa



### Situación 3.

Cada integrante de tu familia va a correr hasta la esquina, o alrededor de la casa:

Quién lo hizo más rápido?

---

Quién gasto menos tiempo?

---

Qué instrumento utilizaste para medir cada tiempo?

---

Qué diferencia de tiempo hay entre el primero y el último?

---

Ahora recuerda las unidades de tiempo



### Estructuración y práctica: Lo que estoy aprendiendo

Vemos a leer muy atentos la siguiente situación problema.

## UN DIA EN LA GRANJA

Un granjero busca una manera eficiente de recoger y almacenar una producción de huevos. Para lograrlo necesita encerrar las gallinas en un corral, recolectar los huevos y almacenarlos en una bodega antes de llevarlos al mercado. El granjero consigue una malla y postes para hacer el corral. Él necesita de tu ayuda para construir el corral, recolectar la mayor cantidad de huevos en el menor tiempo posible y almacenarlos. ¿Podemos contar contigo?



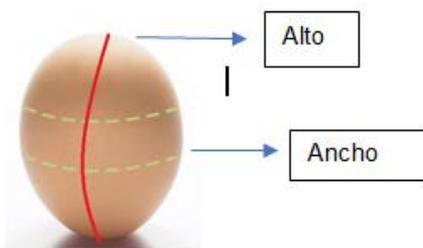
Ahora que leiste:

¿Recuerdas que instrumentos nos sirven para medir Longitud y tiempo? ¿Sabes cuáles son las unidades de medida de Longitud y tiempo? ¡No te preocupes! Más adelante lo vamos a retomar.

¿Sabes cuánto mide un huevo? ¿Qué unidad de medida utilizarías para medirlo?

Busca diez huevos de diferentes tamaños que tengas en casa mide el ancho y el alto.

Escribe qué medidas obtuviste y envíanos una foto



HUEVO	ALTO	ANCHO
1		

2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

¿Qué instrumento utilizaste para medir el huevo?:

\_\_\_\_\_

En Colombia se clasifican los huevos de acuerdo a su tamaño, como lo muestra la siguiente tabla:

TIPO DE HUEVO	ALTO	ANCHO
JUMBO	7cm	5.2cm
AAA	6.5cm	4.8cm
AA	6cm	4.5cm
A	5.5cm	4.2cm

¿De acuerdo a la anterior tabla como clasificarías los huevos que mediste?

TIPO DE HUEVO	CANTIDAD
JUMBO	
AAA	
AA	
A	

***Para recolectar más fácilmente los huevos el granjero ha decidido encerrar las gallinas.***

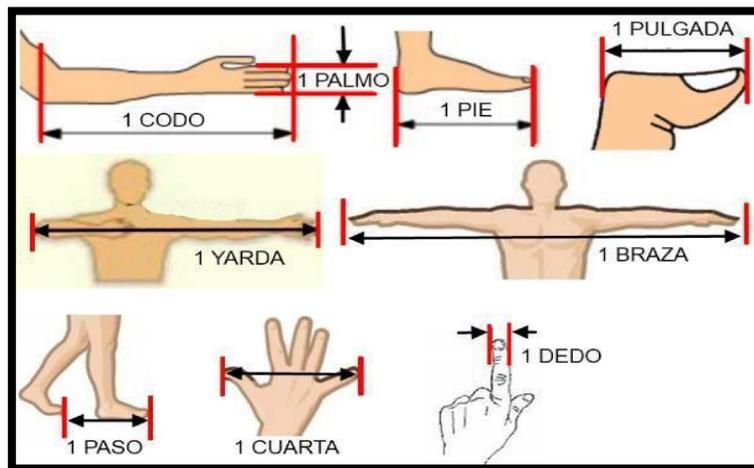
Para ello cuenta con un rollo de malla para encerrar gallinas y postes de cerca en un terreno rectangular, pero debe averiguar cuál es la longitud de la malla, para poder saber cómo hacer el corral y a qué distancia puede colocar los postes.



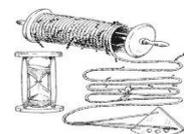
**Ahora...**

¿Cómo le podemos ayudar al granjero, si **no** cuenta con una cinta métrica ni regla? Ciertamente..., el granjero no tiene ninguno de estos instrumentos para medir la malla, pero podemos utilizar algunas partes del cuerpo que nos sirven para medir longitudes.

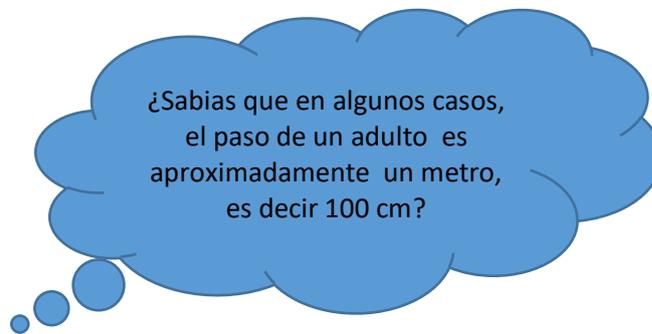
Ejemplo:



También se pueden utilizar algunos objetos que tengas a mano como, por ejemplo: cabuya, lana, bejucos, varas de árboles, tablillas, cordones, muchos instrumentos se pueden utilizar para medir longitudes.



De los anteriores instrumentos ¿cuál crees que sería el más adecuado para medir la longitud de la malla? ¿Por qué?



El granjero decidió que la mejor forma de medir la malla sería el paso



Él caminó sobre la malla y contó 40 pasos desde el inicio hasta el final. Teniendo en cuenta que el paso del granjero puede representar un metro ¿Cuántos metros mide la malla del granjero aproximadamente?

Señala la respuesta correcta:

1. 60 metros de largo
2. 40 metros de largo
3. 85 metros de largo

Antes de continuar ayudando al granjero, te invito a que realices la siguiente actividad:

Pídele a los miembros de tu familia que midan con pasos el largo del patio o del corredor de tu casa y escribe los resultados en la siguiente tabla:

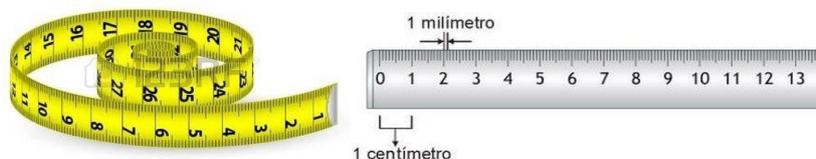
Miembro de la familia	Cantidad de pasos

¿Qué miembro de tu familia utilizo menos pasos para realizar la medida del corredor o del patio? \_\_\_\_\_

¿Qué miembro de tu familia utilizo más pasos para realizar la medida del corredor o del patio? \_\_\_\_\_

¿Crees que dar las medidas en pasos, nos dan una medida exacta del patio? \_\_\_\_\_

Te diste cuenta que al medir en pasos los resultados no son siempre los mismos, es por eso que hubo la necesidad de establecer una unidad patrón para medir longitudes (largo o alto o ancho) y esa unidad es el **metro**.



¡Ahora!, Ya sabemos que el granjero tiene 40 metros de malla y 20 postes para hacer el corral, ¿cómo podríamos ayudarle al granjero para que en el corral se puedan encerrar la mayor cantidad de gallinas?, utilizando toda la malla y los postes necesarios.

Dibuja todas las opciones posibles de cómo quedaría el corral y enviarnos una foto

(Pista: Son más de cinco opciones)

¿En cuál de las opciones crees que se pueden encerrar mayor cantidad de gallinas y por qué?

¿La opción que escogiste es la que tiene mayor área?

¿Te diste cuenta? A mayor área del corral mayor cantidad de gallinas puedes encerrar

¡Muy bien!, encerradas las 150 gallinas que tiene el granjero, ahora vamos a recolectar los huevos. Para su recolección necesitamos elegir la canasta más adecuada. Para esto debes tener en cuenta la cantidad de huevos que recolecta diariamente y el tiempo que gasta en su recolección. En su casa el granjero tiene estos modelos de canastas para la recolección. La producción diaria de huevos es aproximadamente de 140 huevos.



**1**



**2**



**3**

El granjero ha determinado que en la canasta 1 caben 20 huevos, en la canasta 2 caben 15 huevos y en la canasta 3 caben 30 huevos.

El granjero se ha dado cuenta que en 90 segundos recoge 10 huevos. Después de recoger los huevos los debes llevar al sitio de almacenamiento para lo cual gasta 5 minutos en ir y volver. De acuerdo a la canasta que escogiste para recolectar los huevos, cuánto tiempo gastarías en recoger y almacenar todos los huevos diariamente?

Observa los siguientes instrumentos utilizados para medir el tiempo:



Reloj de arena



Cronómetro



Reloj de pulso

¿Cuál crees que le permitirá al granjero medir el tiempo de su actividad de recolección con más precisión? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

Si el granjero recolecta la misma cantidad diariamente, cuántos huevos y cuántas horas necesitara para recoger la producción de un mes.

Como te diste cuenta, el tiempo también es una magnitud que se puede medir, su unidad fundamental es el segundo (s), además se puede medir en otras unidades como el minuto, la hora, el día, etc. ¡Recuerda!, Una hora equivale a 60 minutos, Un minuto equivale a 60 segundos y un día tiene 24 horas

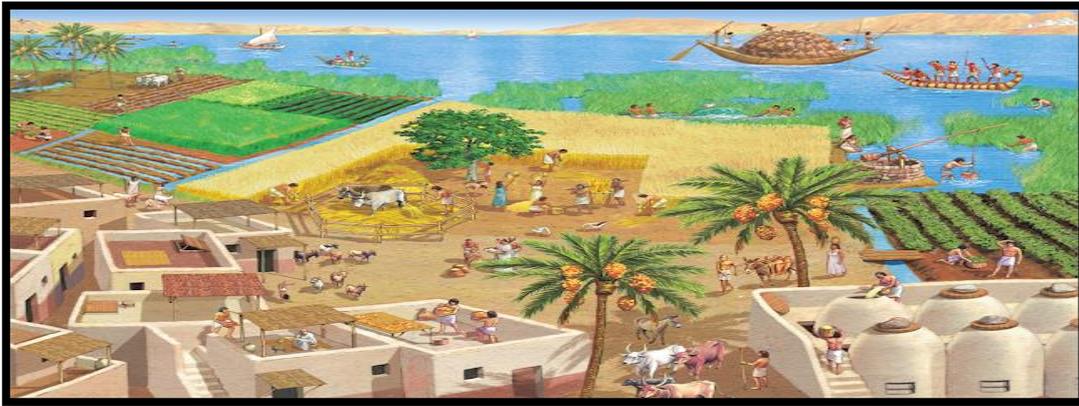
### **Valoración.**

#### **Agricultura en el Antiguo Egipto**

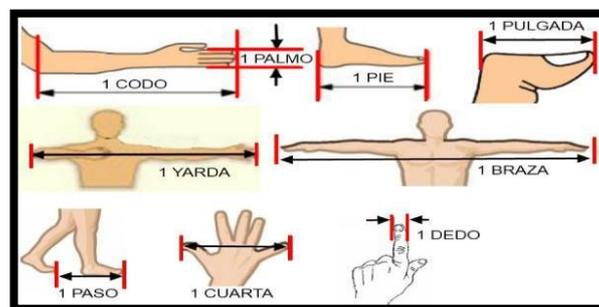
“La agricultura estaba vinculada a la crecida del Nilo y al limo depositado en el suelo, convirtiéndolo a este en un manto verde y fértil. Cultivaban sobre todo cereales (cebada, trigo), legumbres y verduras (puerros, lechugas, cebollas, ajos, pepinos, rábanos, habas, garbanzos) y frutas (melones, uvas, dátiles, higos). Algún pueblo invasor trajo nuevas especies como manzanas, aceitunas y granadas. Además, durante la época de los faraones aparecieron las peras, los melocotones, las cerezas y las almendras. Para fabricar tejidos y cuerdas, los campesinos cultivaban también el lino tomada de (Escolar, 2016).

En julio el caudal del Nilo crecía y los campesinos no podían trabajar más al anegarse los campos. En octubre, las aguas se retiraban, era la época de la siembra y los campesinos roturaban la tierra y reparaban los canales. En marzo llegaba la estación seca, era el momento de la cosecha.

Las etapas de la agricultura egipcia dependen fuertemente de las riadas o inundaciones provocadas durante la temporada de verano en la parte alta de la Cuenca Hidrográfica del río Nilo (localizada próxima al ecuador). Las inundaciones sucedidas a mediados de junio permitían humedecer el suelo y dotarlo de limo, un sedimento rico en nutrientes que favorecería mantener la notable producción agrícola. Gracias a este mecanismo los egipcios adoraban a Hapy, Dios del Nilo.



Ahora conociendo algo de la historia sobre los inicios de la geometría y la medición vamos a ayudarle a una familia egipcia a organizar un cultivo de lechuga para suministrarle al Faraón. Lo primero que van a hacer es delimitar el terreno donde van a realizar el cultivo, pero no han podido ponerse de acuerdo porque el papá dice que se debe medir el terreno en pasos, la esposa dice que es mejor en cuartas, el hijo mayor dice que en codos y el tío que se debe medir con brazas.



¿Cuál crees que debe ser la medida que utilicen? ¿Por qué?

Después de delimitar el terreno, deben organizar los surcos del cultivo y la distancia entre surco y surco. ¿Qué medida utilizarías? ¿Por qué?



← Surco →

¡Muy bien! Resuelta la situación de esta familia, ¿Crees que sería más fácil delimitar el terreno y organizar los surcos hoy en día? ¿Por qué?

¿Qué instrumento de medida y unidades de medida utilizarías para delimitar el terreno?

¿Qué instrumento de medida y unidades de medida utilizarías para hacer los surcos?

**Responde las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información**

Tatiana lleva los siguientes instrumentos, un reloj, una balanza, un metro, un compás y una regla, para desarrollar un taller en el colegio.

<b>Reloj</b>	<b>Balanza</b>	<b>Metro</b>	<b>Compás</b>	<b>Regla</b>

1. En una de las actividades del taller, ella debe averiguar cuál es el compañero que corre más rápido una distancia de 15 metros.

¿Qué instrumentos debe utilizar Tatiana para desarrollar esta actividad?

- A. La balanza y el reloj.
- B. El metro y la balanza.
- C. El compás y la regla.
- D. El metro y el reloj.

¿Cuál es tu respuesta?

---

¿Por qué?

---

2. ¿En cuál de las siguientes actividades del taller Tatiana debe usar la balanza?

- A. Medir el tiempo que tarda un compañero en ir a un lugar.
- B. Dibujar un círculo que tenga 3 centímetros de radio.
- C. Comparar entre dos objetos cuál es el más pesado.
- D. Medir la longitud del largo de su cuaderno.

¿Cuál es tu respuesta?

---

¿Por qué?

---

### **Cierre**

Finalmente, para terminar, te invitamos a desarrollar el siguiente boleto de salida, debe responder sí o no según el caso.

Reflexiona un poco a cerca de las actividades que realizaste y cuéntanos lo siguiente.

4. ¿Qué fue lo que más te causo dificultades al resolver las actividades propuestas en la guía? ¿Por qué crees que te causó dificultad?

5. ¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?

6. Con tus palabras escribe qué aprendiste.

La evaluación individual se hizo de acuerdo a la siguiente rúbrica

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCIÓN
Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa o indirecta), los instrumentos y los procedimientos	Utiliza y explica las unidades apropiadas, según el tipo de medición, y los instrumentos y procedimientos utilizados para medir figuras y sólidos	Avanzado	Utiliza y explica diversos instrumentos, procedimientos y unidades para medir diferentes magnitudes, teniendo en cuenta el tipo de medición
		Satisfactorio	Identifica y utiliza diversos instrumentos, procedimientos y unidades para medir diferentes magnitudes, teniendo en cuenta el tipo de medición
		Mínimo	Utiliza algunos instrumentos y procedimientos para medir algunas magnitudes, al igual que sus unidades.
		Insuficiente	No utiliza unidades, instrumentos ni procedimientos necesarios para medir magnitudes

### Guía #3

#### Actividad 3

#### Superficie y volumen

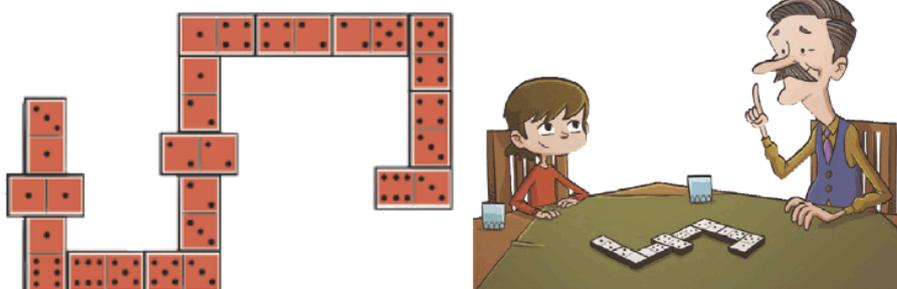
**Objetivo de aprendizaje:** *Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos.*

**Presentación:**

**Hola estimado estudiante:** Hoy la actividad está diseñada especialmente para ti, para resolverla debes estar dispuesto y muy activo. Con el desarrollo de esta actividad podrás desarrollar habilidades para establecer las mediciones de algunos objetos e identificar instrumentos y unidades utilizados en cada uno de los procedimientos. ¡No olvides que durante todo el proceso cuentas con mi orientación, así como el acompañamiento de tus padres o cuidadores! ¡No dudes en acudir a nosotros cuando lo consideres!

**Exploración.** ¿Recuerdas que representa la superficie de una figura plana? ¿Recuerdas cómo calcularla? ¿Recuerdas que representa el volumen de un sólido? ¿Recuerdas cómo calcularlo? Si no lo recuerdas, no te preocupes, ¡en esta actividad lo vas a recordar!

*Paco y su abuelo están jugando al dominó. ¿Qué superficie de la mesa ocupan las fichas si cada una de ellas tiene 6 centímetros de largo y 3 centímetros de ancho? “Recuerda que el juego de dominós tiene 28 fichas”*

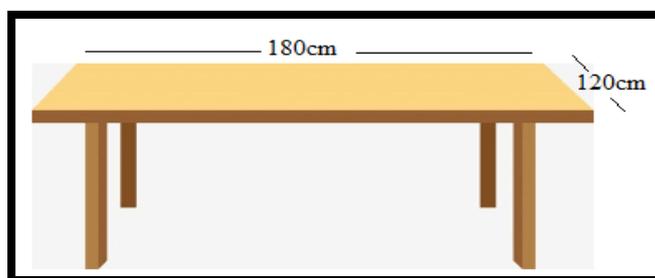


Escribe acá tu respuesta

¿Qué superficie de la mesa se puede cubrir con 12 fichas de dominóes? Y ¿Qué formas podría tener la superficie cubierta? Justifica e ilustra con un dibujo.

¿Qué superficie de la mesa se puede cubrir con 17 fichas de dominóes? Y ¿Qué formas podría tener la superficie cubierta? Justifica e ilustra con un dibujo. ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras entre las figuras que se pueden formar con 12 fichas y las que se pueden formar con 17 fichas?

Sabiendo que una unidad equivale a tres centímetros y la mesa tiene 60 unidades por un lado y 40 unidades por el otro lado ¿Es posible cubrir toda la mesa con fichas de dominó? Justifica. Para medir superficies tomamos como unidad patrón la unidad cuadrada ( $u^2$ ). La medida de la superficie se llama **área**. Por ejemplo, la superficie de una mesa que mide 120cm de ancho y 180cm de largo, tiene un área de  $21600\text{cm}^2$



Con respecto a la pregunta. ¿Qué superficie de la mesa ocupan las fichas de dominó si estas miden 6cm de largo y 3cm de ancho? Se puede decir que:

Como el área de cada ficha es de  $3\text{cm} \times 6\text{cm} = 18\text{cm}^2$ , y como son 28 fichas entonces la superficie de la mesa cubierta por las fichas tendrá un área de  $28 \times 18\text{cm}^2 = 504\text{cm}^2$



**Veamos ahora la siguiente actividad**

Observa las siguientes figuras.

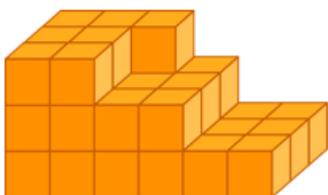


Figura 1.

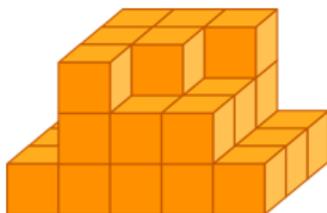


Figura 2

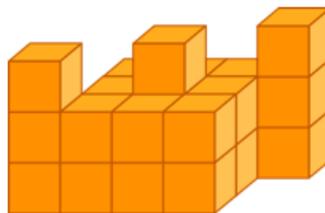


Figura 3

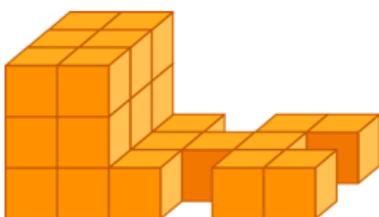


Figura 4.

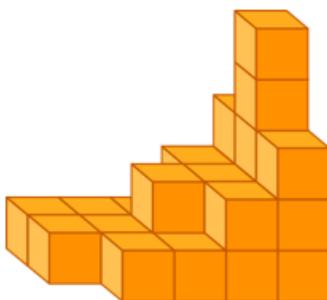


Figura 5

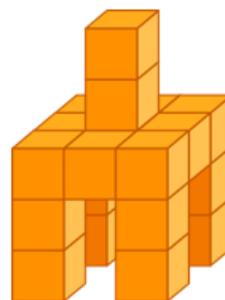


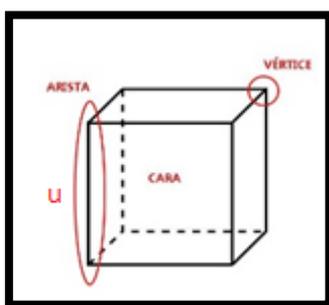
Figura 6

¿Cuál Figura crees que tiene mayor cantidad de cubos? ¿Cuál Figura crees que tiene menor cantidad de cubos?

Ahora cuenta los cubos de cada una de las figuras y ordénalas de menor a mayor.

Lo que acabaste de hallar es el espacio que ocupa cada una de esas figuras, a este espacio se le denomina **Volumen**. El volumen se mide en unidades cúbicas ( $u^3$ )

Se te entregaron 30 cubos de icopor. **Recuerda que la arista (u) es es el segmento de recta donde se encuentran dos caras.**



¿Qué área tendrá cada una de sus caras? ¿Cuál es el área total del cubo?

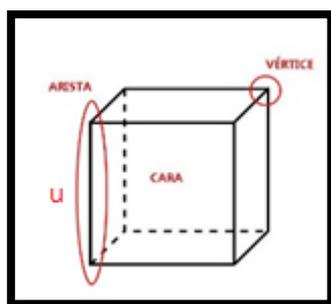
¿Te resultó  $6u^2$ ? ¡Muy bien! Ya conoces la área total del cubo. Recuerda que para hallar el área total de un sólido debes sumar el área de cada una de sus caras.

Con los cubos que se te entregaron arma un sólido que tenga  $5u$  de ancho y  $6u$  de largo.

Halla el área total del sólido

¿Te dio  $82u^2$ ? ¡Muy bien! Calculaste correctamente el área de cada una de las caras del sólido

Viste que al hallar la superficie tuviste que utilizar la medida de dos de sus aristas? Ahora cómo harías para hallar el volumen del cubo que se te entregó? Recuerda que se debe tener en cuenta la medida del largo, ancho y alto



Te dió  $1u^3$  ¡Muy bien! Ya conoces el volumen total del cubo. Si no te dio la respuesta recuerda que para determinar la expresión del volumen de cuerpos geométricos, debemos multiplicar el área de la base y la medida de la altura.

Observa las siguientes figuras y ármalas con los cubos que se te entregaron

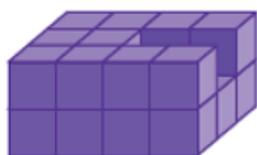


Fig. 1

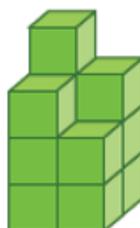


Fig. 2

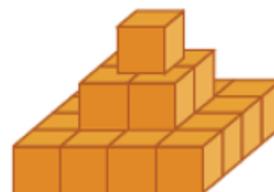


Fig. 3

¿Cuántas unidades cúbicas conforman cada figura?

Fig. 1 \_\_\_\_\_

Fig. 2 \_\_\_\_\_

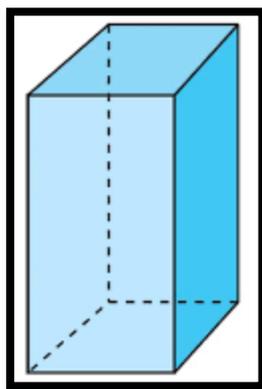
Fig. 3 \_\_\_\_\_

¿Cuál de las figuras ocupa mayor volumen?

### ***Estructuración y práctica.***

Ya hemos trabajado con área y volumen de algunos sólidos, ahora vamos a ver si existe una relación entre estas dos magnitudes.

Observa el siguiente sólido



Este sólido es un prisma. Ahora vas a armar diferentes prismas utilizando 12 cubos de los que se te entregaron (cada cubo que se entrega es una unidad cúbica, y cada cara del cubo es una unidad cuadrada). Envíanos una fotografía de cada prisma que armes.

Ahora dínos, cuál es el volumen y el área de cada uno de los prismas que lograste armar, escribe las medidas en la siguiente tabla:

FIGURA	Alto	Largo	Ancho	ÁREA ( $u^2$ )	VOLUMEN ( $u^3$ )
Prisma 1					
Prisma 2					
Prisma 3					
Prisma 4					
Prisma 5					

Teniendo en cuenta la información de la tabla, ¿qué puedes decirnos respecto a las áreas de los prismas?, ¿qué puedes decirnos respecto al volumen de los prismas?. Escribe tu respuesta y envíanos una foto.

Continuemos, ahora vas a construir dos prismas: el primero debe tener  $5u$  de largo,  $2u$  de ancho y  $3u$  de alto, las dimensiones del segundo prisma son  $15u$  de largo,  $1u$  de ancho y  $1u$  de alto. Envíanos fotografía de cada prisma.

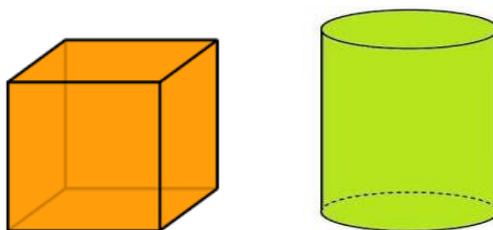
Cuál es el área del primer prisma?, Cuál es su volumen?

Cuál es el área del segundo prisma?, cuál es su volumen?

Teniendo en cuenta tus respuestas, qué puedes decirnos respecto a las áreas de los prismas?, qué puedes decirnos respecto a los volúmenes de los prismas?

Escribe tus respuesta y envíanos una foto

***Piensa y responde***



Tenemos un cubo y un cilindro con dimensiones fijas.

- ¿Qué ocurre con el volumen del cubo si se duplica la longitud del lado? Justifica.
- ¿Qué ocurre con el volumen del cubo si el lado se aumenta en una unidad? Justifica.
- ¿Qué ocurre con el volumen del cubo si el lado se aumenta en una unidad? Justifica.
- ¿Qué ocurre con la superficie del cubo si el volumen se duplica? Justifica.
- ¿Qué ocurre con el volumen del cubo si el lado se aumenta en una unidad? Justifica.
- ¿Qué ocurre con el volumen del cilindro si la superficie se duplica? Justifica.
- ¿Qué ocurre con la superficie del cilindro si el volumen se duplica? Justifica.

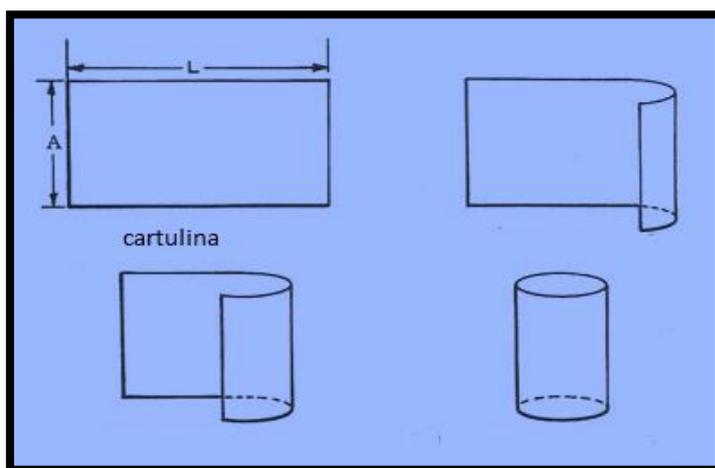
- ¿Qué ocurre con la superficie del cilindro si se incrementa el radio en una unidad y se disminuye la altura en una unidad? Justifica.
- ¿Qué ocurre con la superficie del cilindro si se disminuye el radio en una unidad y se incrementa la altura en una unidad? Justifica.

Felicitaciones!, ahora ya sabes que el área de un sólido puede cambiar mientras su volumen se mantiene. De igual forma el volumen de un sólido puede cambiar mientras su área se mantiene.

### **Valoración.**

#### ***¿Contienen lo mismo?***

Con la cartulina que se te entregó vamos a armar dos figuras uniendo los extremos de la cartulina por el lado más largo y pégalo con cinta, el sólido que armaste es un cilindro. Ahora haz lo mismo pero uniendo la cartulina por el lado más ancho. Luego de tener los cilindros armados envíanos una foto. Los cilindros que armaste tienen el mismo volumen?



Ahora llena los cilindros con arena. ¿Utilizaste la misma cantidad de arena? ¿Tienen el mismo volumen?

¿Por qué?

### ***Un recipiente para las canicas de Pablo***

Pablo tiene un recipiente cilíndrico para guardar sus canicas (bolinches) pero no es suficiente para las canicas que ha ganado, él quiere tener uno con mayor capacidad para eso ha pensado en dos opciones:

- *Opción 1:* Aumentar el radio de la base del recipiente una unidad y disminuir la altura en una unidad.
- *Opción 2:* Disminuir una unidad a la base y aumentar una unidad a la altura.

¿Con cuál de las dos opciones puede Pablo guardar la mayor cantidad de canicas? Justifica tu respuesta

#### ***Cierre.***

Finalmente, para terminar, te invitamos a desarrollar el siguiente boleto de salida, debe responder sí o no según el caso.

Reflexiona un poco a cerca de las actividades que realizaste y cuéntanos lo siguiente.

¿Qué fue lo que más te causo dificultades al resolver las actividades propuestas en la guía? ¿Por qué crees que te causó dificultad?

¿Qué fue lo que te pareció más fácil en la guía?

Evaluación de la unidad didáctica

La evaluación de la unidad didáctica se hará de manera continúa teniendo en cuenta el impacto de esta sobre la situación a intervenir y para ello se analizará los resultados obtenidos en la implementación de las actividades a partir de los siguientes aspectos.

- Avance de los estudiantes en cuanto al proceso de resolución de los problemas planteados en cada una de las actividades.
- Avance de los estudiantes en cuanto al desarrollo del pensamiento métrico-espacial
- Percepción de los estudiantes en cuanto al desarrollo de la unidad didáctica

El instrumento utilizado para la evaluación individual es la siguiente rúbrica

EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	INDICADORES	DESEMPEÑO	DESCRIPCION	CATEGORIZACIÓN MODELO VAN HIELE
Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa o indirecta), los instrumentos y los procedimientos	Justifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo teniendo en cuenta las dimensiones de sus aristas	Avanzado	Justifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo en cualquier contexto teniendo en cuenta sus dimensiones	Nivel 3. Las propiedades de los conceptos son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.
		Satisfactorio	Establece la relación existente entre la superficie y el volumen de un cuerpo en cualquier contexto	Nivel 2. Los estudiantes analizan las propiedades de las figuras de un modo informal con procesos de observación, experimentación y manipulación.
		Mínimo	Identifica la relación existente entre la superficie y el volumen de un cuerpo en ciertos contextos	Nivel 1. Los estudiantes juzgan las figuras solo por su apariencia
		Insuficiente	No identifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo	Nivel 1. Los estudiantes juzgan las figuras solo por su apariencia

## Capítulo 4

### Resultados, Análisis y Evaluación de la Propuesta de Intervención

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la unidad didáctica, para fortalecer el componente espacial métrico en estudiantes del grado quinto a partir de la resolución de problemas. Respecto a los resultados de las diferentes guías se construye un análisis que permite evidenciar su utilidad y eficacia, así como sus debilidades y fortalezas para promover posibles acciones de mejora.

Para el análisis de los procesos y los resultados de la implementación de las actividades se tuvieron en cuenta dos aspectos:

Primero, durante el desarrollo de las actividades. En ese momento se realizó un análisis de las actitudes y reacción inicial frente a la actividad, motivación y otros aspectos actitudinales, también se hizo un análisis del tipo de preguntas y respuestas, participación e intervenciones, estrategias de solución de los problemas y otros aspectos derivados de los criterios definidos a priori en los aspectos del pensamiento métrico-espacial según Van Hiele y George Polya. Por último, se analizó la percepción final de los estudiantes, que consistió en la evaluación de la actividad, reacciones finales, motivación y otros aspectos actitudinales.

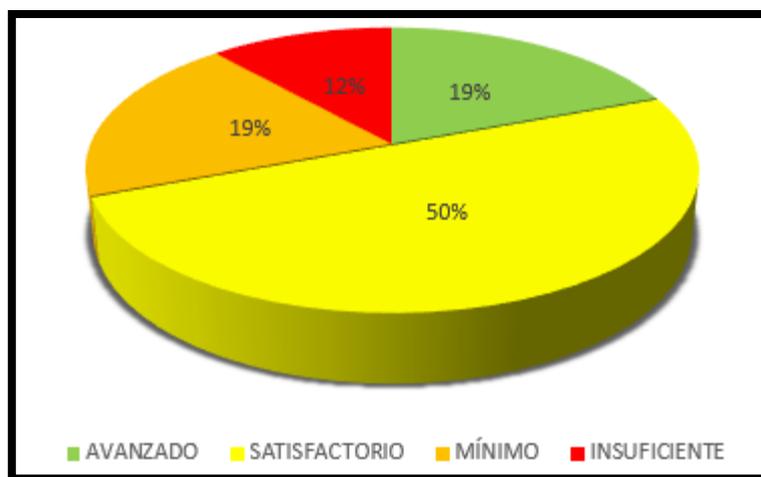
Segundo, análisis de las actividades entregadas o resueltas. En este momento se realizó una revisión y análisis del lenguaje utilizado para comunicar las ideas y la claridad en lo que quiere expresar. Además, se analizó el proceso de resolución de los problemas planteados, teniendo en cuenta si el estudiante, organizó la información, justificó los procedimientos utilizados, utilizó variedad de estrategias y demás aspectos propios de la resolución de problemas.

## Resultados Actividad 1

El propósito de esta actividad fue estudiar las relaciones entre perímetro y área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras, los estudiantes desarrollaron una guía de aprendizaje con acompañamiento a través del grupos de WhatsApp y se hizo de forma asincrónica, la cantidad de estudiantes que presentaron la actividad fueron 26, los resultados se representan con las gráficas 13 a 15 con su respectivo análisis.

### Gráfica 13

*Análisis de resultados guía 1*



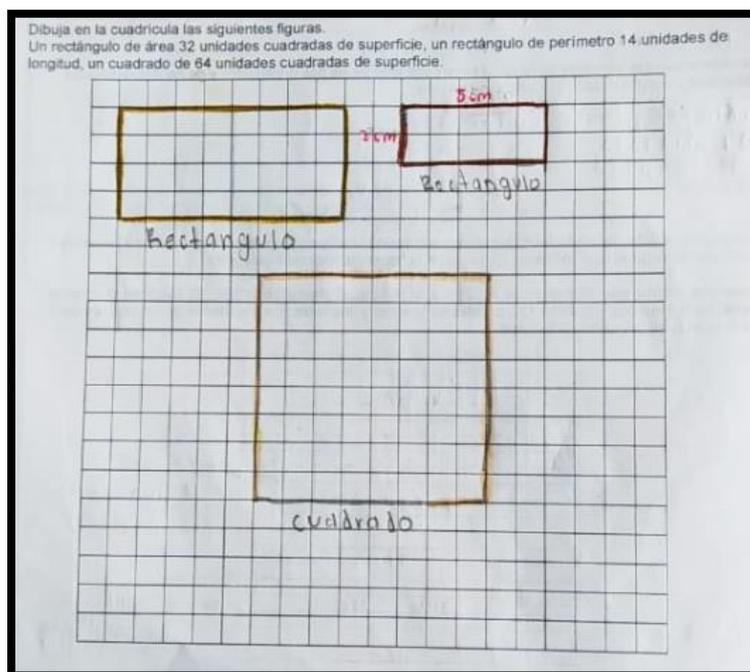
Porcentaje por niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes en el análisis de la actividad 1, 2020, Elaboración propia.

En síntesis, en el gráfico se observa que el 69% de los estudiantes se encuentra en un nivel satisfactorio y avanzado, lo cual permite inferir que la mayoría los estudiantes reconocen y aplican en algunos contextos las relaciones entre perímetro y área de algunas figuras planas o explican las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras planas en cualquier contexto, el 19% reconoce las relaciones entre área y perímetro en algunas figuras planas y el 12% de los estudiantes no reconoce las relaciones entre el área y el perímetro de figuras planas.

En esta actividad, en el momento de exploración, el objetivo fué activar los saberes previos del estudiante en cuanto a reconocimiento de figuras planas y sus características. La ilustración 17 muestra el trabajo realizado por uno de ellos donde se pretende identificar si el estudiante aplica los conceptos de área y perímetro.

### Ilustración 17

*Desarrollo del momento de exploración E7*



El estudiante traza tres figuras, dos rectángulos y un cuadrado, en uno de los rectángulos, así como en el cuadrado no ubica dimensiones mientras que en el otro rectángulo sí lo hace, siendo estas de 5 cm x 2 cm. Al hacer un análisis de lo elaborado por este estudiante se puede observar que cumplió con lo requerido en el ejercicio, puesto que, al realizar un conteo, tanto de unidades cuadradas (área) como lineales (perímetro), satisfacen las indicaciones dadas inicialmente; por lo anterior el estudiante se ubica en el nivel 1 de Van Hiele porque reconoce las figuras que no implican análisis alguno.

Ahora, en el momento de estructuración se plantearon actividades tanto escritas como con material manipulativo, con las cuales se pretendía establecer si el estudiante conceptualiza y aplica adecuadamente la relación entre perímetro y área.

## Ilustración 18

### Desarrollo actividad E8

Fijate en las figuras dibujadas en la siguiente cuadrícula:

Primero vas a pintar de un mismo color aquellas que tienen igual cantidad de unidades cuadradas de superficie. (cuadrillos) y escribe cuántas unidades tiene cada una. ¿Cuáles figuras tienen la misma área?

Figura 1	18 un	Figura 2	18 un
Figura 3	14 un	Figura 4	6 un
Figura 5	14 un	Figura 6	12 un

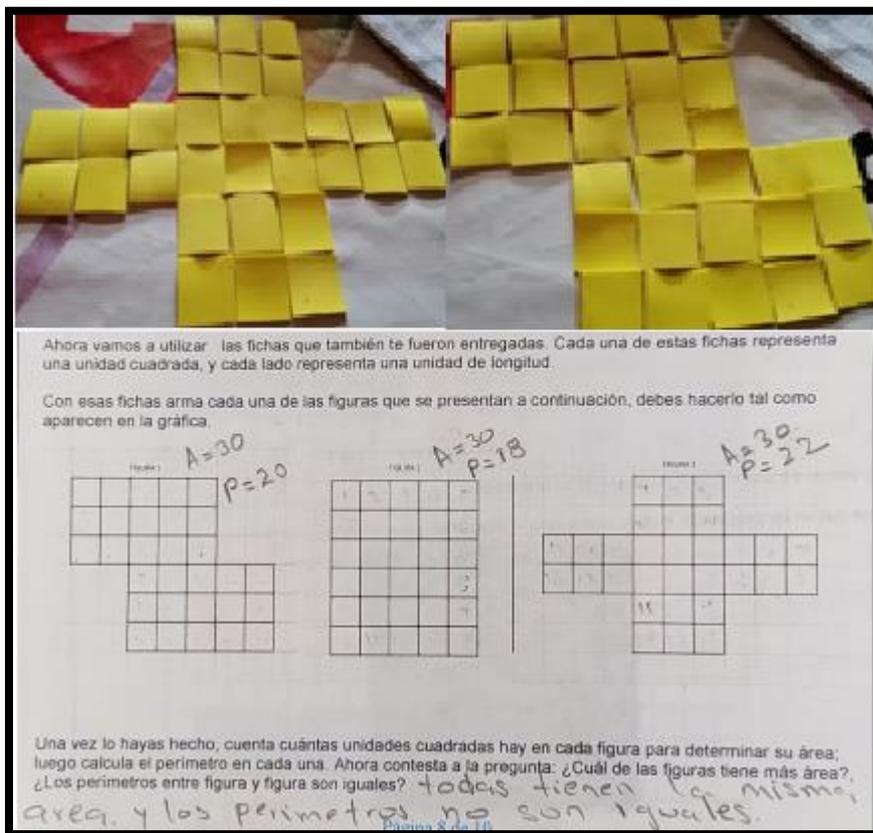
Escribe las parejas de figuras.

La ilustración anterior muestra que el estudiante pinta de un mismo color las figuras 1 y 2, al igual que las figuras 3 y 5, mientras que a las figuras 4 y 6 no les asigna ningún color. En el espacio para registro de áreas ubica frente a cada figura el número de unidades correspondientes, por otro lado, no registra las parejas de figuras con igual área. Analizando los hechos por este estudiante se observa que, en el momento de diferenciar parejas de figuras con un mismo color, como lo hizo con las figuras 1 y 2 de color verde, y, 3 y 5 de color amarillo logró identificar las que tienen igual área, por su parte, con las figuras 4 y 6 asumió que no tienen la misma área, puesto que no le asigno color alguno a dicha pareja. En el momento de registrar el valor de las áreas frente a cada figura, aparentemente no tiene claro el concepto de unidad cuadrada, pues registra dichas unidades como lineales y no como cuadradas. Este estudiante se ubica en el nivel 2 de Van Hiele puesto que en esta actividad debe relacionar las figuras con sus dimensiones.

Para el trabajo con material manipulativo se utilizaron: unidades cuadradas para determinar que figuras con una misma área pueden tener diferente perímetro y el geoplano para establecer que figuras con el mismo perímetro pueden tener diferente área.

### Ilustración 19

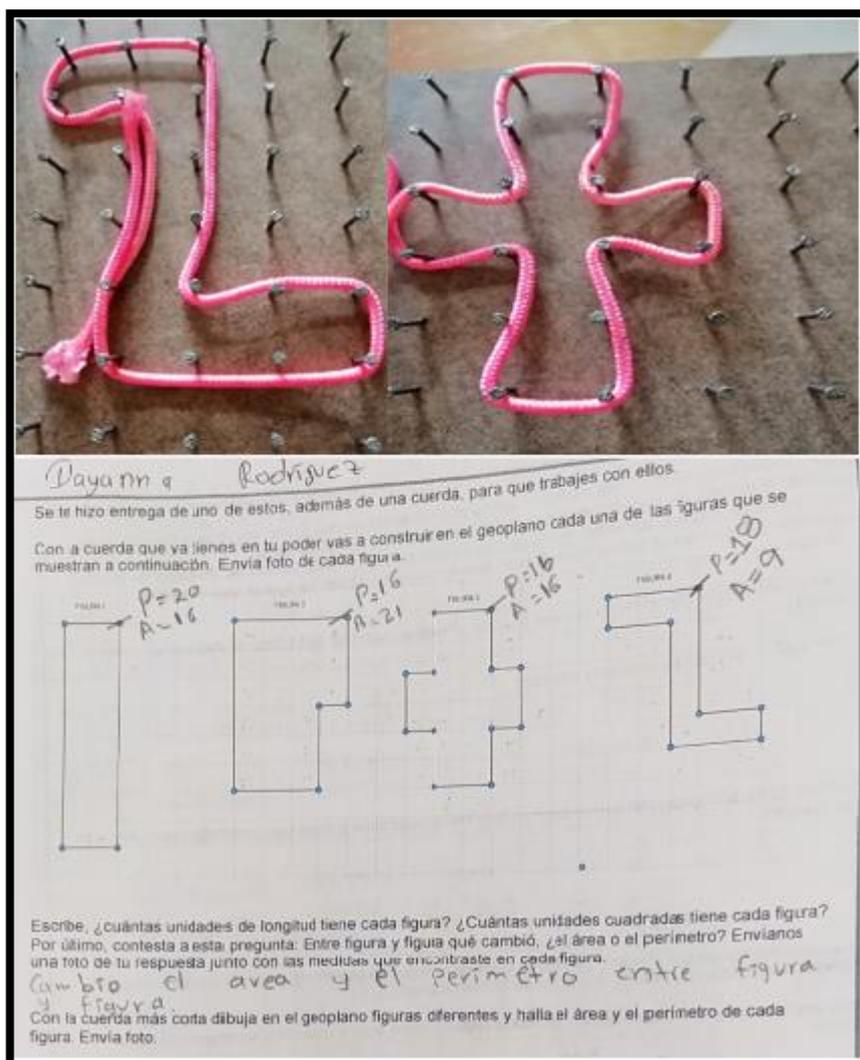
#### Actividad con material manipulativo E16



En la ilustración 19 el estudiante demuestra con la construcción de las dos figuras y el análisis que hizo en la guía, “todas tienen la misma área y los perímetros no son iguales”, que figuras con igual área pueden tener diferente perímetro. El estudiante se ubica en el nivel 2 de Van Hiele pues establece las propiedades de las figuras de forma empírica a través de la manipulación.

## Ilustración 20

Actividad desarrollada en el geoplano E 20



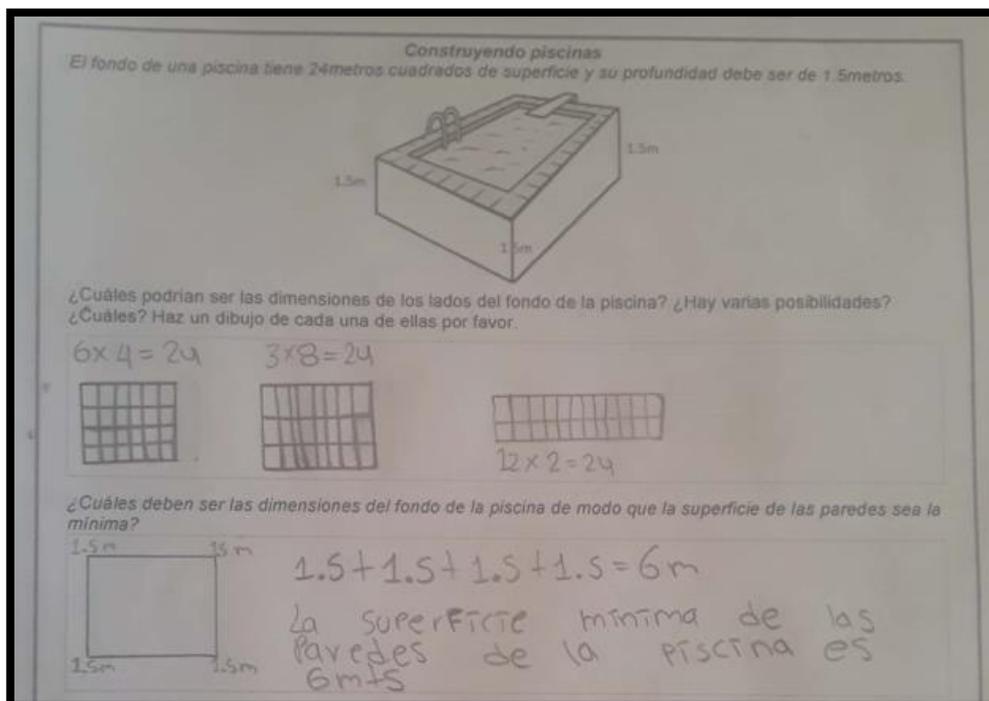
Según la ilustración 20 y la conclusión a la que llegó el estudiante, “cambio el área y el perímetro entre figura y figura”, aparentemente no comprendió la intención de esta actividad puesto que las figuras elaboradas en el geoplano no determinan que figuras con igual perímetro pueden tener diferentes áreas, esto se debe a que las construcciones no cumplen con las medidas indicadas. El estudiante se ubica en el nivel 2 de Van Hiele pues establece las propiedades de las figuras de forma empírica a través de la manipulación.

En el momento de valoración se plantea una situación en la que el estudiante debe determinar las medidas óptimas para la construcción de una piscina, partiendo de una medida previamente establecida, que es su profundidad (1.5 m). El objetivo es que el

estudiante explore sobre las diferentes formas rectangulares que puede tener el fondo de esta piscina, teniendo en cuenta que su superficie sea de 24 metros cuadrados, y al final determine cuál de estas permite establecer que la superficie de las paredes sea la mínima posible.

### Ilustración 21

Desarrollo de la situación problema E20



*Nota:* La ilustración muestra el proceso utilizado por el estudiante para determinar el área mínima de las paredes de la piscina y sus diferentes opciones, 2020.

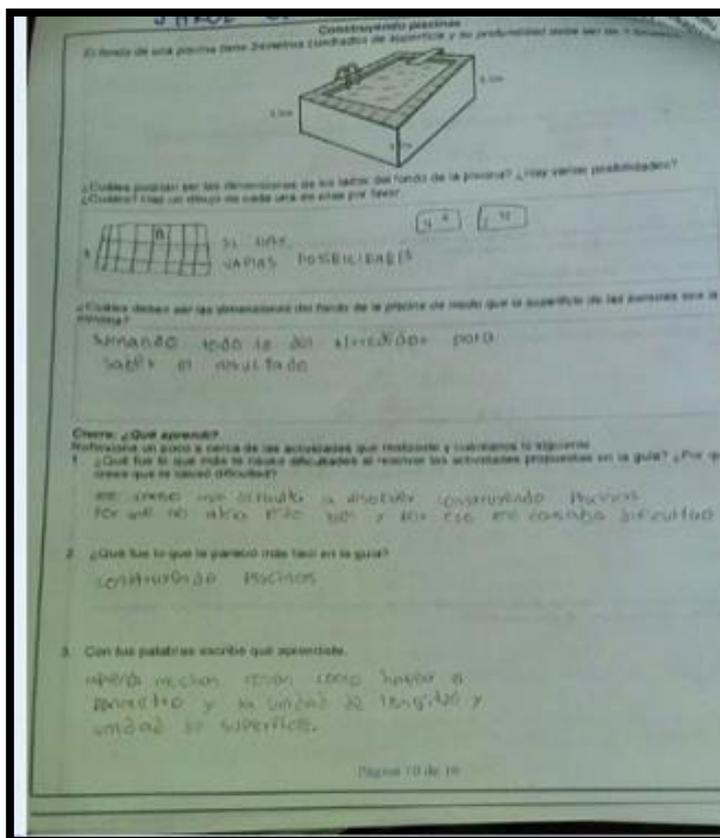
En esta situación el estudiante elabora tres gráficos rectangulares con dimensiones definidas en cada uno,  $6 \times 4$  para el primero,  $12 \times 2$  para el segundo y  $8 \times 3$  para el tercero. Luego elabora otro gráfico rectangular ubicando medidas en sus vértices (1.5m), las cuales son sumadas posteriormente.

Se puede observar que el estudiante efectivamente plantea las tres formas posibles para la superficie del fondo de la piscina, las cuales son: ( $6 \times 4$ ,  $8 \times 3$  y  $12 \times 2$ ), dando así respuesta acertada a la primera pregunta. En cuanto a la segunda pregunta (¿Cuáles deben ser las dimensiones de los lados del fondo de la piscina para que la superficie de las

paredes sea la mínima?), la estudiante decide efectuar una suma ( $1.5+1.5+1.5+1.5$ ), asumiendo que son estas las dimensiones de los lados del fondo, cuando en realidad es la profundidad. Esto permite afirmar que la estudiante no supo interpretar la información registrada en el gráfico, o bien, el diseño del gráfico no fue el adecuado.

## Ilustración 22

### Desarrollo de la situación problema E17



*Nota:* La figura muestra el proceso utilizado por el estudiante para determinar el área mínima de las paredes de la piscina y sus diferentes opciones, 2020.

En esta segunda situación el estudiante inicialmente traza una serie de gráficos, el primero con una cuadrícula definida de medidas  $8 \times 3$ , los otros dos simplemente con valores asignados a cada uno de sus lados,  $6 \times 4$  y  $12 \times 2$  respectivamente, afirmando que “sí hay varias posibilidades”. A la segunda pregunta responde: “Sumando todo lo de alrededor para saber el resultado”

Se puede observar que a la primera pregunta el estudiante tiende a dar una respuesta acertada, aunque solo se evidencia una de las posibilidades clara y gráficamente, mientras que las otras dos no lo son, sin embargo, las dimensiones esperadas en estas dos últimas se encuentran en el gráfico realizado por este estudiante. Por otro lado, al dar respuesta a la segunda pregunta se puede observar que no está contestando a un “¿cuál?”, sino a un “¿cómo?”, lo que permite inferir que el estudiante no tuvo claridad en la comprensión e interpretación de la pregunta.

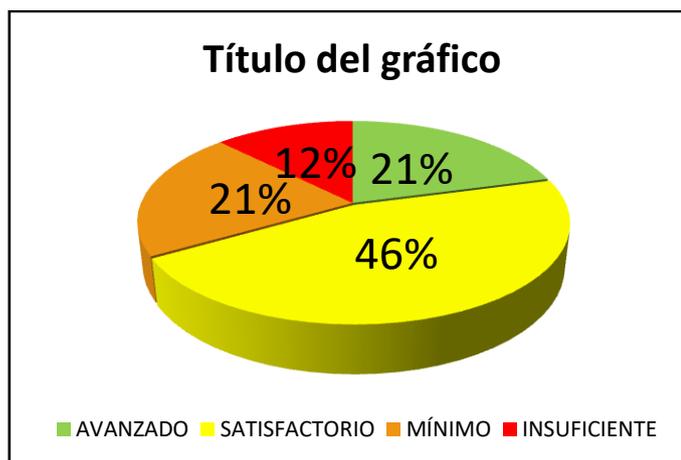
De acuerdo con el objetivo de aprendizaje “explicar las relaciones entre perímetro y área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras”, y los resultados obtenidos por parte de los estudiantes se puede afirmar que dicho objetivo se alcanzó, puesto que en los diferentes momentos planteados en la guía los estudiantes identifican la unidad cuadrada como unidad de área y la unidad lineal como unidad de perímetro, además reconoce que al construir o trazar figuras, relaciona que misma área puede tener diferente perímetro y mismo perímetro puede tener diferente área. En este orden de ideas y teniendo en cuenta el modelo planteado por los esposos Van Hiele se puede establecer que en general los estudiantes de grado quinto de la IE se encuentran en el segundo nivel de razonamiento, puesto que se identifican aspectos como: describen figuras de manera formal, entiende los significados de las definiciones, reconocen como algunas propiedades derivan de otras y con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

## **Resultados de la Actividad 2**

El propósito de esta actividad es, elegir las unidades apropiadas según el tipo de medición, los instrumentos y los procedimientos, los estudiantes desarrollaron una guía de aprendizaje con acompañamiento a través del grupo de WhatsApp y se hizo de forma asincrónica, la cantidad de estudiantes que presentaron la actividad fueron 24, los resultados se muestran a continuación

## Gráfica 14

### Análisis de resultados guía 2



*Nota:* Porcentaje por niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes en el análisis de la actividad 2, 2020, Elaboración propia.

En este gráfico se puede observar que el 21% de los estudiantes utiliza y explica diversos instrumentos, procedimientos y unidades para medir diferentes magnitudes, teniendo en cuenta el tipo de medición, lo que los ubica en un nivel avanzado, el 46% identifica y utiliza diversos instrumentos, procedimientos y unidades para medir diferentes magnitudes, teniendo en cuenta el tipo de medición, esto quiere decir que la mayoría de los estudiantes que desarrollaron esta actividad se encuentran en un nivel satisfactorio lo que indica que el 67% de los estudiantes cumplió con el aprendizaje esperado. Sin embargo, 12% de los estudiantes que desarrollaron la actividad número 2 no utiliza unidades, instrumentos ni procedimientos necesarios para medir diferentes magnitudes, mientras que el 21% de ellos utiliza algunos instrumentos y procedimientos para medir diferentes magnitudes, al igual que sus unidades.

La ilustración 23 muestra el análisis de una actividad desarrollada dentro del momento de exploración de la guía, con la cual se busca activar saberes previos sobre unidades, instrumentos y procedimientos de medición. Para esto se tuvo en cuenta magnitudes fundamentales como longitud, masa y tiempo.

## Ilustración 23

Desarrollo actividad de exploración E15

**Actividad 2.**

Ahora dínos lo siguiente:

Cuál de tus familiares crees que pesa más? Mi hermano Brayan

Cómo puedes saber esto? a la hora de pesarse

Qué instrumentos conoces para saber el peso? una balanza

Tienes alguno de estos instrumentos en tu casa? No

Toma dos objetos que tengas en tu casa, cuál crees que es más pesado? Un computador y un teléfono y el más pesado es el computador

Dos objetos del mismo tamaño siempre pesan lo mismo? No

Por qué? la relación que existe entre el tamaño y la masa de un cuerpo viene determinada por la densidad.

Recuerda las unidades de masa

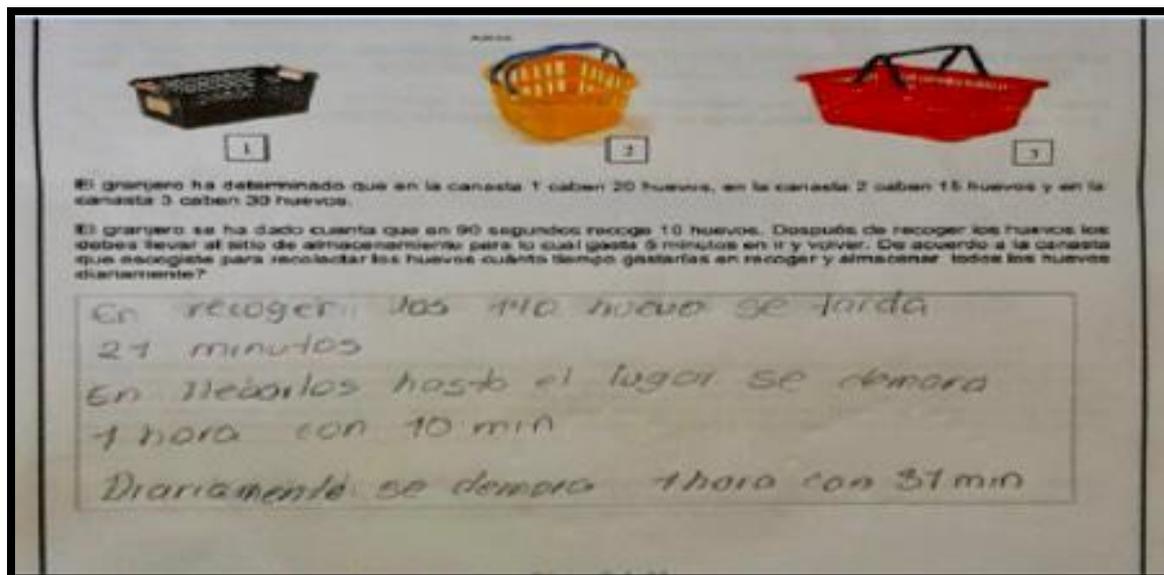
KILOGRAMO	HECTOGRAMO	DECAGRAMO	GRAMO	DECIGRAMO	CENTIGRAMO	MILIGRAMO
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

En esta actividad el estudiante al parecer tiene conocimiento del procedimiento y del instrumento de medición, pero, en el momento de afirmar que no cuenta con dicho instrumento en su casa contradice el procedimiento que supuestamente utilizó para pesar al hermano. Por otro lado, a la respuesta “la relación que existe entre el tamaño y la masa de un cuerpo viene determinado por la densidad”, aunque es una afirmación verdadera se puede suponer que el estudiante se valió de otros medios de información para dar esa respuesta.

A continuación, en el momento de estructuración se presenta al estudiante una situación en la cual debe elegir una canasta de tres posibles, que le permita a un granjero recolectar cierta cantidad de huevos y acopiarlos en el menor tiempo posible. Para su elección el estudiante debe tener en cuenta la capacidad de la canasta, el tiempo de recolección y el tiempo de traslado al lugar de almacenamiento.

## Ilustración 24

### Desarrollo de situación problema E3



*Nota:* Se evidencia el desarrollo de la guía 2 donde el estudiante relaciona la cantidad de huevos recolectados con el tiempo utilizado, 2020.

El estudiante afirma que en recoger los 140 huevos se tarda 21 minutos, en llevarlos hasta el lugar se demora 1 hora con 10 minutos y diariamente se demora 1 hora con 31 minutos.

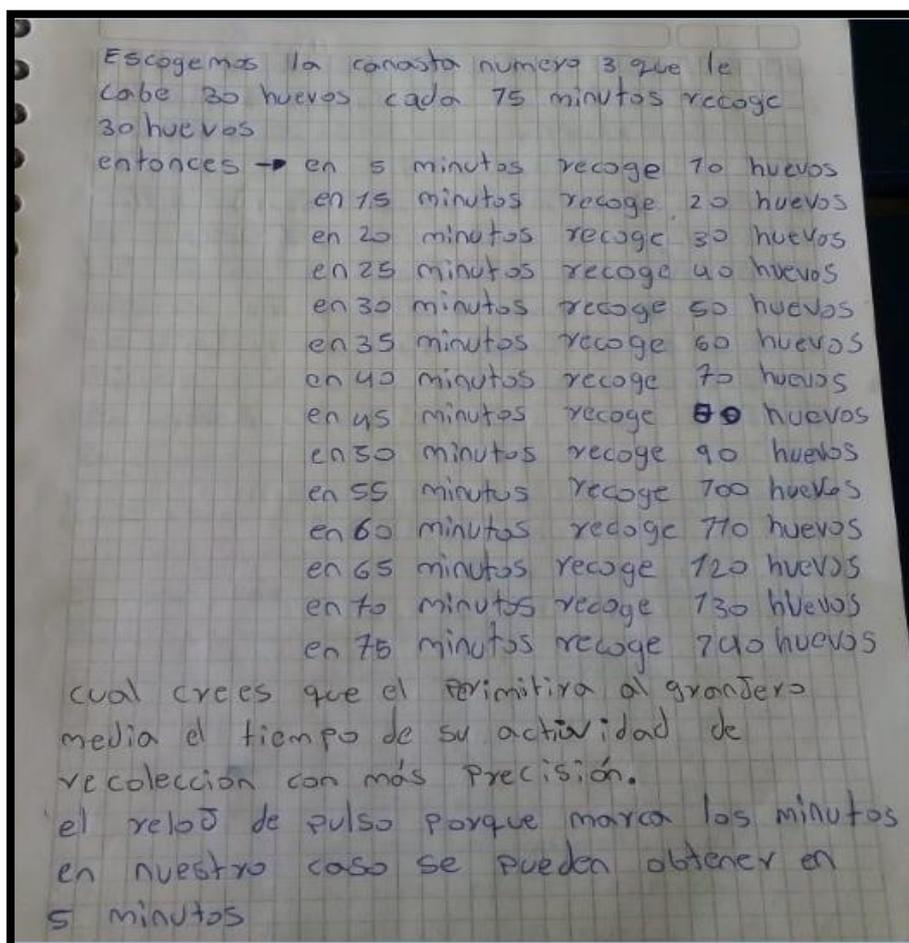
En esta primera situación se puede observar que el estudiante define tiempos totales en cada una de las actividades diarias del granjero, es decir, el tiempo total de recolección que es de 21 minutos, el tiempo total que demora en trasladarse al punto de almacenamiento, que según él es de una hora con 10 minutos, y el tiempo diario total de recolección y almacenamiento, que es de una hora con 31 minutos, según el estudiante. Cabe anotar que no expresa un proceso definido para llegar a estos resultados.

Profundizando un poco en el pensamiento del estudiante se puede evidenciar que no eligió una canasta de las propuestas, pero pudo determinar el tiempo total de recolección, que en este caso es el mismo, puesto que no depende del tamaño de la canasta, sino de la cantidad diaria de huevos que son 140. Ahora, en el momento de definir el tiempo total utilizado en su almacenamiento, el estudiante dice que se demora en esta

tarea 70 minutos, lo que da a pensar que el granjero hace 14 viajes, es decir, en cada viaje estaría llevando solo 10 huevos, y recordemos que dentro de las opciones de las canastas hay con capacidad para 15, 20, y 30 huevos.

### Ilustración 25

#### Desarrollo de la situación problema E14



*Nota:* Desarrollo de la guía 2 donde el estudiante relaciona la cantidad de huevos recolectados con el tiempo utilizado, 2020.

En esta imagen se puede observar el caso de un estudiante que sabe elegir la canasta que debe utilizarse, la de mayor capacidad, además da una tabla donde relaciona tiempo de recolección y cantidad recolectada de huevos, y manifiesta cuál es el mejor instrumento para medir el tiempo de recolección el cual es el reloj de pulso porque marca los minutos.

Al hacer un análisis de lo hecho por el estudiante, se puede establecer que efectivamente la canasta elegida es la óptima para la tarea del granjero, pero en el momento de definir tiempos es cuando llega al error, puesto que no tuvo en cuenta que para recolectar 10 huevos se demora 90 segundos, es decir un minuto y medio, y el estudiante aquí asume que el tiempo destinado para los 10 huevos es de cinco minutos, y a partir de ahí comienza a elaborar su tabla, la cual nos lleva a un tiempo total de recolección de 70 minutos (teniendo en cuenta que la tabla va en una escala de 5 en 5 minutos, pero en la segunda fila sumó 10 minutos).

Tanto en el primer caso como en el segundo, se puede evidenciar que los estudiantes no eligieron acertadamente los procesos para medir el tiempo. En cuanto al instrumento, uno se inclinó por el reloj de pulso, y el otro se inclinó por el cronómetro.

La ilustración 26 muestra el momento de valoración en el cual se formularon preguntas tipo SABER para que el estudiante hiciera su elección y así mismo justificar la respuesta

### Ilustración 26

*Actividad desarrollada E 19*

Tatiana lleva los siguientes instrumentos, un reloj, una balanza, un metro, un compás y una regla, para desarrollar un taller en el colegio.

				
Reloj	Balanza	Metro	Compás	Regla

1. En una de las actividades del taller, ella debe averiguar cuál es el compañero que corre más rápido una distancia de 15 metros.  
¿Qué instrumentos debe utilizar Tatiana para desarrollar esta actividad?

A. La balanza y el reloj.  
B. El metro y la balanza.  
C. El compás y la regla.  
 D. El metro y el reloj.

¿Cuál es tu respuesta? el metro y el reloj

¿Por qué?  
Porque el metro le ayuda a saber hasta donde corrió Tom y el reloj le ayuda a medir el tiempo

2. ¿En cuál de las siguientes actividades del taller Tatiana debe usar la balanza?

A. Medir el tiempo que tarda un compañero en ir a un lugar.  
B. Dibujar un círculo que tenga 3 centímetros de radio.  
 C. Comparar entre dos objetos cuál es el más pesado.  
D. Medir la longitud del lápiz de su cuaderno.

¿Cuál es tu respuesta? Comparar entre dos objetos cuál es el más pesado

¿Por qué?  
Porque eso es la función de la balanza

Con base en las opciones elegidas por el estudiante y en su respectiva justificación se puede observar que este se encuentra en capacidad de elegir las unidades apropiadas

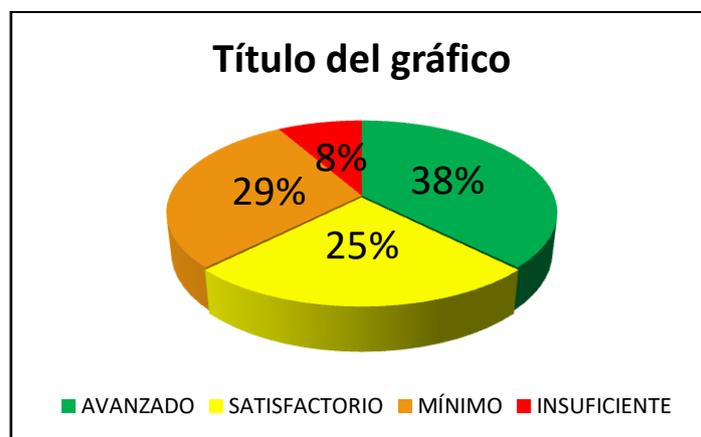
según el tipo de medición y los instrumentos apropiados dando cumplimiento al objetivo de aprendizaje propuesto en la guía.

### Resultados de la Actividad 3

El propósito de esta actividad es, Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, los estudiantes desarrollaron una guía de aprendizaje con acompañamiento a través del grupo de WhatsApp y se hizo de forma asincrónica, la cantidad de estudiantes que presentaron la actividad fueron 24, los resultados se muestran a continuación.

### Gráfica 15

*Análisis de resultados guía 3*



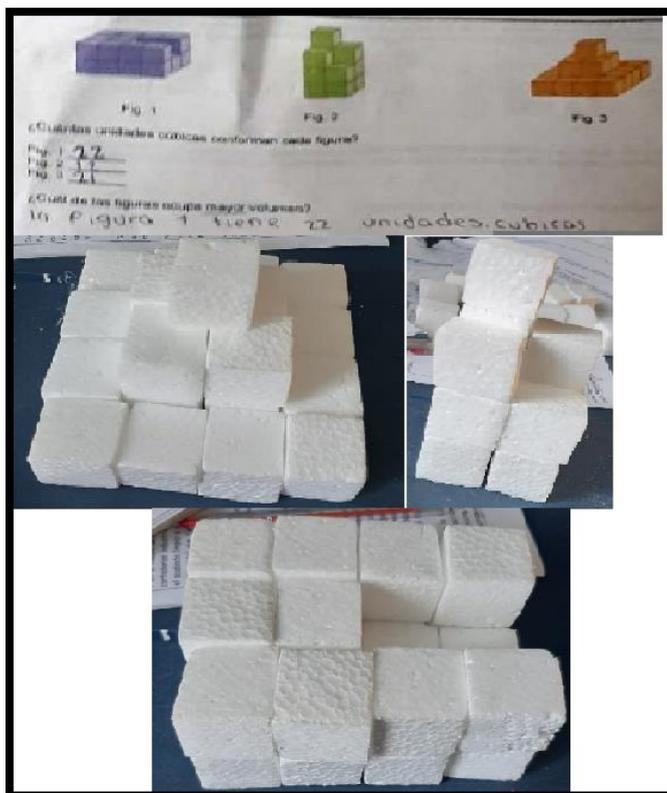
*Nota:* Porcentaje por niveles de desempeño obtenidos por los estudiantes en el análisis de la actividad 3, 2020.

Este diagrama permite establecer que para el desarrollo de la actividad número 3, el 38% de los estudiantes justifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo en cualquier contexto teniendo en cuenta sus dimensiones, lo que quiere decir que dichos estudiantes se encuentran en un nivel avanzado, el 25% establece la relación existente entre la superficie y el volumen de un cuerpo en cualquier contexto, esto indica que el 63% cumplió con el desarrollo del aprendizaje. Sin embargo, el 8% de los estudiantes no identifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo, mientras el 29% identifica la relación existente entre la superficie y el volumen de un cuerpo en ciertos contextos.

Iniciando con el momento de exploración de la guía, se activa los saberes previos del estudiante a través del desarrollo de una actividad en la cual debe utilizar material manipulativo, como se evidencia en la ilustración 27

### Ilustración 27

Desarrollo de actividad con material manipulativo E 8



Con los resultados obtenidos por el estudiante y con la construcción de los sólidos planteados se evidencia que dicho estudiante tiene la capacidad de hacer construcciones de cuerpos siguiendo el modelo propuesto. Además, por las respuestas dadas a las preguntas, se asume que deduce qué es un patrón y que este patrón constituye una unidad cúbica que es la unidad de medida del volumen de un cuerpo. A este estudiante se puede ubicar dentro del nivel 1 del modelo de Van Hiele, puesto que reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo.

A continuación, en el momento de estructuración se pide a los estudiantes que construyan diferentes prismas con doce unidades cúbicas (material manipulativo en icopor), con el fin de que relacione la superficie y el volumen de cada uno de ellos.

### Ilustración 28

*Actividad desarrollada con material manipulativo E 16*



En la ilustración se observa que el estudiante construyó cuatro prismas que cumplen las indicaciones de la actividad, aparentemente entiende que un prisma puede tener diferentes formas con igual cantidad de unidades cúbicas, es decir, diferentes formas con igual volumen. Ahora, al analizar la información registrada en la tabla se evidencia que el estudiante no tuvo en cuenta el concepto de unidad cuadrada, por lo cual, no pudo determinar la superficie de cada uno de los prismas, por el contrario, los resultados con respecto al volumen al parecer, los determinó de acuerdo a la cantidad de unidades cúbicas asignadas para la actividad, puesto que no utilizó el proceso esperado para el cálculo de dicho volumen que consistía en utilizar las tres dimensiones de cada prisma. Este estudiante, según el modelo de Van Hiele, se ubica en el nivel 2, pues establece las

propiedades de las figuras de forma empírica a través de la manipulación y experimentación.

A continuación, en el momento de valoración, se presenta a los estudiantes una situación en la cual deben manipular material y así mismo llegar a sus conclusiones. Con esta actividad se busca que el estudiante establezca de primera mano la relación que puede existir entre área y volumen del cilindro por medio del material que le fue entregado.

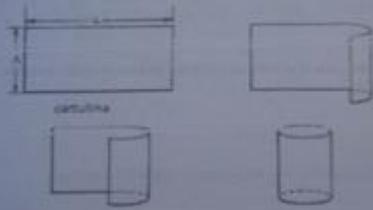
## Ilustración 29

### Desarrollo de la situación problema E2

Valoración.

¿Contienen lo mismo?

Con la cartulina que se te entregó vamos a armar dos figuras una los extremos de la cartulina por el lado más largo y pégalo con cinta, el sólido que armaste es un cilindro. Ahora haz lo mismo pero uniendo la cartulina por el lado más ancho. Luego de tener los cilindros armados emulamos una foto. Los cilindros ¿son iguales? ¿tienen el mismo volumen?



Ahora llena los cilindros con arena. ¿Utilizaste la misma cantidad de arena? ¿Tienen el mismo volumen? ¿Por qué?

¡Me cabio 12 manotadas de arena porque la hice ancha

Cilindro es de capacidad lo masojada de arena por que lo hice menos ancho



*Nota:* En esta figura se muestra la construcción de los cilindros por parte del estudiante y la relación que hace entre la superficie y la capacidad, 2020.

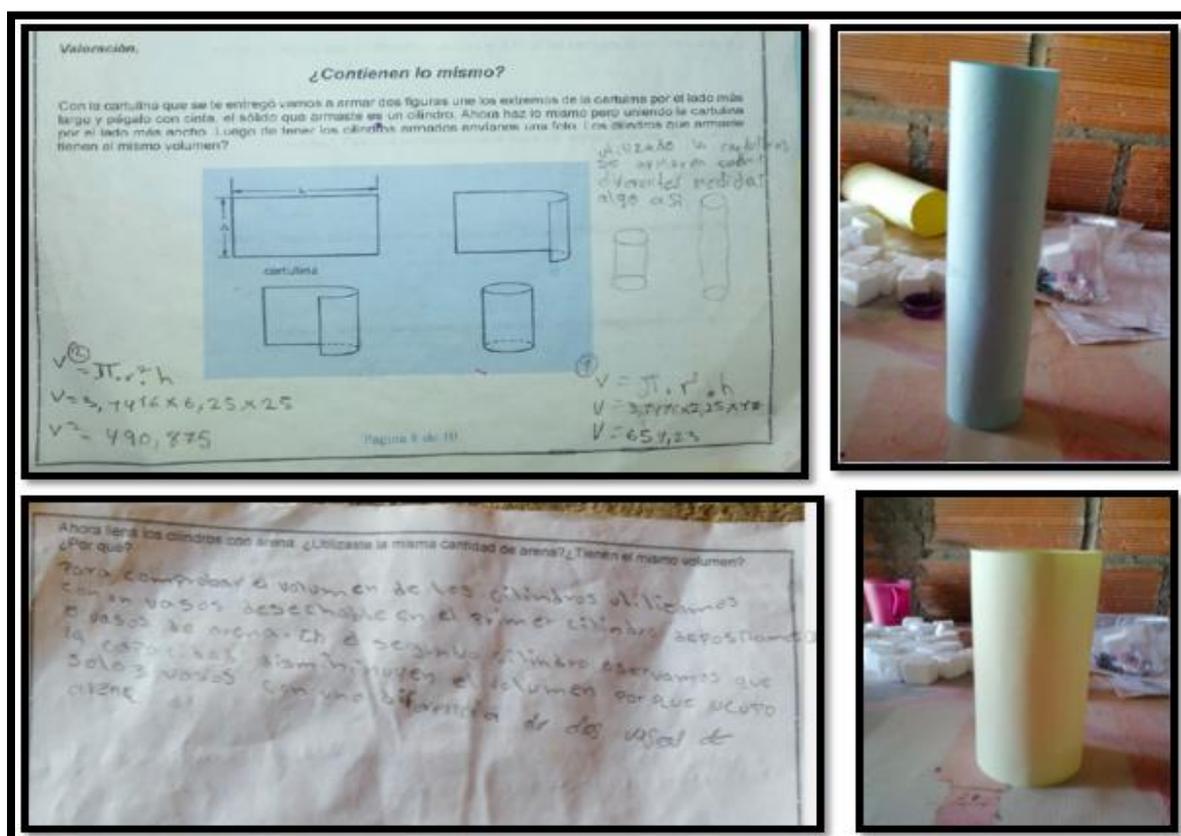
En este primer caso, el estudiante realiza la actividad como se le ha indicado, de lo cual llega a dos afirmaciones sencillas, y en cada una de ellas da su argumento: 1. “Me cabio 12 manotadas de arena porque la hice ancha”, esto refiriéndose al primer cilindro. 2.

“me cabieron 10 manotadas de arena porque lo hice menos ancho”, este es el argumento para el segundo cilindro.

Puede notarse que el estudiante basó su observación en el diámetro de la base de cada cilindro, y a pesar de no dar un volumen exacto, definió una unidad con la cual pudo llegar a sus conclusiones la cual fue la “manotada”. Esto le permitió establecer que con dos rectángulos de igual superficie se pueden construir cilindros de diferente volumen, y según su percepción, si aumenta el diámetro y disminuye la altura, cabrá más arena. Este estudiante, según el modelo de Van Hiele, se ubica en el nivel 3, porque las propiedades de los conceptos son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.

### Ilustración 30

Desarrollo de la situación problema E11



*Nota:* En esta figura se muestra la construcción de los cilindros por parte del estudiante y la relación que hace entre la superficie y la capacidad, 2020.

En el caso de esta estudiante se observa que llevó un proceso un poco más complejo, puesto que utiliza el algoritmo para calcular el volumen de un cilindro, además elabora un bosquejo de los posibles cilindros.

Profundizando en el proceso aplicado por la estudiante se puede apreciar que inicialmente hace un bosquejo de cómo podrían ser sus cilindros, aquí la estudiante ya comprende que uno de los cilindros va a ser más alto que el otro, pero menos ancho. Esto puede comprobarlo al construirlos con el material entregado y tomar las medidas necesarias para aplicar el algoritmo y calcular el volumen de cada cilindro. Una vez hechos los cálculos efectivamente se determina que con dos rectángulos de igual área se pueden construir dos cilindros de diferente volumen, esto lo verifica introduciendo arena dentro de ellos, de lo cual concluye que en uno de los cilindros utilizó 5 vasos de arena y en el otro utilizó solo 3. Este estudiante, según el modelo de Van Hiele, se ubica en el nivel 3, pues establece las propiedades de las figuras de forma empírica a través de la manipulación y experimentación.

Aunque en estos dos casos los estudiantes utilizaron métodos diferentes, llegaron a una misma conclusión, y por eso se puede decir que cada uno de ellos “justifica la relación que existe entre la superficie y el volumen de un cuerpo en cualquier contexto teniendo en cuenta sus dimensiones”

## Capítulo 5

### Conclusiones y Recomendaciones

A través de la implementación de este proyecto y teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se puede establecer que los estudiantes de la IE Luis Carlos Galán Sarmiento, lograron fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial métrico mediante la resolución de problemas y la aplicación de unidades didácticas, pues dichos resultados los ubican, en su gran mayoría, en un nivel de desempeño satisfactorio y avanzado.

La formulación de situaciones problema dentro de las guías de aprendizaje propuestas en la unidad didáctica le permitió al estudiante tener una concepción propia de dichos problemas, lo que lo lleva a hacer su propio análisis para determinar los procesos de solución y así mismo su ejecución, además le brinda oportunidades para abordar otros problemas relacionados con su entorno

El diseño y aplicación de guías de aprendizaje basadas en la resolución de problemas y en las evidencias de aprendizaje establecidas en los Derechos Básicos de Aprendizaje, fueron una herramienta fundamental para diseñar actividades que permitieran fortalecer el pensamiento espacial métrico de los estudiantes, además permitieron una interacción dinámica y permanente con el docente en cada uno de los momentos del desarrollo de dichas guías.

El planteamiento de actividades con el uso de material manipulativo fue de gran ayuda para favorecer el desarrollo del pensamiento espacial- métrico y así avanzar en los niveles propuestos por Va Hiele en los que están contruidos los aprendizajes en los DBA de Matemáticas. Por otra parte, se evidenció que los estudiantes mostraron una mejor actitud e interés en el desarrollo de estas actividades y sus respuestas daban muestras de sus avances en el desarrollo de este pensamiento, pasando de la visualización y reconocimiento de las figuras a la aplicación de algunas de sus propiedades en la solución de problemas concretos de medición directa e indirecta.

Al poner a los estudiantes frente a situaciones reales que involucran la observación, la manipulación y el análisis de figuras y sólidos favorece los aprendizajes toda vez que los estudiantes logran Justificar relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos como se observó en la actividad 3.

El uso de guías remotas es una herramienta de gran ayuda para el trabajo en casa, sin embargo, puede ser un factor influyente en el desempeño de los estudiantes y el análisis de los resultados en la presente propuesta, pues, no todos los estudiantes cuentan con los recursos técnicos y tecnológicos para participar activamente en los encuentros sincrónicos y así beneficiarse de la realimentación que se hace al trabajo realizado.

Teniendo en cuenta el modelo planteado por los esposos Van Hiele se puede establecer que en general los estudiantes de grado quinto de la IE se encuentran en el segundo nivel de razonamiento, puesto que se identifican aspectos como: describen figuras de manera formal, entiende los significados de las definiciones, reconocen cómo algunas propiedades derivan de otras y con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

### **Recomendaciones**

Para lograr un mejor desarrollo en el pensamiento espacial métrico de los estudiantes se recomienda a los docentes trabajar la resolución de problemas como una estrategia de enseñanza teniendo en cuenta que los problemas deben ser lo suficientemente abiertos para que los alumnos se vean abocados a la búsqueda de múltiples respuesta y múltiples caminos de solución. Además, que, en el proceso formativo se deben plantear preguntas orientadoras de modo que el estudiante sea guiado hacia la reflexión de lo que hace en cada momento de la solución del problema y lo plausible de la misma.

Otro aspecto importante a tener en cuenta para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y favorecer los aprendizajes es el planteamiento de actividades con el uso de material manipulativo, esto permite ir de lo concreto a lo abstracto y avanzar en los niveles de Van Hiele, además es importante plantear problemas derivados

de situaciones presentes en el entorno, eso hace que el estudiante este motivado y el aprendizaje sea más significativo.

La institución educativa debe promover y facilitar los espacios para implementar sesiones de capacitación para que los docentes mejoren sus competencias en la elaboración y desarrollo de instrumentos de aprendizaje y evaluación como lo son. secuencias didácticas, guías de aprendizaje, unidades didácticas, rúbricas, pruebas diagnósticas, entre otras.

Utilizar recursos tecnológicos como Geogebra y plataformas educativas, para mejorar la apropiación de los aprendizajes asociados al pensamiento espacial-métrico y en general el pensamiento matemático.

Es importante el acompañamiento por parte de los padres de familia y/o acudientes en el proceso de formación y de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes (especialmente en grados de preescolar y básica), esto además de fortalecer los lazos familiares, contribuye al mejoramiento, buen desempeño y obtención de mejores resultados académicos.

También se recomienda que quienes hacen parte del proceso formativo de los estudiantes, tengan una adecuada capacitación en el manejo de las tecnologías de la información y la comunicación, puesto que este es un proceso que demanda cambios y una actualización constante en la utilización, manejo y aplicación de dichas tecnologías.

### Lista de referencias

- Amestoy de Sánchez, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento. *REDIE. Revista electrónica de investigación educativa*. 4 (1).
- Anguera, M. (1986) La investigación Cualitativa. *Educación*. Nº 10. Pp. 23-50 Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Educacion/article/view/42171/94904>
- Araujo, D. (2020) Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo. *Espacios*, Vol 41. Art 14. Recuperado de <http://www.revistaespacios.com/a20v41n35/a20v41n35p14.pdf>
- Area Moreira, M. (1993). Unidades didácticas e investigación en el aula. Librería Nogal Ediciones.
- Arias, D. y Torres, E. (2017). Unidades didácticas. Herramientas de la enseñanza. *Noria Investigación Educativa*, 1(1), pp 41–47. Recuperado de <https://doi.org/10.14483/25905791.13072>
- Arteaga, E. (2019). El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Conrado* vol.15 Nº.70. Recuperado de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1990-86442019000500102](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102)
- Ayllón Blanco, M.F. (2013). Invención-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria. [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada]. Dgibug - Repositorio Institucional de la Universidad de Granada.
- Bermúdez, S. (2018). Propuesta de Estrategias Metodológicas para el Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático en la Resolución de Problemas tipo Saber del Componente Geométrico-Métrico en la Competencia de Razonamiento con los Estudiantes del Grado 5° de la Institución Educativa Anchique sede Pueblo Nuevo del Municipio De Natagaima – Tolima.. [Trabajo de Maestría, Universidad del Tolima]. Recuperado de <http://45.71.7.21/bitstream/001/2540/1/T%200945%20623%20CD6684.pdf>
- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la Investigación educativa*. Editorial la Muralla.
- Blanco, L. J. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Epsilon* 25. pp. 49-60.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*. 17( 2).
- Callejo, L. (1998). Un club matemático para la diversidad. Madrid: Narcea.
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación* 32(1), 123-138, ISSN: 0379-7082, 2008
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación* 32(1), 123-138, ISSN: 0379-7082, 2008
- Campistrous, L. & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

- Cantoral, R., Farfán, R.M., Cordero, F., Alanís, J.A., Rodríguez, R. & Garza, A. (2005) *Desarrollo del pensamiento matemático*. Trillas.
- Carrillo, J. (1998). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. *Actas del XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Badajoz, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM*, pp. 113-140.
- Del Valle, S. (2004). La programación y las unidades didácticas en Secundaria Obligatoria. Curso CSI-CSIF. Sector de enseñanza. Toledo: Junta de Comunidades de Castilla la Mancha.
- Delgado, R. (1998). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: dos aspectos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas. [Tesis de Doctoral]. Universidad de La Habana, Cuba.
- Díaz, M. V., & Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. 45, (pp. 33-41).
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Fondo de publicaciones del Gobierno de Navarra.
- Escamilla, A. (1993). Unidades didácticas una propuesta de trabajo en el aula. EDELVIVES
- Estaire, S. (2004). La programación de unidades didácticas a través de tareas. Red ELE. Nº 1. Recuperado de [https://www.educacionyfp.gob.es/dctm/redele/Material-RedEle/Revista/2004\\_01/2004\\_redELE\\_1\\_04Estaire.pdf?documentId=0901e72b80e06811](https://www.educacionyfp.gob.es/dctm/redele/Material-RedEle/Revista/2004_01/2004_redELE_1_04Estaire.pdf?documentId=0901e72b80e06811)
- Estándares básicos de Competencias en Matemáticas (2006)
- Fernandez, J. P.; Garcia, R.; Posada, F. (1993). Guía para el diseño curricular en educación física. Agonos: Lérida.
- Fernández, J., Elortegui, N. Moreno, T. y Rodríguez, J. (1999) ¿Cómo hacer unidades didácticas innovadoras? Red in ed. URI <http://hdl.handle.net/11162/58320>
- Figueroa, F., Mendoza, A., Vaca, R. y Velasco, N. (2019). Fortalecimiento de las competencias asociadas al pensamiento geométrico-métrico mediante el uso de herramientas tecnológicas en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa José María Córdoba del municipio de Tauramena – Casanare. . [Trabajo de Maestría, Universidad de la Salle]. Repositorio de la universidad de La Salle. Recuperado de [https://ciencia.lasalle.edu.co/maest\\_docencia\\_yopal/38/](https://ciencia.lasalle.edu.co/maest_docencia_yopal/38/)
- Fonseca. S., Jiménez, C. y Patarroyo, M. (2019). Estrategias para resolver problemas matemáticos con ideas de Pólya, en grado quinto. *Educación y Ciencia*, (22), pp 427-456. Recuperado de [https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion\\_y\\_ciencia/article/view/10063](https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10063)
- Franco, A. (2020). El modelo de escuela inteligente en el aprendizaje del concepto magnitud como derecho básico de grado sexto. Departamento de Matemáticas y Estadística. [Trabajo de

Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio de Universidad Nacional.

Recuperado de

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78570/1053822528.2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Fuentes, C., Páez, P. y Prieto, D. (2019). Dificultades de la resolución de problemas matemáticos de estudiantes de grado 501 Colegio Floresta Sur, sede b, jornada tarde, Localidad de Kennedy. [Trabajo de Maestría, Universidad Cooperativa de Colombia]. Repositorio de la UCC. Recuperado de [https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/12570/6/2019\\_dificultades\\_resolucion\\_problemas\\_.pdf](https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/12570/6/2019_dificultades_resolucion_problemas_.pdf)

Galilei, G. (1623). Saggiatore Libro II.

Gamboa, M., y Cortina, V. (2018). Modelo para el Diseño de Unidades Didácticas

Contextualizadas. Opuntia Brava, 4(4), 55-68. Recuperado de

<http://200.14.53.83/index.php/opuntiabrava/article/view/437>

Gardner, H. (1999). Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica. Barcelona: Paidós.

Giraldo, M y Ruíz M. (2014). Aprendizaje Significativo del Pensamiento Espacial y Sistemas Geométrico, Integrando las TIC a Través de Actividades Lúdicas en el Primer Ciclo de Básica. [Trabajo de Maestría, Universidad Libre]. Repositorio Universidad Libre.

Recuperado de

[https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/10408/Giraldo\\_Ruiz\\_2015.pdf?sequence=1](https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/10408/Giraldo_Ruiz_2015.pdf?sequence=1)

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/>

González, G. (2019). Aplicación del software Geogebra para fortalecer los procesos del pensamiento geométrico- métrico, en estudiantes del grado noveno del colegio Bilingüe Reino Unido, de la ciudad de Bogotá, Colombia [Trabajo de grado de especialización, ciencias de la educación]. Universidad Nacional Abierta y a Distancia, UNAD. Colombia.

González, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. Atenas, vol. 3, núm. 39, pp. 64-79. Recuperado de

<https://www.redalyc.org/jatsRepo/4780/478055149005/html/index.html>

[https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-89869.html?\\_noredirect=1](https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-89869.html?_noredirect=1)

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES. (2015). Informe por Colegio, resultados pruebas SABER de 3, 5 y 9. Recuperado de

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/489407/Ejemplos%20de%20preguntas%20saber%205%20matematicas%202015%20v3.pdf>

- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES. (2018). Informe por colegio del cuatrienio, IE Luis Carlos Galán Sarmiento.
- Jimenez, C. (2005). La Inteligencia Lúdica. Magisterio.
- Lacera, G., Rangel, F. y Rodríguez, K. (2017) Fortalecimiento del pensamiento métrico con el aprendizaje de perímetro y área a través de los recursos educativos abiertos (R.E.A). [Trabajo de Maestría, Universidad del Norte]. Repositorio Universidad del Norte. Recuperado de <https://manqlar.uninorte.edu.co/handle/10584/7948#page=1>
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Pearson.
- MEN. Universidad de Antioquia (2006). Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas
- Ministerio de Educación Nacional ([MEN] 2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Encontrado en: [http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional ([MEN] 1998). *Lineamientos curriculares*. Encontrado en: [https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Obtenido de [www.mineduccion.gov.co](http://www.mineduccion.gov.co): [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional ([MEN] 2015). Informe por colegio del Cuatrienio. Análisis histórico y comparativo 2018.
- Nieto, R. (2012) Educación virtual o virtualidad de la educación. Revista historia de la Educación Latinoamericana. Vol 14. Nº 19 pp. 137-150. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/869/86926976007.pdf>
- Obando, G. (2004). Sobre los lineamientos curriculares y los estándares básicos en matemáticas. Sexto encuentro colombiano de matemática educativa. Repositorio Universidad de los Andes.
- Obando, G., Posada, F., Villa, J., Gallo, O., Gutiérrez, J., Vanegas, D., y otros. (2006). Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Artes y Letras.
- Ontiveros, Q. (1994). *El fracaso de la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato*. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE]. (2006). Resultado prueba PISA. La organización para la cooperación y desarrollo economico. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Ortega, T., C. Pecharromán y P. Sosa (2011). La importancia de los enunciados de los problemas matemáticos. *Educatio Siglo XXI*. 29 (2). pp. 99-116.

- Ortiz, A. (2009). *Didáctica problematizadora y aprendizaje basado en problemas*. 1ed. Bogotá: Distribbooks editores.
- Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. 2nd ed. New Jersey: Princeton University Press.
- Programme for International Student Assessment, PISA (2018) *Results from PISA*. Country note OCDE Recuperado de [https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018\\_CN\\_COL\\_ESP.pdf](https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf)
- Ramirez, E. (2013). El modelo de resolución de problemas en una perspectiva de investigación como práctica social normada. *Tecné Episteme y Didaxis: TED*. N° 34 pp: 91-102. Recuperado de <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/2111/2011>
- Revista semana, Educación. (03 de diciembre de 2019). Colombia, el país de la OCDE con los resultados más bajos en las pruebas PISA. *Revista Semana*. Recuperado de <https://www.semana.com/educacion/articulo/como-le-fue-a-colombia-en-las-ultimas-pruebas-pisa/642984/>
- Ruiz, D. & García, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de educación básica. *Artículos arbitrados*. Universidad de los andes. núcleo universitario "Rafaelrangel". Encontrado en: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/19827/1/articulo1.pdf>
- Sandín, E. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Mc Graw and Hill Interamericana. [http://www.slideshare.net/franahid/capitulo-7-desandin?qid=0a06ffe2-694c-4444-89d9-bf3f9a50ec07&v=&b=&from\\_search=6](http://www.slideshare.net/franahid/capitulo-7-desandin?qid=0a06ffe2-694c-4444-89d9-bf3f9a50ec07&v=&b=&from_search=6)
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*. 14 (1). pp. 19-28.
- Socas, M. M., Hernández, J. & Noda, A. (1997). Clasificación de PAEV aditivos de una etapa con cantidades discretas relativas. En L. Rico y M. Sierra (eds.). *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, Zamora, Universidad de Salamanca.
- Talizina, N.F. (2001). *La formación de las habilidades del pensamiento matemático*. Universidad Autónoma de San Luis Potosi.
- Van Hiele, P. (1957). *structure an insight: A Theory of mathematics education*. Universidad Estatal de Pensilvania.

## Anexos

EL INSTRUMENTO

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

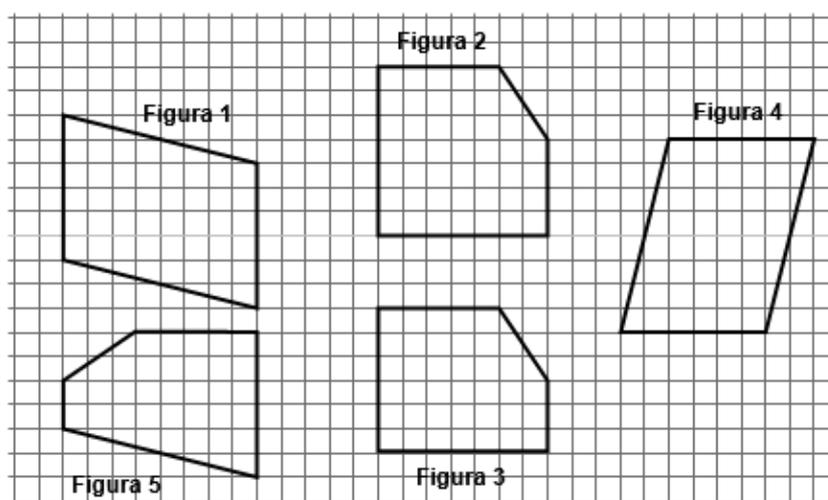
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION

MAESTRIA EN EDUCACION- ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

TEST DE CARACTERIZACIÓN DE HABILIDADES MATEMÁTICAS GRADO QUINTO

NOMBRE \_\_\_\_\_

Escoja la respuesta correcta para cada una de las preguntas



1. Lina dibujó estas cinco figuras en una hoja cuadrículada para luego recortarlas.

Luego de recortarlas y superponerlas, ¿qué par de figuras coinciden?

- A. La 1 y la 4.
- B. La 1 y la 5.
- C. La 2 y la 3.
- D. La 2 y la 5.

2. En un juego, un niño debe formular una pregunta que corresponda a la respuesta que lea en un papelito que saca de una bolsa.

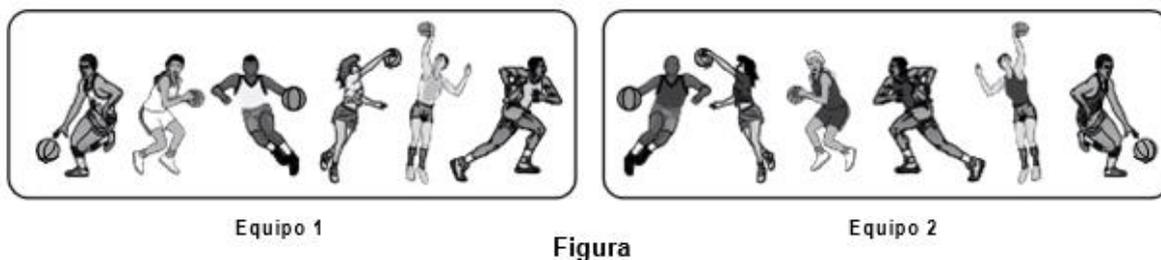
Jaime está jugando y sacó este papelito:



La pregunta que debe formular Jaime es:

- A. ¿Cuántos años tienes?
- B. ¿Cuál es tu estatura?
- C. ¿Cuál es tu peso?
- D. ¿Cuántos hermanos tienes?

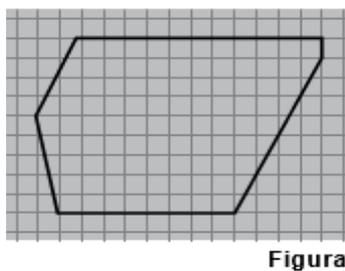
3. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos (ver figura).



Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?

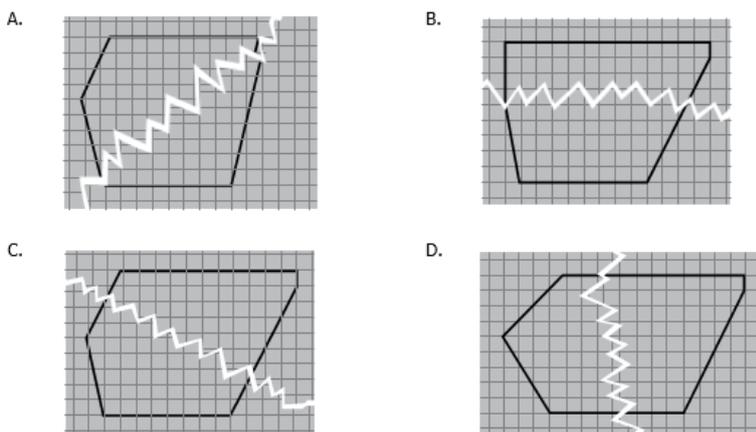
- A. 3
- B. 4
- C. 8
- D. 9

4. Arturo dibujó esta figura en una hoja

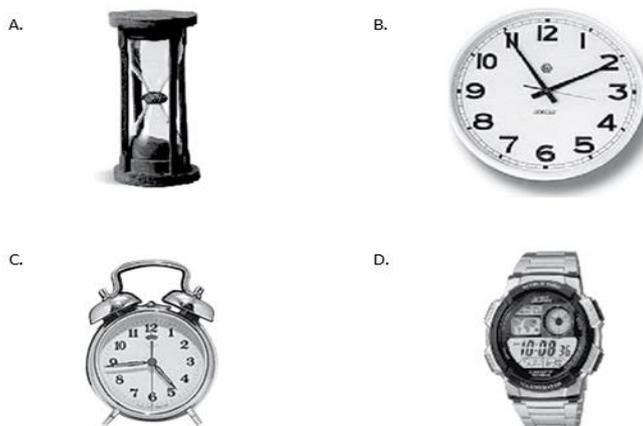


Figura

Accidentalmente, Arturo rompió la hoja en dos partes, ¿cuáles son estas?

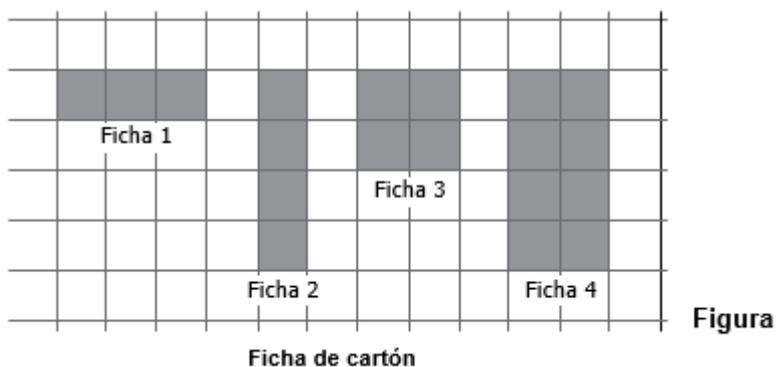


5. Utilizando su reloj, Camilo supo exactamente que una pelota se demoró 2 segundos, 3 décimas y 5 centésimas en caer al suelo. ¿Cuál fue el reloj que Camilo utilizó?



6. Para su tarea de matemáticas, Leonor debe llevar fichas de cartón cuya área sea  $4 \text{ cm}^2$ .

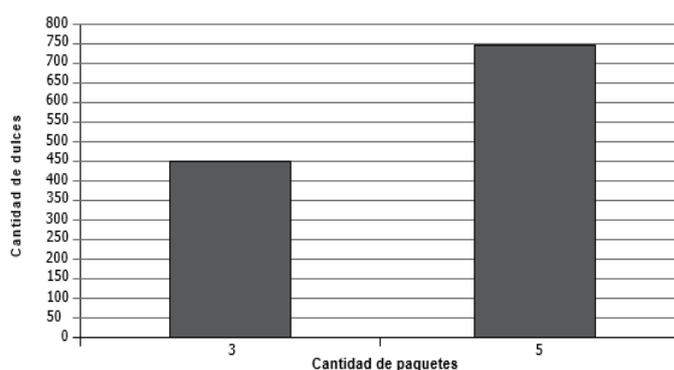
Observa las fichas de la figura.



Teniendo en cuenta que un cuadrado como este  tiene de área  $1\text{cm}^2$ , ¿cuáles fichas debe llevar Leonor para que su tarea sea correcta?

- A. La ficha 2 y la ficha 3.
- B. La ficha 3 y la ficha 4.
- C. La ficha 1 y la ficha 2.
- D. La ficha 2 y la ficha 4.

7. En la gráfica aparece información de la cantidad de dulces que contienen 3 y 5 paquetes.

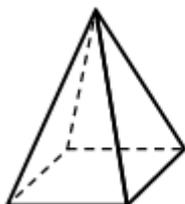


Gráfica

Si cada paquete contiene la misma cantidad de dulces, ¿cuántos dulces hay en 4 paquetes?

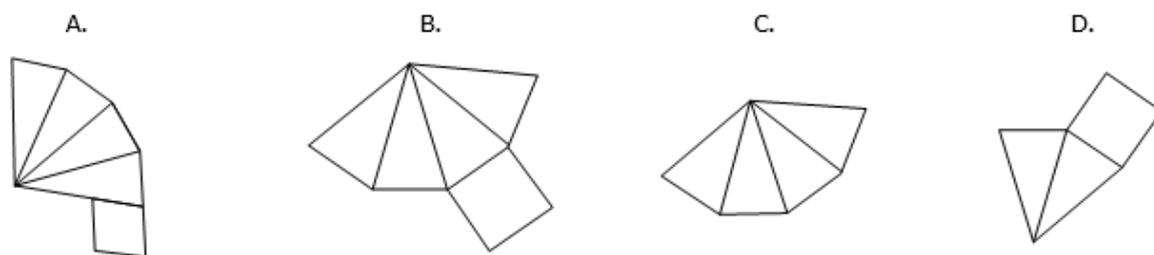
- A. 450
- B. 500
- C. 600
- D. 850

8. David quiere armar una pirámide como la de la figura.

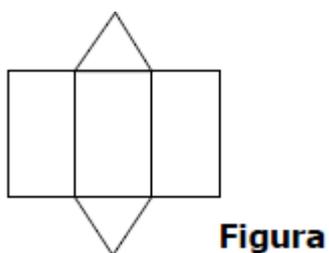


Figura

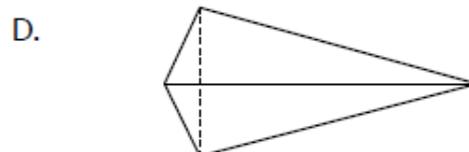
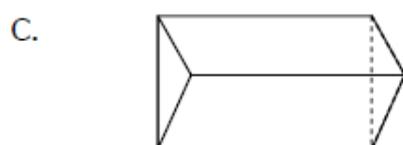
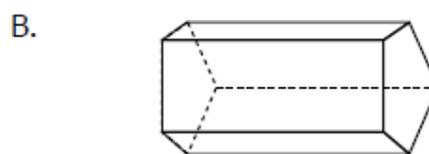
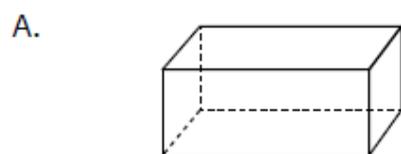
¿Cuál de los siguientes moldes le sirve a David para armar la pirámide?



9. Javier quiere armar un sólido con el molde de la figura.

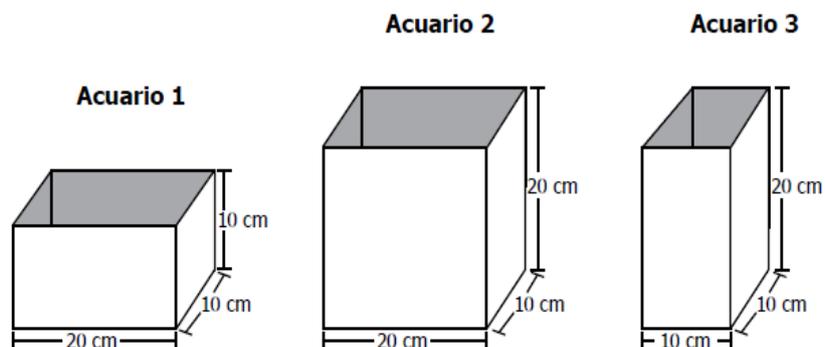


¿Cuál de los siguientes sólidos se puede armar con el molde?



10. En una tienda se

venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.

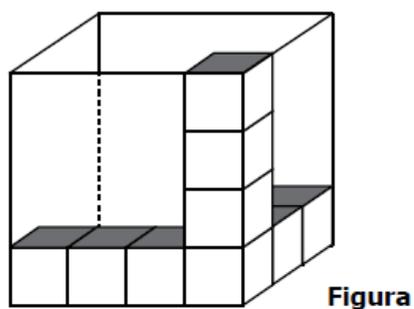


Figura

¿Qué tienen en común los tres acuarios?

- A. Una cara de 20 cm x 10 cm.
- B. Una cara de 20 cm x 20 cm.
- C. Una cara de 10 cm x 10 cm.
- D. Caras cuadradas iguales.

11. Observa los cubos contenidos en la caja de la figura.

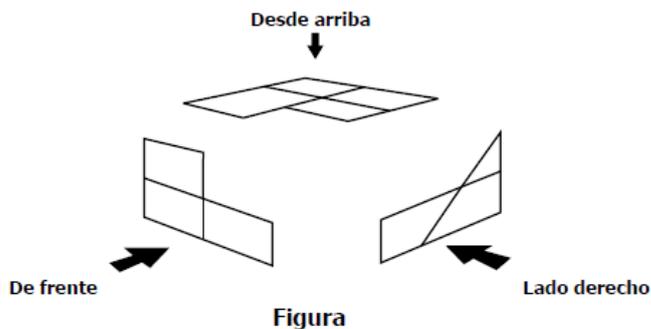


Figura

¿Cuántos cubos de esos faltan para llenar la caja?

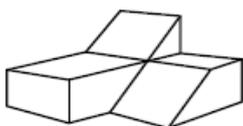
- A. 64
- B. 39
- C. 16
- D. 9

12. Un sólido se observa desde arriba, de frente y por el lado derecho como se muestra en la figura.

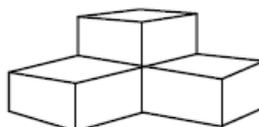


¿Cuál de los siguientes sólidos se observó?

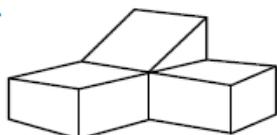
A.



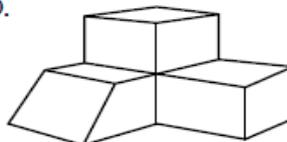
B.



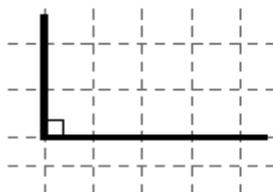
C.



D.

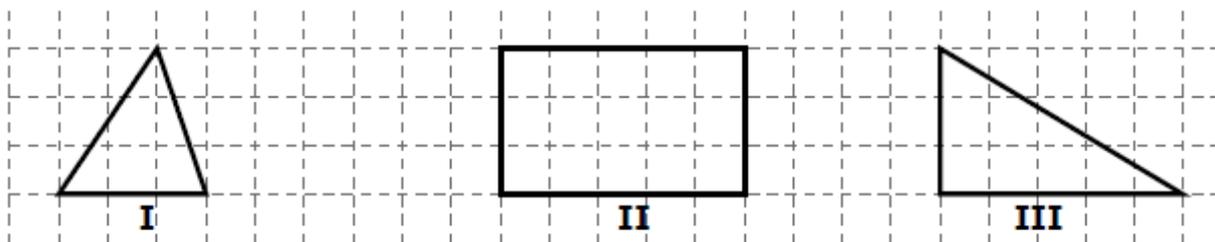


13. Dos lados son perpendiculares si forman un ángulo como el de la figura.



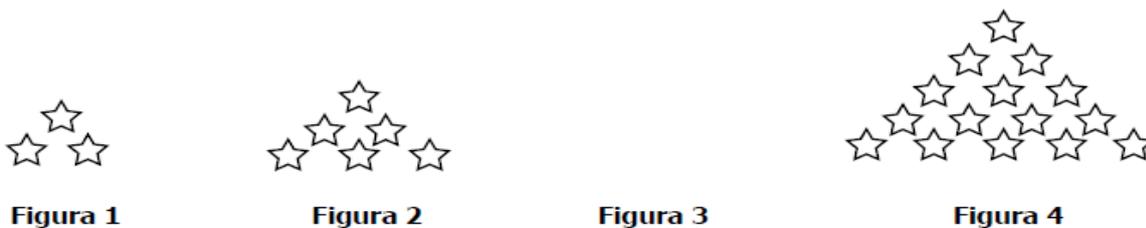
**Figura**

¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras tiene(n) lados perpendiculares?



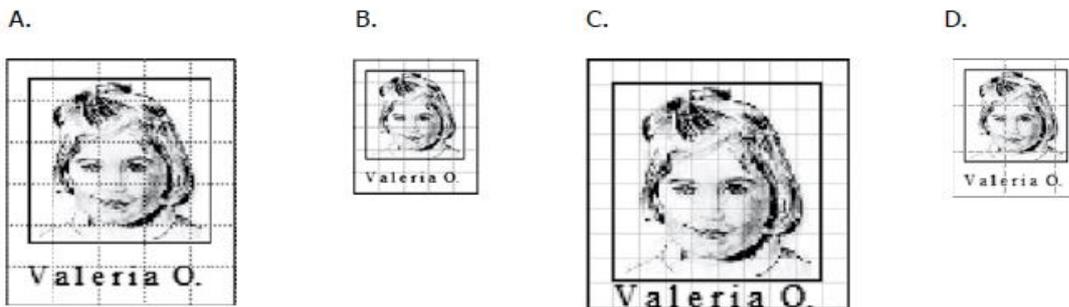
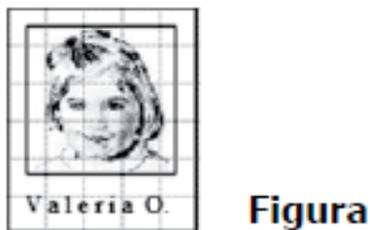
- A. I solamente.
- B. II y III solamente.
- C. II solamente.
- D. I y III solamente.

14. En la secuencia falta una figura. Observa:



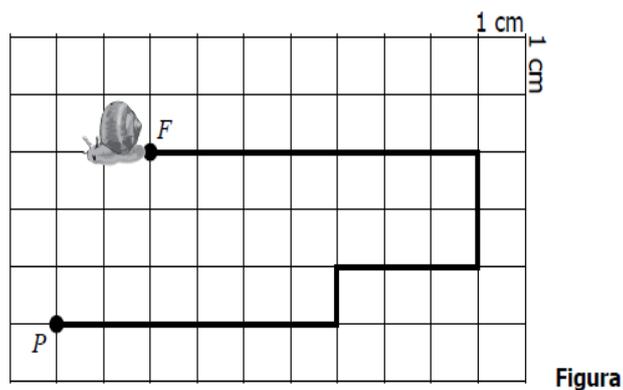
¿Cuál será la figura 3?

15. Un artista dibujó el rostro de su hija sobre una hoja cuadriculada. Observa la figura.



Si se fotocopia el dibujo al doble de su tamaño original, ¿cuál de las siguientes corresponde a la fotocopia ampliada?

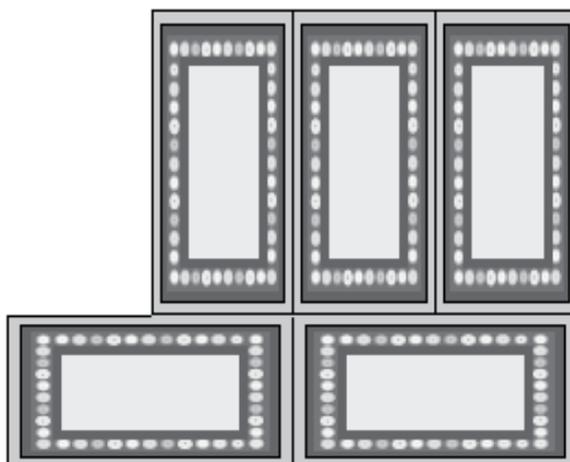
16. La figura ilustra el camino que recorrió un caracol desde el punto *P* hasta el punto *F*.



La distancia que recorrió el caracol es 19

- A. centímetros.
- B. metros.
- C. kilómetros.
- D. milímetros.

17. Juana cubrió totalmente el piso de su habitación con tapetes iguales, cada uno de  $2 \text{ m}^2$  de área.



¿Cuál es el área del piso de la habitación de Juana?

- A.  $10 \text{ m}^2$
- B.  $6 \text{ m}^2$
- C.  $5 \text{ m}^2$
- D.  $2 \text{ m}^2$

18. El auto de Jorge necesita 6 galones de gasolina para recorrer 240 kilómetros. ¿Cuántos galones necesita para recorrer 480 kilómetros?

- A. 6  
B. 8  
C. 10  
D. 12

19. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de dinero que recibe el conductor de un bus, según el número de pasajeros que suben al bus.

Número de pasajeros	Cantidad de dinero
3	\$3.600
4	\$4.800
5	\$6.000
.	.
.	.
.	.

¿Cuánto dinero recibe el conductor por un pasaje?

- A. \$ 600  
B. \$1.200  
C. \$1.800  
D. \$3.600